

# 19 Μηχανισμοί Διάδοσης της Θερμικής Ενέργειας

Δρ. Σιδεράς Ευστάθιος, Καθηγητής ΑΣΠΑΙΤΕ

Υπάρχουν θερμικές διεργασίες οι οποίες απαιτούν προσθήκη ή αποβολή θερμικής ενέργειας από ένα σώμα ή από ένα σύστημα σωμάτων. Για παράδειγμα, όταν θερμαίνουμε ένα ρευστό (υγρό ή αέριο) η προσθήκη θερμικής ενέργειας σε αυτό ισοδυναμεί με τη **μεταφορά θερμικής ενέργειας** από μια θερμική πηγή προς το ρευστό. Η θερμική ενέργεια διαδίδεται πρώτα μέσα από τα τοιχώματα του δοχείου που είναι σε επαφή με τη θερμική πηγή και στη συνέχεια διαδίδεται μέσα στον όγκο του ρευστού. Τα δυο αυτά μέσα, δηλαδή τα στερεά τοιχώματα του δοχείου και αυτό καθ' εαυτό το ρευστό, στοιχειοθετούν και δυο αντίστοιχους μηχανισμούς διάδοσης της θερμικής ενέργειας, τη **διάδοση με αγωγή** και τη **διάδοση με μεταφορά μάζας**. Ένας τρίτος μηχανισμός είναι η **διάδοση θερμικής ενέργειας με ακτινοβολία** η οποία ως ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία δεν απαιτεί μέσο διάδοσης. Και στους τρεις μηχανισμούς θα εστιάσουμε την προσοχή μας αρχικά στην αναζήτηση των αιτίων που προκαλούν τη διάδοση της θερμικής ενέργειας και στη συνέχεια θα συνθέσουμε τις κατάλληλες μαθηματικές εξισώσεις που συνδέουν τα αίτια αυτά με το **θερμικό ρεύμα**, δηλαδή τη θερμική ενέργεια που μεταφέρεται ανά μονάδα χρόνου.

## 19.1 Διάδοση Θερμικής Ενέργειας με Αγωγή

Θεωρούμε ένα σώμα, στερεό ή υγρό ή αέριο, στο οποίο η θερμοκρασία είναι η ίδια σε όλα τα σημεία του όγκου του. Τι θα συμβεί στο σώμα αυτό αν η θερμοκρασία αλλάξει, για παράδειγμα αυξηθεί με μια φλόγα, σε μια συγκεκριμένη περιοχή του σώματος; Σίγουρα θα έχετε παρατηρήσει ότι, όταν το συγκεκριμένο σώμα αφεθεί ελεύθερο η θερμοκρασία της θερμότερης περιοχής μειώνεται ενώ ταυτόχρονα η θερμοκρασία των ψυχρότερων περιοχών του σώματος αυξάνεται. Η θερμική αυτή διεργασία εξελίσσεται στο χρόνο και σταματά, όταν όλα τα σημεία του σώματος αποκτήσουν την ίδια θερμοκρασία. Όσο χρόνο υπάρχουν διαφορετικές θερμοκρασίες μέσα στο σώμα, η πτώση της θερμοκρασίας, ή ισοδύναμα η ελάττωση της θερμικής ενέργειας, που παρατηρείται στη θερμότερη περιοχή οφείλεται σε απώλεια θερμότητας. Αντίθετα, η αύξηση της θερμοκρασίας, ή ισοδύναμα η αύξηση της θερμικής ενέργειας, που παρατηρείται στις ψυχρότερες περιοχές του σώματος οφείλεται σε προσθήκη θερμότητας. Με άλλα λόγια, μέσα στον όγκο του σώματος λαμβάνει χώρα ανταλλαγή θερμότητας η οποία συντελείται με τη ροή θερμικής ενέργειας από τη θερμότερη περιοχή προς τις ψυχρότερες περιοχές του σώματος.

Τι συμβαίνει όμως στο εσωτερικό του σώματος για να προκαλείται αυτή η ροή της θερμικής ενέργειας; Η απάντηση στο ερώτημα αυτό είναι απλή αρκεί να διερευνήσουμε τη συμπεριφορά του σώματος σε ατομικό ή μοριακό επίπεδο. Οι δεσμοί που συγκρατούν τα άτομα ή τα μόρια μεταξύ τους μέσα σε ένα σώμα αναπαρίστανται με «μικροσκοπικά ελατήρια». Όταν η απόλυτη θερμοκρασία του σώματος είναι 0 K, τα άτομα ή τα μόρια έχουν μηδέν θερμική ενέργεια, ή με άλλα λόγια, αυτά είναι ακίνητα στα άκρα των «μικροσκοπικών ελατηρίων». Όταν στο σώμα προσφερθεί θερμότητα, τα άτομα ή τα μόρια αρχίζουν να ταλαντώνονται γύρω από τις θέσεις ισορροπίας τους με πλάτη που είναι ανάλογα με την ποσότητα της προσφερόμενης θερμότητας. Στην περίπτωση του σώματος που μελετούμε, τα άτομα ή τα μόρια της θερμότερης περιοχής θα ταλαντώνονται με μεγαλύτερα πλάτη και θα αλληλεπιδρούν μέσω μη ελαστικών κρούσεων με τα γειτονικά τους άτομα ή μόρια, τα οποία αντιστοιχούν σε ψυχρότερες περιοχές του σώματος, μεταφέροντας σε αυτά μέρος από την ενέργειά τους. Η θερμική αυτή διεργασία αποτελεί το μηχανισμό **της θερμικής αγωγής**, δηλαδή τη **διάδοσης της θερμικής ενέργειας με αγωγή**.

