

## Ένα όχι συμμετρικό T στρέφεται

Θεωρούμε ένα συρμάτινο τριγωνικό πλαίσιο KMN με  $(MN) = l = 1m$ , που μπορεί να στρέφεται περί άξονα, διερχόμενο από το άκρο του K και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Για τη σταθερότητα της κατασκευής, μια ράβδος από μονωτικό υλικό, μήκους επίσης  $l$ , συμπίπτει με το ύψος ΚΛ του τριγώνου και ορίζει στη MN τμήματα με  $(ML)/(AN) = \alpha/\beta = 3/7$  (σχήμα 1)

Στο χώρο υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου  $B = 1T$ , με δυναμικές γραμμές κάθετες στο επίπεδο του πλαισίου.

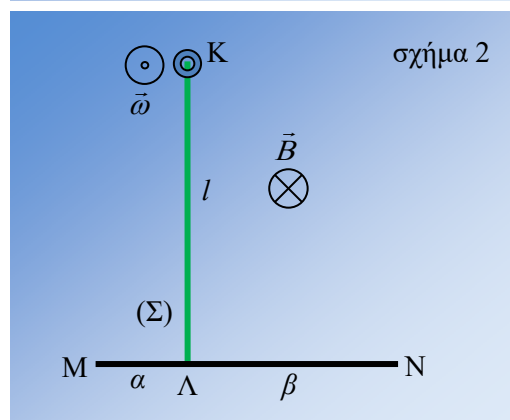
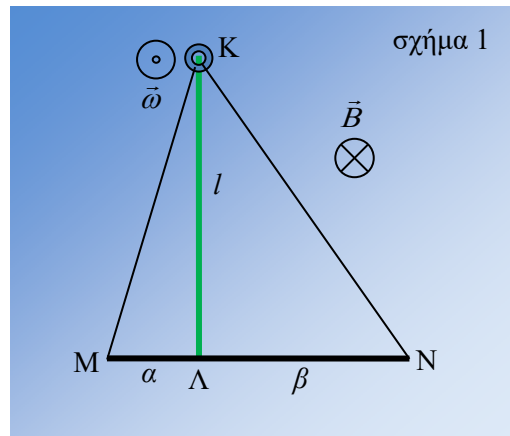
Θέτουμε το πλαίσιο σε αντιωρολογιακή περιστροφή γύρω από τον άξονά του, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου  $\omega = 2rad/s$ .

α) Το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

β) Αναπτύσσεται ΗΕΔ επαγωγής σε κάθε πλευρά του πλαισίου; Αν ναι μπορείτε να βρείτε τις αντίστοιχες τιμές;

γ) Αν αφαιρούσαμε από το πλαίσιο τις πλευρές KM και KN, θα παρέμενε το στερεό Σ του σχήματος 2.

Ποια θα ήταν η ΗΕΔ από επαγωγή μεταξύ των άκρων M και N;



## Απάντηση

α) Από την επιφάνεια του πλαισίου διέρχεται συνεχώς σταθερή μαγνητική ροή

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot \frac{1}{2} \cdot l \cdot l = \frac{1}{2} Bl^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1^2 = 0,5Wb$$

Άρα στο κλειστό κύκλωμα δεν υπάρχει μεταβολή μαγνητικής ροής και σύμφωνα με το νόμο

$$\text{Faraday, } E_{oi} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 0.$$

Επομένως δε μπορεί να δημιουργηθεί επαγωγικό ρεύμα.

β) Πρώτα λίγη Άλγεβρα.

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{3}{3 + 7} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\alpha}{l} = \frac{3}{10} \Leftrightarrow \alpha = 0,3m$$

Προφανώς  $\beta = 0,7m$

- Στον αγωγό KM

Στρέφεται περί το άκρο του K, μέσα στο μαγνητικό πεδίο, άρα αναπτύσσεται ΗΕΔ επαγωγής

$$E_{KM} = \frac{1}{2} B\omega(KM)^2 = \frac{1}{2} B\omega(l^2 + a^2) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot (1^2 + 0,3^2) = 1,09V$$

με πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα 3. Η πολικότητα εξηγείται αν σκεφτούμε ότι η δύναμη Lorentz σε ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο του αγωγού KM έχει φορά προς το άκρο M.

- Στον αγωγό KN

Στρέφεται περί το άκρο του K, μέσα στο μαγνητικό πεδίο, άρα αναπτύσσεται ΗΕΔ επαγωγής

$$E_{KN} = \frac{l}{2} B \omega (KN)^2 = \frac{l}{2} B \omega (l^2 + \beta^2) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot (1^2 + 0,7^2) = 1,49V$$

με πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα 3. Η πολικότητα εξηγείται αν σκεφτούμε ότι η δύναμη Lorentz σε ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο του αγωγού KN έχει φορά προς το άκρο N.

