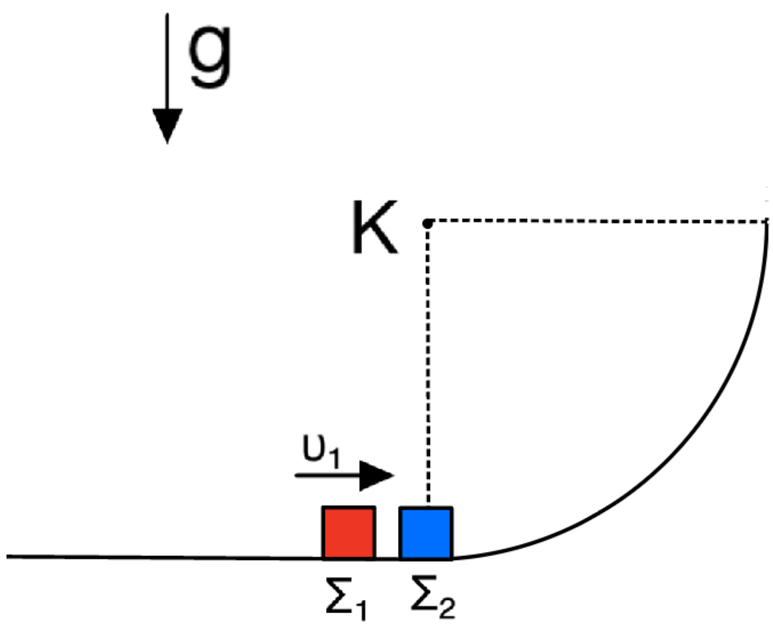
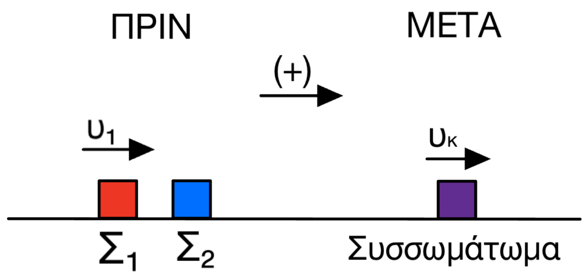
Κρούση - Τεταρτοκύκλιο

Σώμα $Σ_2$ με μάζα m_2 = 1 kg είναι ακίνητο στην βάση ακλόνητα στερεωμένου κατακόρυφου τεταρτοκύκλιου ακτίνας R. Την χρονική στιγμή t_0 σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 = 3 kg συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το $Σ_2$ έχοντας ταχύτητα μέτρου $υ_1$ = 4 m/s και το συσσωμάτωμα που δημιουργείται ανέρχεται στο τεταρτοκύκλιο και φτάνει σε μέγιστη κατακόρυφη απόσταση πάνω από το ανώτερο σημείου του τεταρτοκύκλιου d_{max} = 0,1 m. Η θερμότητα που εκλύεται κατα την διάρκεια της κίνησης του συσσωματώματος μέχρι να φτάσει στο μέγιστο ύψος ισούται με την θερμότητα που εκλύθηκε λόγω της πλαστικής κρούσης. Θεωρείστε τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ υλικά σημεία και τις αντιστάσεις από τον αέρα αμελητέες.
Δίνεται g = 10 m/s^2.
1) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την χρονική στιγμή t_0.
2) Να υπολογίσετε την ακτίνα R του τεταρτοκύκλιου.
Έστω ότι η κρούση μεταξύ των δυο σωμάτων $Σ_1$, $Σ_2$ είναι μετωπική, ελαστική, το τεταρτοκύκλιο λείο και η ακτίνα R του τεταρτοκύκλιου είναι αυτή που υπολογίστηκε στο ερώτημα 2.
3) Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του $Σ_1$ λόγω της κρούσης του με το $Σ_2$.
4) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται το $Σ_2$ από το τεταρτοκύκλιο όταν βρίσκεται σε ύψος h = R/5 από την βάση του τεταρτοκύκλιου.
5) Να ελέγξετε αν τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ θα συγκρουστούν για 2η φορά. Θεωρείστε ότι το οριζόντιο επίπεδο που αποτελεί προέκταση της βάσης του τεταρτοκύκλιου είναι λείο.



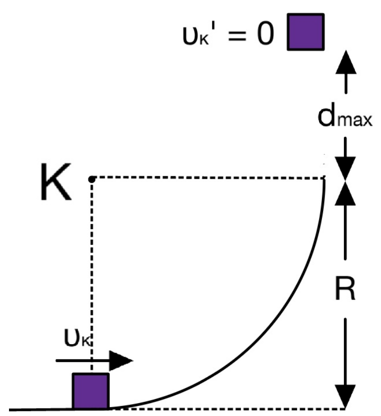
Απάντηση

1) Από αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο.), έχουμε :
$P_{ολ.ΠΡΙΝ} = P_{ολ.ΜΕΤΑ} \Rightarrow m_1υ_1 = (m_1 + m_2)υ_κ \Rightarrow υ_κ = 3$ m/s .



