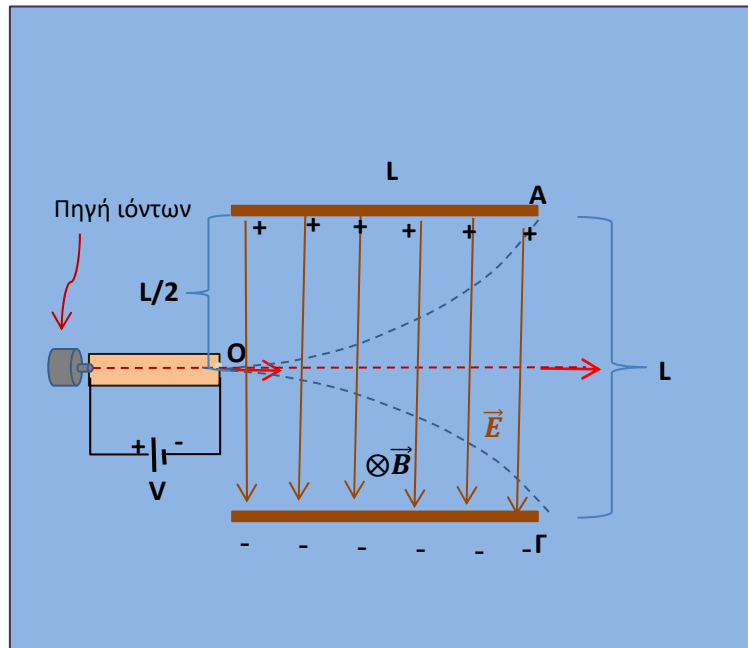


## Κίνηση ισοτόπων σε ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο

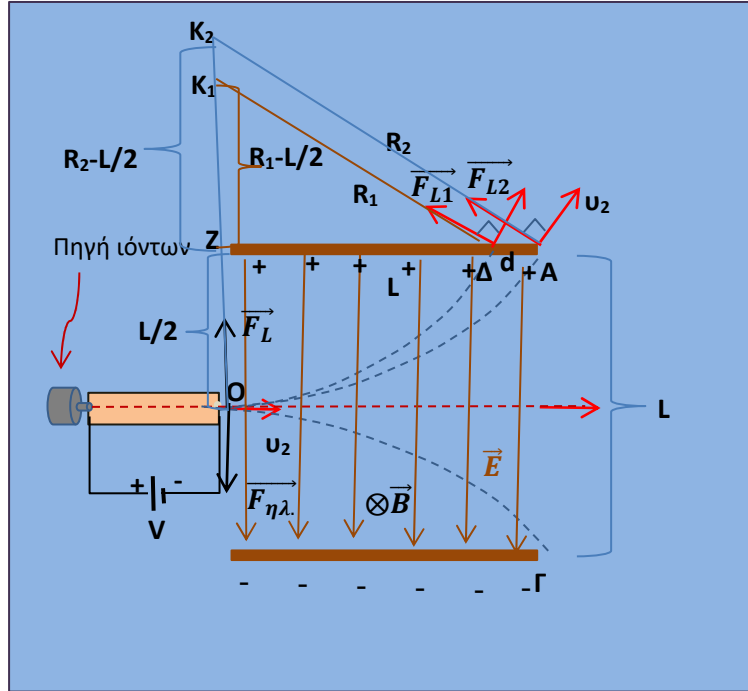


Μονοσθενή ιόντα ισοτόπου στοιχείου εξέρχονται με μηδενική ταχύτητα από μια πηγή ιόντων τους, επιταχύνονται από τάση  $V$ , και κατόπιν εισέρχονται στο χώρο του επιλογέα ταχυτήτων διαστάσεων  $L \times L$  από το μέσο  $O$  της πλευράς εισόδου. Τότε τα βαρύτερα ιόντα δεν εκτρέπονται και εξέρχονται από τον επιλογέα ταχυτήτων.