Ο μηχανισμός της θερμικής αγωγής λαμβάνει χώρα, κατά τον ίδιο ακριβώς τρόπο, και στην περίπτωση που δυο ίδια ή διαφορετικά σώματα έχουν διαφορετικές θερμοκρασίες και βρίσκονται σε επαφή. Στην περιοχή της επαφής, τα άτομα ή τα μόρια του θερμότερου σώματος αλληλεπιδρούν μέσω μη ελαστικών κρούσεων με άτομα ή μόρια του ψυχρότερου σώματος μεταφέροντας σε αυτά μέρος της θερμικής τους ενέργειας.

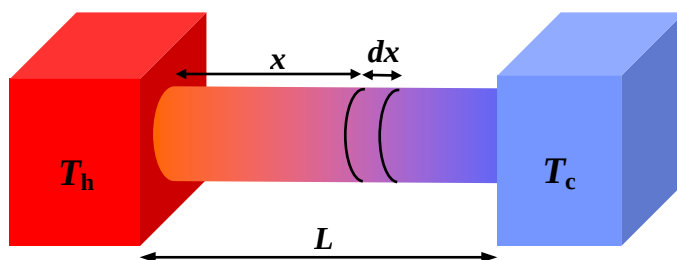
Είναι προφανές ότι η αποτελεσματικότητα του μηχανισμού της θερμικής αγωγής εξαρτάται από τη φύση του υλικού κατασκευής του σώματος. Για παράδειγμα, τα μεταλλικά σώματα είναι συνήθως πολύ καλοί θερμικοί αγωγοί επειδή στη διάδοση της θερμικής ενέργειας συμβάλουν καθοριστικά τόσο τα άτομα που συνθέτουν το μεταλλικό πλέγμα όσο και τα ελεύθερα ηλεκτρόνια. Αντίθετα, τα μη μεταλλικά στερεά σώματα δεν είναι τόσο καλοί θερμικοί αγωγοί σε σχέση με τα μέταλλα επειδή ο μηχανισμός της θερμικής αγωγής οφείλεται αποκλειστικά στις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μορίων που συνήθως συγκρατούνται με ισχυρού ομοιοπολικούς δεσμούς. Στα υγρά οι μέσες αποστάσεις μεταξύ των γειτονικών μορίων είναι σχετικά μεγάλες και οι δεσμοί που συγκρατούν τα μόρια είναι ασθενέστεροι σε σχέση με τα στερεά σώματα. Επομένως και οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μορίων θα είναι ασθενέστεροι σε σχέση με τα στερεά σώματα. Για το λόγο αυτό, ο μηχανισμός θερμικής αγωγής στα υγρά σώματα είναι πολύ περιορισμένος. Τέλος, ο μηχανισμός θερμικής αγωγής στα αέρια είναι πρακτικά ανύπαρκτος επειδή τα άτομα ή τα μόρια που συνθέτουν τα αέρια πρακτικά δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Εξαίρεση στους κανόνες αυτούς αποτελούν ορισμένα πολυσύνθετα υλικά, όπως για παράδειγμα το αφρώδες διογκωμένο πολυστυρένιο και ορισμένες κατηγορίες κεραμικών υλικών, τα οποία αν και στερεά είναι χειρότεροι θερμικοί αγωγοί ακόμα και από τα αέρια.

Σε κάθε περίπτωση, το αίτιο που προκαλεί το μηχανισμό της θερμικής αγωγής είναι η ύπαρξη διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ περιοχών μέσα σε ένα σώμα, ή μεταξύ σωμάτων που είναι σε επαφή. Το αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς θερμοκρασίας είναι η δημιουργία ενός **θερμικού ρεύματος** που μεταφέρει θερμική ενέργεια από μια θερμή περιοχή προς μια ψυχρότερη περιοχή. Εξ ορισμού, το θερμικό ρεύμα  $H$  είναι ίσο με την ποσότητα της θερμικής ενέργειας που μεταφέρεται ανά μονάδα χρόνου:

$$H = \frac{dE_{th}}{dt} \quad (19.1)$$

Στο σύστημα μονάδων SI οι μονάδα μέτρησης του θερμικού ρεύματος είναι το J/s.

