Σε δίσκο περιστρεφόμενο…

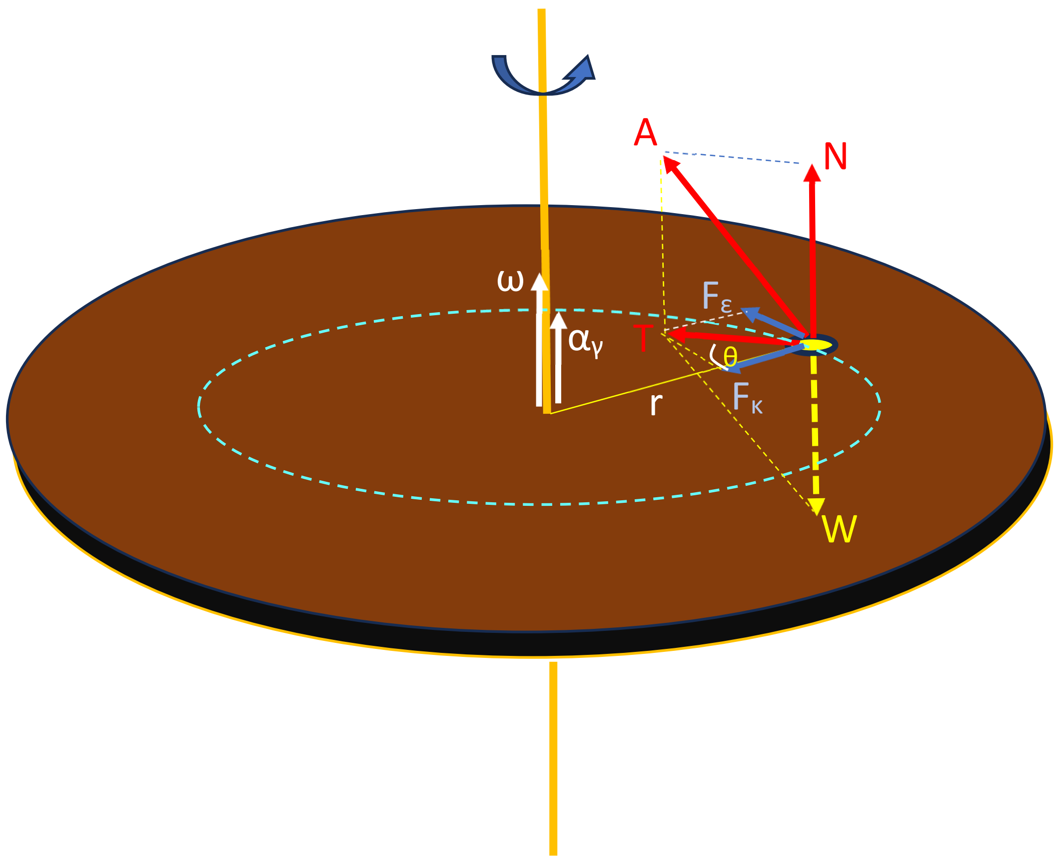
Δίσκος μπορεί να στρέφεται περί άξονα κατακόρυφο κάθετο στο επίπεδό του ,στο κέντρο του. Πάνω στο δίσκο, σε απόσταση **r** από το κέντρο του, τοποθετούμε μικρών διαστάσεων επίπεδο σώμα το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής **μ** . Με κατάλληλο τρόπο θέτουμε σε περιστροφή το δίσκο με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\boldsymbol{\alpha_\gamma}$, τέτοια ώστε το σώμα να παραμένει ακίνητο ως προς το δίσκο.

1) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα κατά την επιταχυνόμενη περιστροφή του δίσκου αναλύοντας τον τρόπο σκέψης .
2) Να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής τη στιγμή που οριακά επίκειται η ολίσθηση καθώς και την κατεύθυνση της τριβής. Να θεωρήσετε ότι η οριακή στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης.
3) Να διερευνήσετε τις προηγούμενες σχέσεις κριτικάροντας τα ευρήματα.

Δεδομένα θεωρούμε τα: r ,α_γ , g , μ

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1) Οι δυνάμεις που δρουν στο σώμα θα είναι: το βάρος $\vec{W}$ και η αντίδραση $\vec{A}$ του δίσκου στο σώμα η οποία θα αναλυθεί στην τριβή $\vec{T}$ και την κάθετη στο δίσκο (δύναμη στήριξης) $\vec{N}$ η οποία θα είναι αντίθετη του $\vec{W}$.