Αν καταργήσουμε το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$ , τότε εξέρχονται όλα τα ισότοπα από το άκρο  $\Gamma$  του αρνητικού σπλισμού του πυκνωτή, ενώ αν καταργηθεί το ηλεκτρικό πεδίο  $\vec{E}$ , τότε τα βαρύτερα ιόντα προσπίπτουν στο άκρο  $A$  του θετικού σπλισμού, ενώ τα ελαφρύτερα προσπίπτουν σε σημείο  $\Delta$  που απέχει απόσταση  $d$  από το  $A$ .

Δίνονται:  $L = 0,2m$ ,  $E = 10^3 \frac{V}{m}$ ,  $B = \sqrt{5} \cdot 10^{-3}T$ ,  $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ ,  $d=5cm$ . Να μη ληφθεί υπόψη το βάρος των ιόντων.

1. Υπολογίστε την μάζα  $m_2$  των βαρύτερων ισοτόπων.
2. Υπολογίστε την τάση  $V$
3. Υπολογίστε την μάζα  $m_1$  των ελαφρύτερων ισοτόπων.
4. Αποδείξτε ότι αν καταργηθεί το μαγνητικό πεδίο, τα ιόντα διαγράφουν την ίδια τροχιά από το  $O$  έως το  $\Gamma$ , και εξέρχονται με διαφορά χρόνου  $\Delta t_E$  την οποία να υπολογίσετε.
5. Υπολογίστε τη διαφορά χρόνου κίνησης των ιόντων αν καταργηθεί το ηλεκτρικό πεδίο. Δίνονται  $\eta_{0,3\pi}=0,8$  και  $\eta_{0,37\pi}=0,92$
6. Πόσο πρέπει να μεταβάλλουμε το ηλεκτρικό πεδίο ώστε τα ελαφρύτερα ιόντα να εξέρχονται από τον επιλογέα ταχυτήτων ακολουθώντας ευθύγραμμη πορεία.



### Απαντήσεις

1. Στο τρίγωνο  $K_2ZA$  έχουμε:  $K_2Z^2 + ZA^2 = K_2A^2 \Rightarrow (R_2 - \frac{L}{2})^2 + L^2 = R_2^2 \Rightarrow$

$$R_2 = \frac{5L}{4} = 0.25m$$

Όμως  $R_2 = \frac{m_2 v_2}{Bq} \Rightarrow v_2 = \frac{R_2 Bq}{m_2}$  (1)

Όταν συνυπάρχουν τα δύο πεδία  $E$  και  $B$ , τα βαρύτερα ιόντα δεν εκτρέπονται και κινούνται ευθύγραμμα ομαλά. Έτσι έχουμε  $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = F_{\eta\lambda} \Rightarrow Bv_2q = Eq \Rightarrow$   
 $v_2 = \frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 10^6 m/s$  (2)

Από τις (1) και (2) έχουμε:  $\frac{R_2 Bq}{m_2} = v_2 \Rightarrow m_2 = \frac{R_2 q B}{v_2} \Rightarrow m_2 = \frac{0,25 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \sqrt{5} \cdot 10^{-3}}{\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 10^6}$

$$m_2 = 2 \cdot 10^{-28} kg$$

2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας στην κίνηση των βαρύτερων ιόντων από την τάση  $V$ , μετά την κατάργηση το ηλεκτρικού πεδίου κι έχουμε:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\eta\lambda.\pi\epsilon\delta} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - 0 = q \cdot V \Rightarrow V = \frac{m_2 v_2^2}{2q}$$

$$V = \frac{2 \cdot 10^{-28} \cdot \frac{1}{5} \cdot 10^{12}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 125 Volt$$