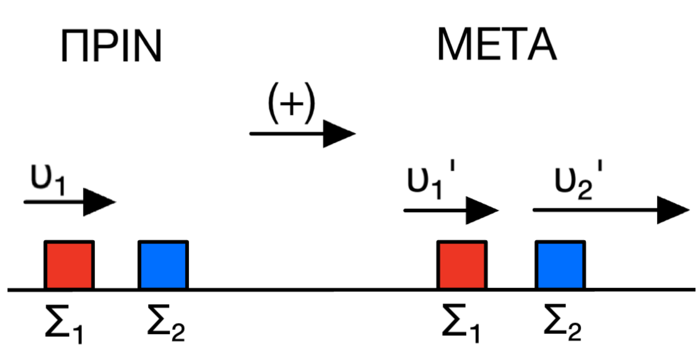
2) Η θερμότητα (Q) που αναπτύχθηκε κατά την κρούση υπολογίζεται από την σχέση :
$Q = K_{ολ.ΠΡΙΝ} - K_{ολ.ΜΕΤΑ} \Rightarrow Q = m_1υ_1^2/2 - (m_1 + m_2)υ_κ^2/2 \Rightarrow Q = 6$ j .

Από Α.Δ.Ε. για το συσσωμάτωμα, έχουμε : $ΔK = W_B + W_{Τριβής}$, όμως $W_{Τριβής} = - Q$, άρα
$ΔK = W_B - Q \Rightarrow 0 - (m_1 + m_2)υ_κ^2/2 = - (m_1 + m_2)g(R + d_{max}) - Q \Rightarrow R = 0{,}2$ m .



3) Από τις εξισώσεις της κεντρικής ελαστικής κρούσης θα έχουμε :
$υ_1' = (m_1 - m_2)υ_1/(m_1 + m_2) \Rightarrow υ_1' = 2$ m/s και $υ_2' = 2m_1υ_1/(m_1 + m_2) \Rightarrow υ_2' = 6$ m/s .

Άρα $|ΔP_1| = |P_{1ΜΕΤΑ} - P_{1ΠΡΙΝ}| \Rightarrow |ΔP_1| = |3×2 - 3×4| \Rightarrow |ΔP_1| = 6$ kgm/s .

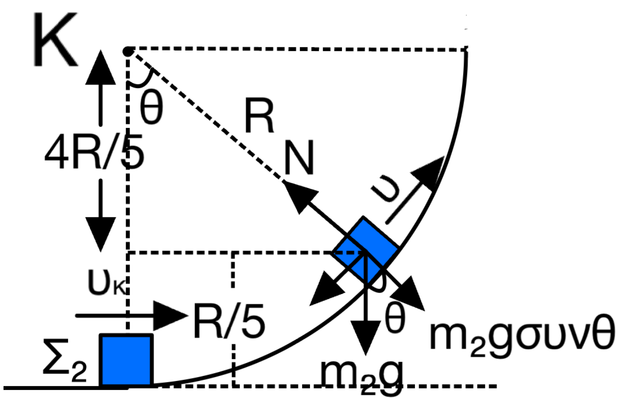


4) Από Θ.Μ.Κ.Ε. για το $Σ_2$, έχουμε :
$ΔK = W_{B_2} \Rightarrow m_2υ^2/2 - m_2υ_2^2/2 = - m_2gR/5 \Rightarrow υ^2 = 35{,}2\ (m/s)^2$ (0) .

Στην θέση αυτή τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης παίζουν η κάθετη δύναμη N που δέχεται το $Σ_2$ από το τεταρτοκύκλιο και η ακτινική συνιστώσα του βάρους του $Σ_2$.
$F_κ = N - m_2gσυνθ \Rightarrow m_2υ^2/R = N - m_2gσυνθ$ (1),

$συνθ = (R - R/5)/R \Rightarrow συνθ = 0{,}8$ (2) .

Άρα από (1) και (2) : $m_2υ^2/R = N - 0{,}8m_2g$ (3).
Από (0) και (3) , έχουμε : N = 184 N .



5) Παρατηρούμε ότι $|υ_2'| = 6$ m/s $> |υ_1'| = 2$ m/s , άρα αφού το $Σ_2$ θα κινηθεί πάνω στο τεταρτοκύκλιο χωρίς απώλεια μηχανικής ενέργειας είναι δεδομένο ότι θα επιστρέψει σε αυτό με την ίδια σε μέτρο ταχύτητα με την ταχύτητα που είχε όταν έχασε την επαφή με αυτό. Συνεπώς θα έχουμε και δεύτερη σύγκρουση μεταξύ των $Σ_1$ και $Σ_2$.

Παύλος Αλεξόπουλος