Καθώς ο δίσκος επιταχύνεται και το σώμα δεν γλιστρά, θα επιταχύνεται κι αυτό ακολουθώντας κυκλική τροχιά ακτίνας r ,άρα πρέπει να δέχεται α)κεντρομόλο δύναμη για την κυκλική κίνησή του και β) εφαπτομενική της τροχιάς (επιτρόχιο) δύναμη, κατά την φορά περιφοράς, για την επιτάχυνσή του. Οι δυνάμεις αυτές θα αποτελούν συνιστώσες $\vec{F}_\kappa$ και $\vec{F}_\varepsilon$ της τριβής η οποία τριβή $\vec{\mathrm{T}}$ θα έχει κατεύθυνση προς το εσωτερικό της κυκλικής τροχιάς του σώματος.

2) Η κίνηση του σώματος είναι κυκλική ομαλά επιταχυνόμενη και ισχύουν οι:

$$F_k = ma_k \xrightarrow{a_k=\omega^2 r} F_k = m\omega^2 r \Rightarrow T\sigma\upsilon\nu\theta = m\omega^2 r \,(1)$$

$$F_\varepsilon = ma_\varepsilon \xrightarrow{a_\varepsilon=\alpha_\gamma r\,*} F_\varepsilon = m\alpha_\gamma r \Rightarrow T\eta\mu\theta = m\alpha_\gamma r \quad (2)$$

$$*\,a_\varepsilon = \frac{d\upsilon_\varepsilon}{dt} = \frac{d\omega\cdot r}{dt} \Rightarrow a_\varepsilon = a_\gamma r$$

Όταν επίκειται ολίσθηση του σώματος η τριβή θα έχει πάρει τη max τιμή της (οριακή) και θα είναι ίση με:

$$\mathrm{T} = \mu\mathrm{N} \xrightarrow{\mathrm{N}=mg} \mathrm{T} = \mu mg \;(3)$$

$$\text{Από την } (1) \xrightarrow{(3)} \mu mg\sigma\upsilon\nu\theta = m\omega_\sigma^2 r \Rightarrow \mu g\sigma\upsilon\nu\theta = \omega_\sigma^2 r \;(4)$$

$$\text{Από την } (2) \xrightarrow{(3)} \mu mg\eta\mu\theta = m\alpha_\gamma r \Rightarrow \quad \mu g\eta\mu\theta = \alpha_\gamma r \quad (5)$$

$$\left.\begin{vmatrix} (4) \Rightarrow \mu^2 g^2 \sigma\upsilon\nu^2\theta = \omega_\sigma^4 r^2 \\ (5) \Rightarrow \mu^2 g^2 \eta\mu^2\theta = \alpha_\gamma^2 r^2 \end{vmatrix}\right\rangle \xrightarrow{+} \mu^2 g^2\left(\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\nu^2\theta\right) = \omega_\sigma^4 r^2 + \alpha_\gamma^2 r^2 \Rightarrow$$

$$\mu^2 g^2 = \omega_\sigma^4 r^2 + \alpha_\gamma^2 r^2 \Rightarrow \omega_\sigma^4 r^2 = \mu^2 g^2 - \alpha_\gamma^2 r^2 \Rightarrow \omega_\sigma = \sqrt[4]{\frac{\mu^2 g^2}{r^2} - \alpha_\gamma^2} \;(6)$$

$$(5) \Rightarrow \eta\mu\theta = \frac{\alpha_\gamma r}{\mu g} \;(7)$$

3)

α)

$$\text{Από την } (6) \xrightarrow{\gamma\iota\alpha\ \omega\geq 0} \alpha_\gamma \leq \frac{\mu g}{r}$$

$$\acute{\eta} \;\; \text{από την } (7) \xrightarrow{\eta\mu\theta\leq 1} \alpha_\gamma \leq \frac{\mu g}{r}$$

Αν $\alpha_\gamma = \dfrac{\mu g}{r}$ $\text{από την } (6) \Rightarrow \omega_\sigma = 0 \;\; \text{και} \;\; \text{από την } (7) \; \eta\mu\theta = 1 \Rightarrow \theta = 90^0$

Τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν ότι για την τιμή αυτή της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου, το σώμα θα ολισθήσει κατά την εφαπτομένη κύκλου ακτίνας r ,πριν ακόμη η ω πάρει τιμή >0

β)

$$\text{Αν η } \alpha_\gamma \text{ είναι πολύ μικρή δηλαδή } \alpha_\gamma \to 0:$$

$$\text{από την } (7) \Rightarrow \eta\mu\theta \to 0 \Rightarrow \theta \to 0 \;\text{και}$$

$$\text{από την } (6) \Rightarrow \omega_\sigma \to \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$$

$$\text{Από την} F_k = \mathrm{T}\sigma\upsilon\nu\theta \xrightarrow{\theta \to 0} F_k \to \mathrm{T}$$
$$\text{και από την} F_\varepsilon = \mathrm{T}\eta\mu\theta \xrightarrow{\theta \to 0} F_\varepsilon \to 0$$

Άρα τότε το σώμα ,θα έχει την τάση να ολισθήσει στη διεύθυνση της ακτίνας πέραν του κέντρου.

Παντελεήμων Παπαδάκης

09/10/2023