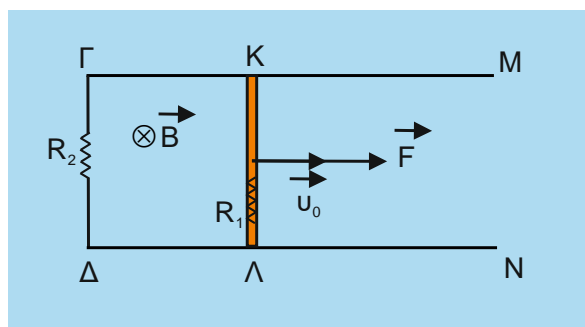


### Μια κίνηση αγωγού

Οι οριζόντιοι αγωγοί ΓΜ και ΔΝ του σχήματος έχουν ασήμαντη αντίσταση και πολύ μεγάλο μήκος. Τα άκρα τους Γ και Δ συνδέονται με αντίσταση  $R_2 = 8\Omega$ . Στο επίπεδο των δύο αγωγών είναι τοποθετημένος κάθετος προς τη διεύθυνσή τους ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μήκους



$\ell = 0,5\text{m}$ , ο οποίος μπορεί να

ολισθαίνει χωρίς τριβές. Η μάζα του αγωγού ΚΛ είναι  $m = 0,1\text{kg}$  και η αντίσταση του  $R_1 = 2\Omega$ . Το σύστημα των τριών αγωγών βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, του οποίου η ένταση μέτρου  $B = 2\text{T}$  είναι κάθετη στο επίπεδο των αγωγών. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ με οριζόντια αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_0$  παράλληλη προς τους αγωγούς ΓΜ και ΔΝ, ενώ ταυτόχρονα του ασκούμε σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  ομόρροπη με την αρχική του ταχύτητα, με μέτρο  $F = 0,5\text{N}$ . Η ισχύς που δαπανά η αντίσταση  $R_2$  τη στιγμή της εκτόξευσης είναι  $P_2 = 8\text{W}$ .

- α. Να υπολογίσετε την τιμή της αρχικής ταχύτητας  $\vec{v}_0$  του αγωγού ΚΛ
- β. Να περιγράψετε αναλυτικά το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει ο αγωγός ΚΛ και να βρείτε την τιμή της τελικής (οριακής) ταχύτητας που θα αποκτήσει
- γ. Να περιγράψετε τις ενεργειακές μετατροπές, που λαμβάνουν χώρα κατά την κίνηση του αγωγού ΚΛ, από τη στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή που θα αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα
- δ. Να κατασκευάσετε ποιοτικό διάγραμμα της Η.Ε.Δ. από επαγωγή που εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή που θα αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα

**Απάντηση**

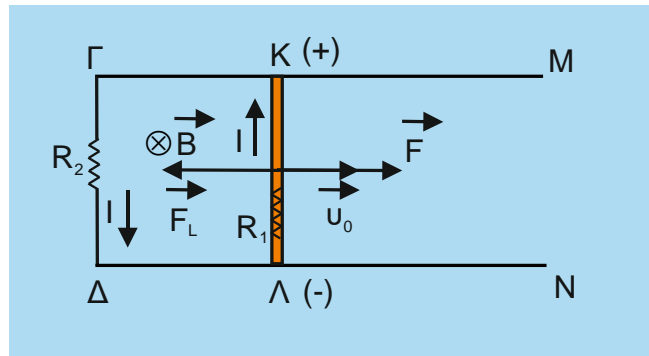
α. Τη στιγμή  $t_0 = 0$  είναι

$$P_2 = I^2 \cdot R_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow P_2 = \left( \frac{E_{\text{επ},0}}{R_1 + R_2} \right)^2 \cdot R_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow P_2 = \left( \frac{B \cdot v_0 \cdot \ell}{R_1 + R_2} \right)^2 \cdot R_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$



