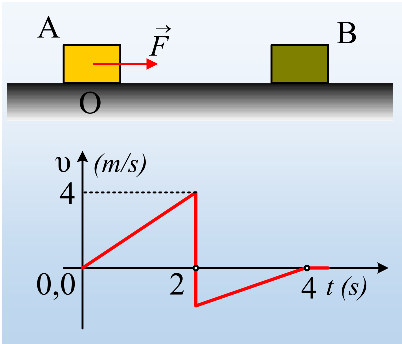
Τι να την κάνουμε τη ζυγαριά;



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα Α και Β τα οποία εμφανίζουν με το επίπεδο, τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης. Σε μια στιγμή t=0, ασκείται στο σώμα Α μια οριζόντια δύναμη μέτρου F=1,2N, με κατεύθυνση προς το σώμα Β, με το οποίο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά, ενώ ταυτόχρονα παύει να ασκείται πάνω του η δύναμη F. Το σώμα Α σταματά τελικά σε απόσταση d_1=2m, από την αρχική του θέση Ο, ενώ στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του, σε συνάρτηση με το χρόνο.

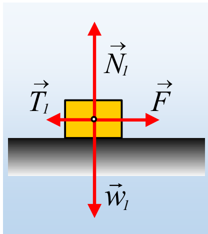
i) Να υπολογιστεί η μάζα m_1 του σώματος Α.

ii) Ποια η ταχύτητα του Α σώματος, αμέσως μετά την κρούση;

iii) Να βρεθεί η μάζα του Β σώματος.

iv) Ποια η τελική απόσταση d_2 μεταξύ των δύο σωμάτων, όταν ακινητοποιηθούν ξανά;

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Α, μόλις ασκηθεί η δύναμη F. Ο 2ος νόμος του Νεύτωνα μας δίνει:

$$\Sigma F = m_1 a_1 \rightarrow F - T_1 = m_1 a_1 \quad (1)$$

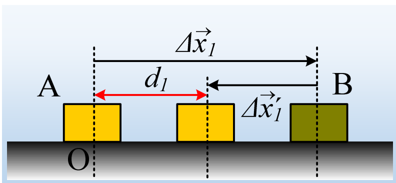
Οπότε η κίνησή του είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, για την οποία έχουμε:

$$\upsilon = a_1 \cdot t \ \ (2) \quad \text{και} \quad \Delta x = \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad (3)$$

Με αντικατάσταση στις παραπάνω εξισώσεις βρίσκουμε:

$$a_1 = \frac{\upsilon_1}{t} \xrightarrow{t=2s} a_1 = \frac{4}{2}\ {}^{m}/_{s^2} = 2\ {}^{m}/_{s^2}.$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \xrightarrow{t=2s} \Delta x_1 = \frac{1}{2} 2 \cdot 2^2 m = 4m$$



Μετά την κρούση το σώμα Α κινείται προς τα αριστερά και δουλεύοντας με μέτρα μεγεθών (για να μην μπλέξουμε)*, θα έχουμε:

$$\Sigma F = m_1 \alpha_1' \rightarrow T_1 = m_1 |\alpha_1'| \quad (1^\alpha)$$

$$\upsilon = |\upsilon_1'| - |\alpha_1'| \cdot \Delta t \ \ (2^\alpha) \quad \text{και}$$

$$|\Delta x_1'| = |\upsilon_1'| \cdot \Delta t - \frac{1}{2} |\alpha_1'| \cdot (\Delta t)^2 \quad (3^\alpha)$$

Αλλά με βάση το διπλανό σχήμα $\Delta x_1 - |\Delta x_1'| = d_1 \rightarrow |\Delta x_1'| = \Delta x_1 - d$=4m-2m=2m, ενώ μόλις το σώμα σταματά υ=0 και Δt=2s, οπότε από τις παραπάνω εξισώσεις, παίρνουμε:

$$0 = |\upsilon_1'| - |\alpha_1'| \cdot \Delta t \rightarrow |\upsilon_1'| = |\alpha_1'| \cdot \Delta t \quad (4)$$

$$|\Delta x_1'| = |\alpha_1'| \cdot (\Delta t)^2 \ - \frac{1}{2}|\alpha_1'| \cdot (\Delta t)^2 \ \rightarrow$$

$$|\alpha_1'| = \frac{2|\Delta x_1'|}{(\Delta t)^2} = \frac{2 \cdot 2}{2^2} \ {}^{m}/_{s^2} = 1 \, {}^{m}/_{s^2}.$$

