

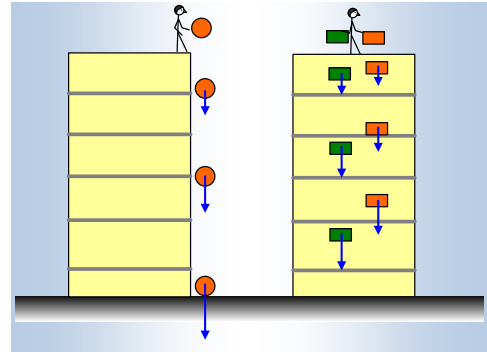
## Ελεύθερη πτώση και πτώση στον αέρα

Αφήνουμε ένα σώμα να πέσει από ύψος  $h=45\text{m}$  από το έδαφος.

i) Αν η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ  $g=10\text{m/s}^2$ :

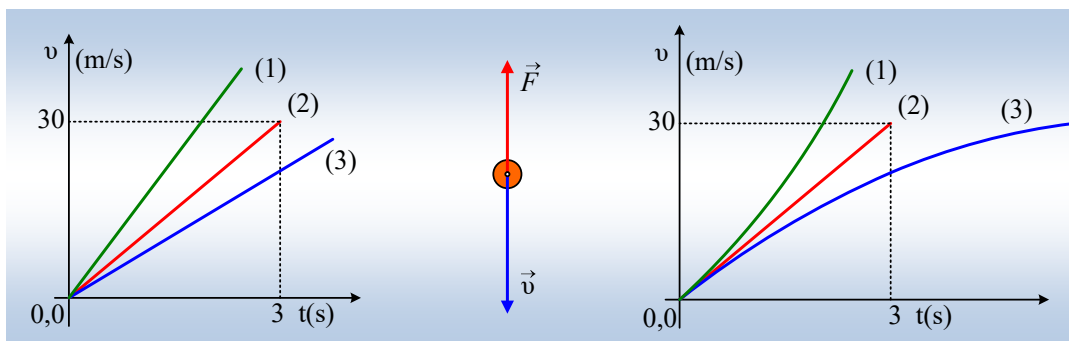
α) Να βρεθεί ο χρόνος ο χρόνος πτώσης και η ταχύτητα με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος.

β) Να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι που να φτάσει στο έδαφος.



ii) Αφήνουμε μια μπάλα να πέσει από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας και από ύψος  $45\text{m}$  από το έδαφος, ενώ πάνω της ασκείται και μια δύναμη από τον αέρα (η αντίσταση του αέρα).

α) Αν η αντίσταση του αέρα θεωρείται σταθερή δύναμη, ποιο διάγραμμα από το αριστερό σχήμα, παριστά την ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο; Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



β) Βέβαια η αντίσταση του αέρα δεν είναι σταθερή. Είναι μια δύναμη αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα και έχει μέτρο, ανάλογο του μέτρου της ταχύτητας.

β<sub>1</sub>) Ποια η αρχική επιτάχυνση της μπάλας μόλις αφεθεί να κινηθεί;

β<sub>2</sub>) Ποια καμπύλη, από το δεξιό σχήμα, παριστά τώρα το μέτρο της ταχύτητας της μπάλας σε συνάρτηση με το χρόνο;

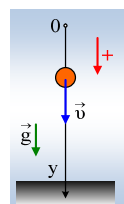
iii) Από την ταράτσα της ίδιας πολυκατοικίας αφήνουμε να πέσουν ταυτόχρονα δυο κιβώτια, ένα πράσινο και ένα κόκκινο (βλέπε σχήμα) του ίδιου όγκου και σχήματος, ενώ στο σχήμα βλέπετε τις θέσεις τους κάποιες στιγμές στη διάρκεια της πτώσης. Ποιο κιβώτιο είναι βαρύτερο και γιατί;

### Απάντηση:

i) Θεωρώντας ως αρχή του άξονα  $y$ , το σημείο που ξεκινά το σώμα και την προς τα κάτω κατεύθυνση ως θετική, για την ελεύθερη πτώση του σώματος ισχύουν:

$$v = g \cdot t \quad (1) \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (2)$$

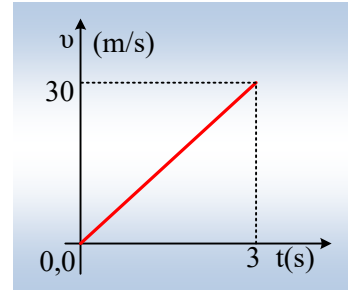
α) Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος  $y=45\text{m}$ , οπότε από την (2) βρίσκουμε:



$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{10}} \text{ s} = 3 \text{ s}$$

Και με αντικατάσταση στην (1):

$$v = g \cdot t = 10 \cdot 3 \text{ m/s} = 30 \text{ m/s}$$

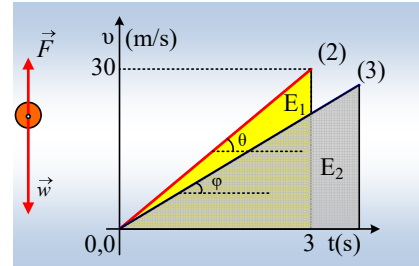


β) Εξάλλου η εξίσωση (1) είναι πρώτου βαθμού, πράγμα που σημαίνει ότι η γραφική παράσταση \$v-t\$ θα είναι μια ευθεία, όπως στο διπλανό διάγραμμα.

