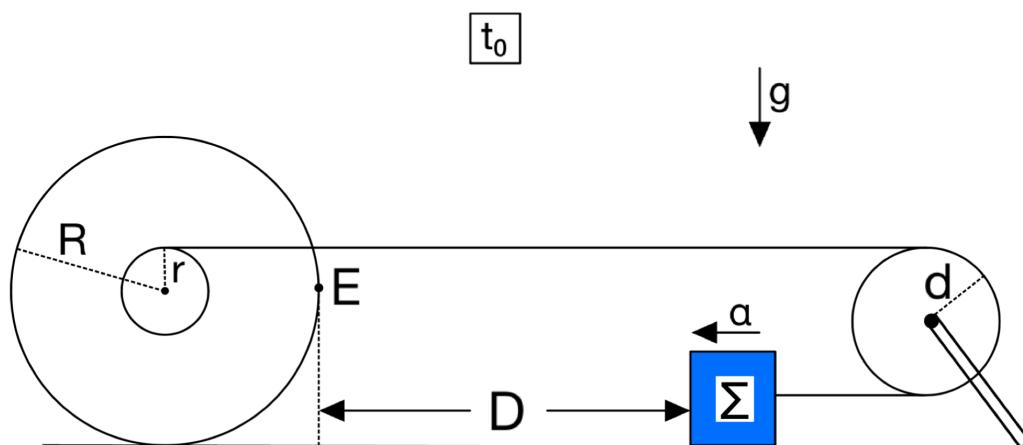


## Κίνηση σωμάτων

Ο ομογενής δίσκος του σχήματος έχει ακτίνα  $R$  και διαθέτει κυκλική εγκοπή ακτίνας  $r = R/3$ . Στην περιφέρεια της κυκλικής εγκοπής είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο περιβάλλει τροχαλία ακτίνας  $d = 2r$  και καταλήγει σε σημειακό σώμα  $\Sigma$ . Αρχικά, το σύστημα δίσκος - τροχαλία - σώμα  $\Sigma$  συγκρατείται ακίνητο με τα νήματα οριζόντια - τεντωμένα και το σώμα  $\Sigma$  να απέχει οριζόντια απόσταση  $D$  από το σημείο  $E$  του δίσκου. Ως  $E$  ονομάζουμε κάθε χρονική στιγμή το δεξί άκρο της οριζόντιας διαμέτρου του δίσκου. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκούμε στο σώμα  $\Sigma$  κατάλληλη οριζόντια δύναμη προς τα αριστερά με αποτέλεσμα να κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a$  ενώ ταυτόχρονα ο δίσκος να επιταχύνεται προς τα δεξιά χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

Να υπολογίσετε :

- 1) την χρονική στιγμή  $t_1$  που το σημείο  $E$  θα βρεθεί στην ίδια κατακόρυφο με το σώμα  $\Sigma$  σε σχέση με το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος  $a$  και την αρχική τους απόσταση  $D$ .
- 2) το μήκος του νήματος που έχει ξετυλιχθεί, σε σχέση με την αρχική απόσταση  $D$  των δυο σωμάτων, από την χρονική στιγμή  $t_0$  έως την χρονική στιγμή  $t_1$ .



## Απάντηση

1) Η επιτάχυνση του σώματος Σ έχει το ίδιο μέτρο με την εφαπτομενική επιτάχυνση του σημείου Π του δίσκου που έρχεται σε επαφή το νήμα με τον δίσκο ( $a = a_{\pi}$ ).

Άρα  $a_{\pi} = a_{cm} + a_{\gamma\omega\nu}r \Rightarrow a_{\pi} = a_{cm} + a_{\gamma\omega\nu}R/3 \Rightarrow a_{\pi} = a_{cm} + a_{cm}/3$  (ο δίσκος εκτελεί Κ.Χ.Ο.

$a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu}R \Rightarrow a_{\pi} = 4a_{cm}/3$ . Όμως  $a_{cm} = 3a_{\pi}/4 \Rightarrow a_{cm} = 3a/4$  (1).

Το Ε και το σώμα θα βρεθούν στην ίδια κατακόρυφο όταν ισχύει :

$S_{\Sigma} + S_{\Delta} = D \Rightarrow at^2/2 + a_{cm}t^2/2 = D$  (2).

Απο τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε :  $at^2/2 + 3at^2/8 = D \Rightarrow 7at^2/8 = D$  (3)  $\Rightarrow t_1 = 2\sqrt{2D/(7a)}$ .

2) Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται οφείλεται αποκλειστικά στην περιστροφική κίνηση του δίσκου και ισούται με  $\ell_{\xi\epsilon\tau\upsilon\lambda} = r\theta$  και  $\theta = a_{\gamma\omega\nu}t^2/2$ , άρα  $\ell_{\xi\epsilon\tau\upsilon\lambda} = ra_{\gamma\omega\nu}t^2/2$  και επειδή  $r = R/3$  ισχύει  $\ell_{\xi\epsilon\tau\upsilon\lambda} = Ra_{\gamma\omega\nu}t^2/6 \Rightarrow \ell_{\xi\epsilon\tau\upsilon\lambda} = a_{cm}t^2/6$  (4), αφού ο δίσκος εκτελεί Κ.Χ.Ο.

Από σχέση (1) και (4) προκύπτει :  $\ell_{\xi\epsilon\tau\upsilon\lambda} = at^2/8 \Rightarrow at^2/8 = \ell_{\xi\epsilon\tau\upsilon\lambda}$  (5).

Διαιρώντας τις σχέσεις (3) και (5) κατα μέλη προκύπτει :  $\ell_{\xi\epsilon\tau\upsilon\lambda} = D/7$ .