3. Στο τρίγωνο  $K_1ZA$  έχουμε:  $K_1Z^2 + ZA^2 = K_2A^2 \Rightarrow (R_1 - \frac{L}{2})^2 + (L - d)^2 = R_1^2 \Rightarrow$

$$R_1 = \frac{(\frac{L}{2})^2 + (L - d)^2}{L} = \frac{0.01 + 0.225}{0.2} m = 0,1625m$$

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{Bq} = \frac{m_1}{Bq} \cdot \sqrt{\frac{2qV}{m_1}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_1 V}{q}} \Rightarrow m_1 = \frac{B^2 \cdot R_1^2 q}{2V} \text{ ομοίως}$$

$$R_2 = \frac{m_2 v_2}{Bq} = \frac{m_2}{Bq} \cdot \sqrt{\frac{2qV}{m_2}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_2 V}{q}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow m_1 = m_2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$m_1 = 0,4225m_2 = 0,845 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

4. Τα ιόντα κάνουν σύνθετη κίνηση στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

$$\text{άξονας } x: x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

$$\text{άξονας } y: y = \frac{1}{2}a_y t^2, \quad a_y = \frac{F_{\eta\lambda.}}{m} = \frac{Eq}{m}$$

$$\text{εξίσωση τροχιάς: } y = \frac{1}{2}a_y \left(\frac{x}{v}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Eq}{m} \cdot \frac{x^2}{\frac{2qV}{m}} \Rightarrow y = \frac{E}{4V} \cdot x^2$$

Παρατηρούμε ότι η τροχιά είναι παραβολική και ανεξάρτητη των  $q, m$ .

Άρα τα ιόντα θα διαγράψουν την ίδια παραβολική τροχιά και θα εξέλθουν από το άκρο Γ αλλά σε διαφορετικούς χρόνους:

$$t_1 = \frac{L}{v_1} = L \cdot \sqrt{\frac{m_1}{2qV}} = 0,2 \cdot \sqrt{\frac{0,845 \cdot 10^{-28}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 125}} = 0,459 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 0,459 \mu\text{s}$$

$$t_2 = \frac{L}{v_2} = L \cdot \sqrt{\frac{m_2}{2qV}}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow t_2 = t_1 \cdot \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = 0,298 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 0,298 \mu\text{s}$$

$$\Delta t_E = t_2 - t_1 = -0,161 \cdot 10^{-6} \text{ s} = -0,161 \mu\text{s}$$

5.  $\eta\mu\theta_2 = \frac{L}{R_2} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8 \Rightarrow \theta_2 = 0,3\pi \text{ rad} = \omega_2 t_2 = \frac{2\pi}{T_2} \cdot t_2 = \frac{Bq}{m_2} \cdot t_2$

$$t_2 = 0,3\pi \cdot \frac{m_2}{Bq} = 0,3\pi \cdot \frac{2 \cdot 10^{-28}}{\sqrt{5} \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,167 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 0,167 \mu\text{s}$$

$$\eta\mu\theta_1 = \frac{L-d}{R_1} = \frac{0,15}{0,1625} = 0,92 \Rightarrow \theta_1 = 0,37\pi \text{ rad} = \omega_1 t_1 = \frac{2\pi}{T_1} \cdot t_1 = \frac{Bq}{m_1} \cdot t_1$$

$$t_1 = 0,37\pi \cdot \frac{m_1}{Bq}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{0,37m_1}{0,3m_2} = 0,52 \Rightarrow t_1 = 0,52 \cdot 0,167 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 0,868 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 0,868 \mu\text{s}$$

$$\Delta t_B = t_2 - t_1 = -0,701 \cdot 10^{-6} \text{ s} = -0,701 \mu\text{s}$$

6.  $v_1 = \frac{E'}{B} \Rightarrow E' = Bv_1 = B \cdot \sqrt{\frac{2qV}{m_1}} = \sqrt{5} \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 125}{0,845 \cdot 10^{-28}}} = 1538 \text{ V/m}$

$$\Delta E = E' - E = 538 \text{ V/m}$$

## Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Κορκίζογλου Πρόδρομος