β. Τη στιγμή  $t_0 = 0$  είναι

$$F_{L,0} = B \cdot I_0 \cdot \ell \rightarrow F_{L,0} = B \cdot \frac{E_{\text{επ},0}}{R_1 + R_2} \cdot \ell \rightarrow$$

$$\rightarrow F_{L,0} = B \cdot \frac{B \cdot v_0 \cdot \ell}{R_1 + R_2} \cdot \ell \rightarrow F_{L,0} = 1 \text{ N}$$

Επειδή  $F_{L,0} > F$  η συνισταμένη δύναμη που δέχεται ο αγωγός είναι αντίρροπη της ταχύτητάς του, οπότε αρχίζει να επιβραδύνεται. Εφαρμόζουμε το 2ο νόμο Newton και έχουμε για το μέτρο της επιτάχυνσης

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{\alpha} \rightarrow F_L - F = m \cdot \alpha \rightarrow B \cdot I \cdot \ell - F = m \cdot \alpha \rightarrow$$

$$\rightarrow B \cdot \frac{B \cdot v \cdot \ell}{R_1 + R_2} \cdot \ell - F = m \cdot \alpha \rightarrow \alpha = \frac{B^2 \cdot v \cdot \ell^2}{m \cdot (R_1 + R_2)^2} - \frac{F}{m} \quad (1)$$

Από την τελευταία σχέση παρατηρούμε ότι η μείωση του μέτρου της ταχύτητας προκαλεί μείωση του μέτρου της επιτάχυνσης. Επομένως ο αγωγός ΚΛ εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση με μειούμενο ρυθμό, μέχρι τη στιγμή που μηδενίζεται η επιτάχυνσή του, οπότε αποκτά σταθερή (οριακή) ταχύτητα. Θέτοντας στη σχέση (1)  $\alpha = 0$ , προκύπτει  $v_{op} = 5 \text{ m/s}$ .

γ. Η ενέργεια που προσφέρεται στον αγωγό μέσω του έργου της  $\vec{F}$  και η μείωση της κινητικής ενέργειας του αγωγού οδηγούν σε παραγωγή θερμότητας στο κύκλωμα. Πράγματι κάποια τυχαία στιγμή ισχύει

$$- P_F = F \cdot v \cdot \cos 0^\circ \rightarrow P_F = F \cdot v$$

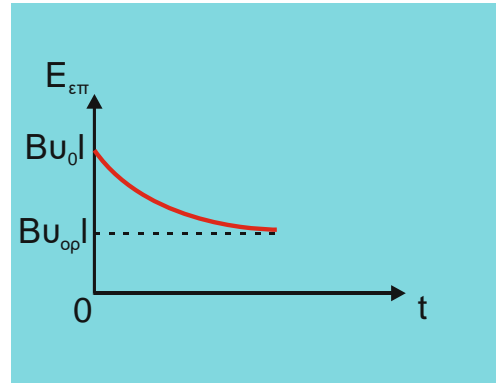
$$- \frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} \rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx \cdot \cos 180^\circ}{dt} \rightarrow \frac{dK}{dt} = -\Sigma F \cdot v \rightarrow \frac{dK}{dt} = (F - F_L) \cdot v$$

$$- P_{\text{θερμ}} = I^2 \cdot (R_1 + R_2) \rightarrow P_{\text{θερμ}} = E_{\text{επ}} \cdot I \rightarrow P_{\text{θερμ}} = B \cdot v \cdot \ell \cdot I \rightarrow P_{\text{θερμ}} = F_L \cdot v$$

Παρατηρούμε ότι

$$P_F + \left| \frac{dK}{dt} \right| = F \cdot v + (F_L - F) \cdot v = F_L \cdot v \rightarrow P_F + \left| \frac{dK}{dt} \right| = P_{\text{θερμ}}$$

δ. Είναι  $E_{\text{επ}} = B \cdot v \cdot \ell$  και εφόσον το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται με μειούμενο ρυθμό, η  $E_{\text{επ}}$  θα μειώνεται με μειούμενο ρυθμό, μέχρι να σταθεροποιηθεί, όταν ο αγωγός θα αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα. Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο διπλανό σχήμα



Παπάζογλου Αποστόλης