Και με αντικατάσταση στην (4):

$$|\upsilon_1'| = |\alpha_1'| \cdot \Delta t = 1 \cdot 2 \ {}^{m}/_{s} = 2 \ {}^{m}/_{s}$$

ii) Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω τιμές για τις επιταχύνσεις, με πρόσθεση κατά μέλη των (1) και (1^{α}) παίρνουμε:

$$F - T_1 + T_1 = m_1 a_1 + m_1 |a'_1| \rightarrow$$

$$m_1 = \frac{F}{a_1 + |\alpha_1'|} = \frac{1{,}2}{2+1} \ kg = 0{,}4 kg$$

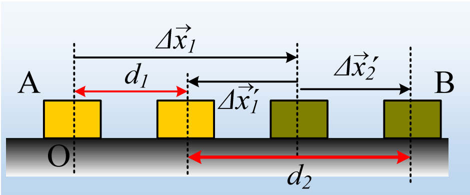
iii) Για την ταχύτητα του σώματος Α μετά την κρούση (υ_1'=-2${}^{m}/_{s}$) έχουμε:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \ \xrightarrow{\alpha\nu\tau\iota\kappa\alpha\tau.}$$

$$-2 = \frac{0{,}4 - m_2}{0{,}4 + m_2} \cdot 4 \rightarrow \ m_2 = 1{,}2 kg$$

iv) Το σώμα Β, μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα:

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 = \frac{2 \cdot 0{,}4}{0{,}4 + 1{,}2} \cdot 4 \ {}^{m}/_{s} = 2 \, {}^{m}/_{s}$$



Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι αυτή έχει το ίδιο μέτρο με την ταχύτητα του Α σώματος. Αλλά ο συντελεστής τριβής είναι ο ίδιος, τα δυο σώματα θα αποκτήσουν την ίδια επιτάχυνση (επιβράδυνση…) εξαιτίας της τριβής και θα διανύσουν την ίδια απόσταση (2m) μέχρι να σταματήσουν. Ας το δούμε αναλυτικά, δουλεύοντας ξανά με μέτρα μεγεθών:

$$T_1 = m_1|\alpha_1'| \rightarrow \mu m_1 g = m_1|\alpha_1'| \rightarrow |\alpha_1'| \rightarrow \mu g \ \text{ και}$$

$$T_2 = m_2|\alpha_2'| \rightarrow \mu m_2 g = m_2|\alpha_2'| \rightarrow |\alpha_2'| = \mu g$$

Ενώ το συνολικό διάστημα θα προκύπτει:

$$s = |a| \cdot (\Delta t)^2 \ - \frac{1}{2}|a| \cdot (\Delta t)^2 = \frac{\upsilon_o^2}{2\alpha}$$

Όπου υ_0=|υ_1'|=υ_2'=2m/s. Συνεπώς και με βάση το σχήμα, θα έχουμε:

$$d_2 = |\Delta x_1'| + \Delta x_2' = 2m + 2m = 4m$$

Σχόλια

1) *Και τώρα ας μπλέξουμε!!!

Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, θα έχουμε για την κίνηση του Α σώματος μετά την κρούση:

$$\Sigma F = m_1 a'_1 \to T = \mu m_1 g = m_1 \alpha'_1 \to \ \alpha'_1 = \mu g \qquad (1^{\alpha 1})$$

$$\upsilon = \upsilon'_1 + \alpha'_1 \cdot \Delta t \ \ (2^{\alpha 1}) \ \ \text{και}$$

$$\Delta x'_1 \ = \upsilon'_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \alpha'_1 \cdot (\Delta t)^2 \qquad (3^{\alpha 1})$$

Αλλά με βάση το σχήμα $\Delta x_1 + \Delta x'_1 = d_1 \to \Delta x'_1 = -2m$ …. και

$$0 = \upsilon'_1 + \alpha'_1 \cdot \Delta t \ \to \upsilon'_1 = -\alpha'_1 \cdot \Delta t$$

$$\alpha'_1 = -\frac{2\Delta x'_1}{(\Delta t)^2} = -\frac{2\cdot(-2)}{2^2}\ {}^{m}/_{s^2} = 1\,{}^{m}/_{s^2}.$$

Και $\upsilon = \upsilon'_1 + a'_1 \cdot \Delta t \to 0 = \upsilon'_1 + 1 \cdot 2 \to \upsilon'_1 = -2\ {}^{m}/_{s}$.

2) Τελικά υπολογίσαμε τις μάζες των δύο σωμάτων… χωρίς να τις ζυγίσουμε…

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης