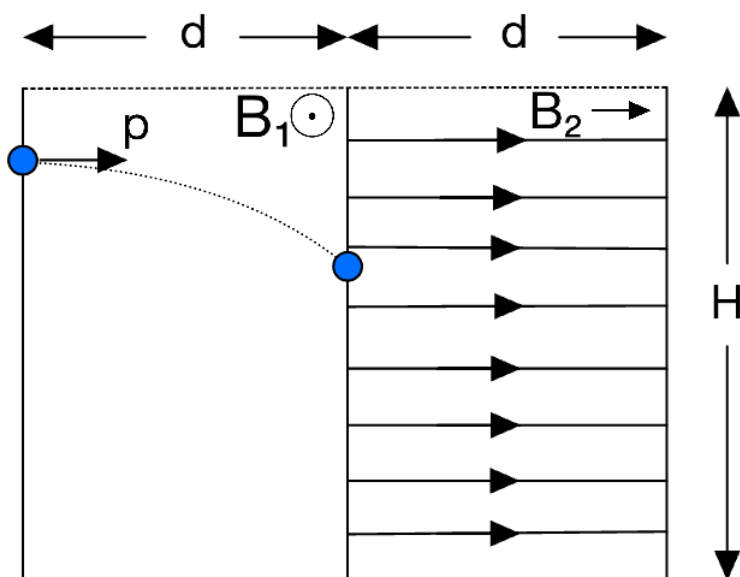


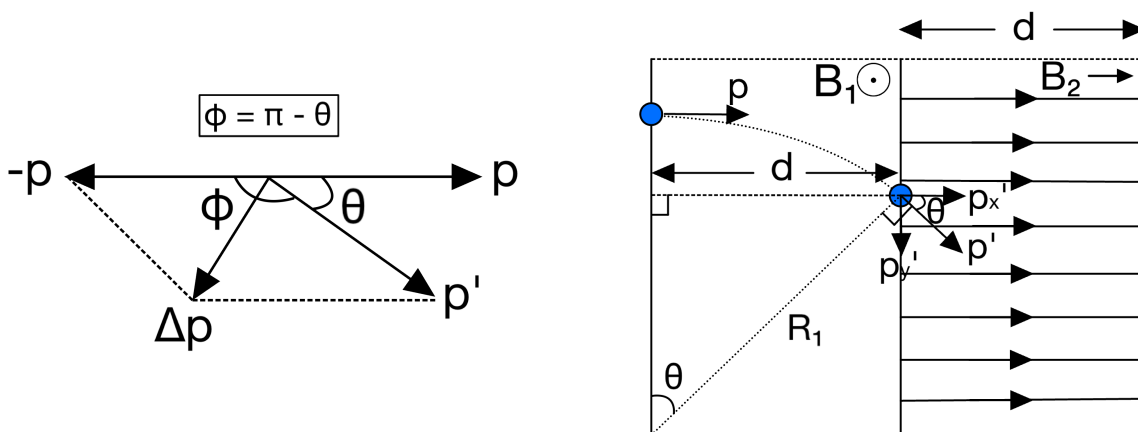
Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε διαδοχικά Ο.Μ.Π.

Θετικά φορτισμένο σωματίδιο (m , q) εισέρχεται με ορμή μέτρου p κάθετα στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου B_1 πάχους d . Το μέτρο της μεταβολής της ορμής κατα την κίνηση του σωματιδίου στο 1ο μαγνητικό πεδίο είναι $|\Delta p| = p$. Αμέσως μετά εισέρχεται σε 2ο ομογενές μαγνητικό πεδίο μέτρου B_2 και ίδιου πάχους d με το 1ο. Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές του 2ου πεδίου είναι κάθετες στην ένταση του μαγνητικού πεδίου του 1ου όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα. Θεωρήστε τις βαρυτικές δυνάμεις αμελητέες και την τιμή του H πολύ μεγάλη. Να αποδείξετε ότι το πηλίκο του διαστήματος (S_2) που διανύει το σωματίδιο στο 2ο πεδίο προς την ακτίνα (R_1) της κυκλικής κίνησης του στο 1ο πεδίο είναι $S_2/R_1 = \sqrt{3}$.



Απάντηση

Το σωματίδιο εκτελεί τμήμα κυκλικής κίνησης εντός του 1ου πεδίου άρα το μέτρο της ορμής του σώματος παραμένει σταθερό ($p = p'$) ενώ η διεύθυνση της μεταβάλλεται συνεχώς. Η μεταβολή της ορμής του σωματιδίου δίνεται από την διανυσματική σχέση : $\Delta p = p' - p \Rightarrow \Delta p = p' + (-p)$, άρα η μεταβολή της ορμής του σωματιδίου δίνεται ως το διανυσματικό άθροισμα της αρχικής του ορμής και του αντιθέτου διανύσματος της τελικής του ορμής του εντός του 1ου μαγνητικού πεδίου.



Από τον κανόνα του παραλληλόγραμμου προκύπτει για το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου :

$$\Delta p^2 = p'^2 + (-p)^2 + 2p'p \cos \phi \Rightarrow p^2 = p^2 + p^2 + 2pp \cos(\pi - \theta) \Rightarrow \cos \theta = 1/2 \Rightarrow \theta = \pi/3$$

Στο 2ο μαγνητικό πεδίο το σωματίδιο εκτελεί ελικοειδή κίνηση αφού η ταχύτητα του σχηματίζει γωνία θ με τις μαγνητικές δυναμικές γραμμές του πεδίου. Οι δυο γωνίες (θ) που έχουν σχεδιαστεί στο σχήμα είναι ίσες γιατί έχουν τις πλευρές που τις σχηματίζουν μια προς μια κάθετες.

Από το σχήμα προκύπτει $\eta \mu \theta = d/R_1$, όμως $d = v_x \Delta t_2$ όπου v_x η συνιστώσα της ταχύτητας του σωματιδίου που είναι παράλληλη στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές του 2ου πεδίου και Δt_2 ο χρόνος κίνησης του σωματιδίου στο 2ο μαγνητικό πεδίο.

Άρα $\eta \mu \theta = v_x \Delta t_2 / R_1$ και από το σχήμα έχουμε $v_x = v \cos \theta$ συνεπώς :

$$\eta \mu \theta = v \cos \theta \Delta t_2 / R_1 , \text{ όμως } S_2 = v \Delta t_2 . \text{ Άρα } \eta \mu \theta = S_2 \cos \theta / R_1 \Rightarrow S_2 / R_1 = \epsilon \phi \theta \quad (1) .$$

Στην συγκεκριμένη περίπτωση $\theta = \pi/3$ άρα $\epsilon \phi \theta = \sqrt{3}$ και από σχέση (1) προκύπτει :

$$\boxed{S_2 / R_1 = \sqrt{3}} .$$