ii) Κατά την πτώση της σφαίρας, ασκούνται πάνω της δύο δυνάμεις, το βάρος και η αντίσταση του αέρα \$\vec{F}\$, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a \rightarrow mg - F = m \cdot a \rightarrow$$

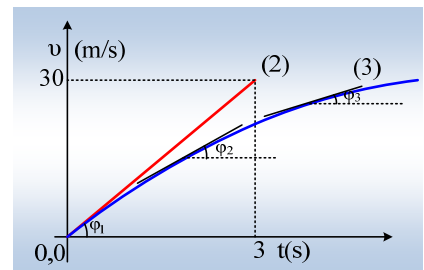
$$a = g - \frac{F}{m} \quad (3)$$



α) Η σχέση αυτή μας λέει ότι η μπάλα θα κινηθεί με σταθερή επιτάχυνση με μέτρο **μικρότερο** από την επιτάχυνση της βαρύτητας. Αλλά τότε το διάγραμμα \$v-t\$ θα είναι ξανά μια ευθεία, η κλίση της οποίας θα είναι μικρότερη από την αντίστοιχη κλίση κατά την ελεύθερη πτώση, όπου η επιτάχυνση είναι ίση με \$g\$. Θα ισχύει δηλαδή \$\varphi < \theta\$, αφού η κλίση \$\frac{\Delta v}{\Delta t}\$ στο παραπάνω διάγραμμα μας δίνει την επιτάχυνση. Μικρότερη κλίση έχει η ευθεία (3) η οποία θα μας δίνει την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο. Αξίζει να σημειωθεί ότι το εμβαδόν του χωρίου μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα \$t\$ είναι αριθμητικά ίσο και με την μετατόπιση της μπάλας. Έτσι τα δύο εμβαδά \$E\_1\$ και \$E\_2\$ είναι ίσα, αλλά τότε ο χρόνος πτώσης της μπάλας είναι μεγαλύτερος από 3s.

β<sub>1</sub>) Αφού η αντίσταση του αέρα είναι ανάλογη της ταχύτητας (θα μπορούσαμε να γράψουμε \$F = -b \cdot v\$) τη στιγμή που αφήνεται η μπάλα να κινηθεί, η ταχύτητα είναι μηδενική, οπότε και η αντίσταση του αέρα είναι μηδενική και από την σχέση (3) βρίσκουμε ότι \$a = g\$. Με άλλα λόγια στη μπάλα ασκείται μόνο το βάρος και η επιτάχυνση είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας.

β<sub>2</sub>) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα καθώς πέφτει το σώμα και αυξάνεται η ταχύτητα της μπάλας, αυξάνεται και η αντίσταση του αέρα, οπότε μειώνεται η επιτάχυνση της μπάλας. Αυτό σημαίνει ότι η κλίση στο διάγραμμα \$v-t\$ θα πρέπει να μειώνεται. Η καμπύλη η οποία ικανοποιεί τη συνθήκη αυτή είναι η καμπύλη (3), όπου \$\varphi\_1 > \varphi\_2 > \varphi\_3\$.



iii) Με βάση την αρχική εικόνα, βλέπουμε το πράσινο κιβώτιο να κινείται πιο γρήγορα προς τα κάτω, από το κόκκινο. Αυτό σημαίνει ότι, παρότι τα κιβώτια κινούνται με μεταβλητές επιταχύνσεις σύμφωνα με την σχέση (3), κάθε στιγμή το πράσινο κιβώτιο έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση από το κόκκινο.

Αλλά ας πάρουμε δύο θέσεις, όπου τα δυο σώματα, έχουν ίσες ταχύτητες. Αυτό σημαίνει και ίσες δυνάμεις

αντίστασης. Στις θέσεις αυτές, με βάση την εξίσωση:

$$a = g - \frac{F}{m}$$

όσο **μεγαλύτερη** είναι η μάζα του σώματος που πέφτει, τόσο **μικρότερη** είναι η τιμή του κλάσματος  $\frac{F}{m}$ , οπότε η επιτάχυνση θα έχει μεγαλύτερη τιμή. Με άλλα λόγια το σώμα που είναι βαρύτερο, κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση (για οποιαδήποτε ταχύτητα) και φτάνει πιο γρήγορα στο έδαφος. Συνεπώς βαρύτερο είναι το πράσινο κιβώτιο.

### **Σχόλιο:**

Σύμφωνα με την Αριστοτελική λογική τα βαρύτερα σώματα πέφτουν γρηγορότερα από τα ελαφρύτερα. Η άποψη αυτή αναιρέθηκε από τον «πατέρα» της σύγχρονης επιστήμης, το Γαλιλαίο, ο οποίος απέδειξε ότι αν αγνοηθεί ο αέρας, τα σώματα πέφτουν ταυτόχρονα. Πάνω σε αυτό το «ταυτόχρονα» πατάει όλη η σύγχρονη Φυσική.

Όμως αν βάλουμε στο παιχνίδι την αντίσταση του αέρα, βλέπουμε ότι η **φιλοσοφική θέση** του Αριστοτέλη, δεν ήταν μακριά από την αλήθεια...

### **Υλικό Φυσικής-Χημείας**

*Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...*

Επιμέλεια:

**Διονόσης Μάργαρης**