- Στον αγωγό MN

Είδαμε στο ερώτημα Α, ότι

$$E_{ολ} = 0 \Leftrightarrow E_{KM} + E_{MN} + E_{NK} = 0 \Leftrightarrow$$

$$E_{MN} = -E_{NK} - E_{KM} \Leftrightarrow E_{MN} = E_{KN} - E_{KM} \Leftrightarrow$$

$$E_{MN} = 1,49 - 1,09 \Leftrightarrow E_{MN} = 1,49 - 1,09$$

$$\Leftrightarrow E_{MN} = 0,4V$$

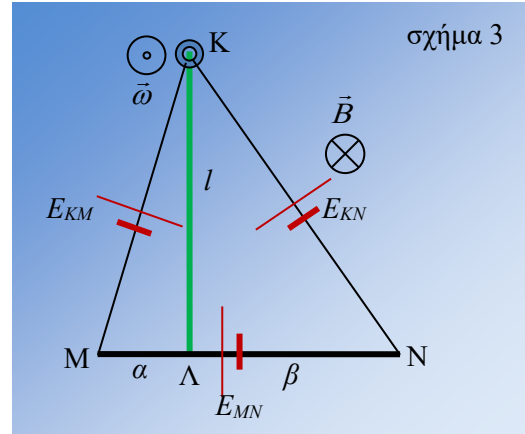
με πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα 3.

### Έλεγχος

Αν γράψουμε το 2ο κανόνα του Kirchhoff στο κλειστό κύκλωμα KMNK,

βρίσκουμε:  $V_{KM} + V_{MN} + V_{NK} = -1,09 - 0,4 + 1,49 = 0$ , άρα σωστά πήραμε τις πολικότητες.

γ) Είδαμε πριν ότι σε κάθε πλευρά του κλειστού πλαισίου αναπτύσσεται ΗΕΔ επαγωγής ανεξάρτητη από την ΗΕΔ στις άλλες δυο πλευρές, που οφείλεται στις δυνάμεις Lorentz στα ελεύθερα ηλεκτρόνια κάθε πλευράς. Άρα η απουσία των αγωγών KM και KN δεν θα επηρεάσει την ΗΕΔ που υπολογίσαμε για την πλευρά MN, δηλαδή  $E_{MN} = 0,4V$ .



### Για καθηγητές

Ένα στοιχειώδες τμήμα του αγωγού μήκους  $dx$ , έχει γραμμική ταχύτητα  $v = \omega \cdot r$ , αλλά μόνο η κάθετη στον αγωγό συνιστώσα  $v_x = v \cdot \eta\mu\theta = \omega \cdot r \cdot \eta\mu\theta$ , προκαλεί εμφάνιση δύναμης Lorentz και κατ'επέκταση ΗΕΔ επαγωγής.

Άρα

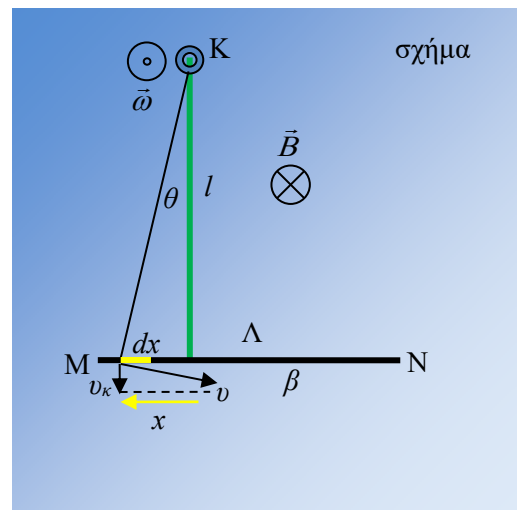
$$E_{MN} = \int B \cdot v_x \cdot dx = \int B \cdot \omega \cdot r \cdot \eta\mu\theta \cdot dx =$$

$$B \cdot \omega \int x \cdot dx = B \cdot \omega \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$-0,3m \leq x \leq 0,7m$$

Άρα το ορισμένο ολοκλήρωμα είναι

$$E_{MN} = 1 \cdot 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{-0,3}^{0,7} = 0,7^2 - 0,3^2 = 0,49 - 0,09 = 0,4V$$



### Σχόλιο

Αν δοθεί σε εξετάσεις το (γ) ερώτημα μόνο του, η διαδικασία που πρέπει να ακολουθήσουμε είναι η αφαιρετική, δηλαδή θα θεωρήσουμε το κλειστό πλαίσιο KMN κ.λ.π. όπως τη λύσαμε στη συνέχεια στα ερωτήματα (α) και (β).

Ανδρέας Ριζόπουλος