Για να προσδιορίσουμε τη σχέση που συνδέει το θερμικό ρεύμα  $H$  συναρτήσει της διαφορά θερμοκρασίας  $\Delta T$  μεταξύ δυο περιοχών ενός σώματος θεωρούμε τη ράβδο του Σχήματος 19.1 στην οποία το εμβαδόν της εγκάρσιας διατομής είναι  $A$  και στην οποία το αριστερό άκρο θερμαίνεται σε θερμοκρασία  $T_h$  ενώ το δεξιό άκρο διατηρείται σε θερμοκρασία  $T_c$  έτσι ώστε  $T_h > T_c$  και  $\Delta T = T_c - T_h$ .



**ΣΧΗΜΑ 19.1** Βρίσκοντας τη σχέση μεταξύ θερμικού ρεύματος και διαφοράς θερμοκρασίας κάτω από συνθήκες θερμικής αγωγής.

Με την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχουν πλευρικές θερμικές απώλειες προς το περιβάλλον, το θερμικό ρεύμα  $H$  διατηρείται το ίδιο σε όλο το μήκος της ράβδου. Φυσικά το ίδιο θερμικό ρεύμα  $H$  θα διέρχεται και από ένα τυχαίο στοιχειώδες τμήμα της ράβδου που έχει μήκος  $dx$  και βρίσκεται σε απόσταση  $x$  από το θερμότερο άκρο. Σύμφωνα με το νόμο του Fourier, αν  $dT$  είναι η στοιχειώδη διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των εγκάρσιων διατομών που οριοθετούν το τμήμα  $dx$ , τότε το θερμικό ρεύμα  $H$  είναι ανάλογο με την επιφάνεια  $A$  της εγκάρσιας διατομής της ράβδου και ανάλογο με τη **θερμοβαθμίδα**  $dT/dx$ . Συγκεκριμένα:

$$H = \frac{dE_{th}}{dt} = -kA \frac{dT}{dx} \quad (19.2)$$

όπου η σταθερά αναλογίας  $k$  είναι η **θερμική αγωγιμότητα** του υλικού κατασκευής της ράβδου. Τα υλικά που έχουν μεγάλη θερμική αγωγιμότητα χαρακτηρίζονται ως **καλοί αγωγοί της θερμότητας**. Αντίθετα, τα υλικά με μικρή θερμική αγωγιμότητα χαρακτηρίζονται ως **κακοί αγωγοί της θερμότητας** ή **μονωτές**. Στο σύστημα μονάδων SI η μονάδα μέτρησης του συντελεστή  $k$  είναι το  $\frac{J}{smK}$ . Στον Πίνακα 19.1 δίνονται οι αριθμητικές τιμές της θερμικής αγωγιμότητας ορισμένων χρήσιμων υλικών.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 19.1** Αριθμητικές τιμές της θερμικής αγωγιμότητας χρήσιμων υλικών σε θερμοκρασία 25 °C.

| Υλικό                      | $k$ (J/smK) | Υλικό        | $k$ (J/smK) |
|----------------------------|-------------|--------------|-------------|
| <b>Μέταλλα</b>             |             | <b>Υγρά</b>  |             |
| Χαλκός                     | 401         | Υδράργυρος   | 8           |
| Αλουμίνιο                  | 250         | Νερό         | 0,58        |
| Ορείχαλκος                 | 109         | Αλκοόλη      | 0,17        |
| Νικέλιο                    | 91          | Λάδι ελιάς   | 0,17        |
| Σίδηρος                    | 80          | Λάδι μηχανής | 0,15        |
| Σφυρήλατος σίδηρος         | 59          | Βενζίνη      | 0,16        |
| Χυτοσίδηρος                | 55          | <b>Αέρια</b> |             |
| Χάλυβας                    | 46          | Αέρας        | 0,024       |
| Ανοξείδωτος χάλυβας        | 16          | Άζωτο        | 0,024       |
| <b>Μη μεταλλικά στερεά</b> |             |              |             |
| Μάρμαρο                    | 3           |              |             |
| Πάγος                      | 2,18        |              |             |
| Άνθρακας                   | 1,7         |              |             |
| Γυαλί                      | 1,05        |              |             |
| Πορσελάνη                  | 1,05        |              |             |
| Γυαλί πυρέξ                | 1,005       |              |             |

Επειδή η θερμοβαθμίδα είναι εξ ορισμού αρνητική, το αρνητικό πρόσημο στην Εξίσωση 19.2 υποδηλώνει ότι το θερμικό ρεύμα έχει θετική φορά προς την κατεύθυνση που ελαττώνεται η θερμοκρασία.

Στην περίπτωση που οι θερμοκρασίες  $T_h$  και  $T_c$  διατηρούνται σταθερές στα άκρα της ράβδου, το σταθερό θερμικό ρεύμα  $H$  μπορεί να υπολογισθεί ως μια συνάρτηση της διαφοράς  $\Delta T = T_c - T_h$ . Συγκεκριμένα, από την Εξίσωση 19.2 έχουμε διαδοχικά:

$$H dx = -kA dT \Rightarrow H \int_0^L dx = -kA \int_{T_h}^{T_c} dT \Rightarrow H L = -kA(T_c - T_h) \Rightarrow$$

$$H = k \frac{A}{L} (T_h - T_c) \quad (19.3)$$

Από την Εξίσωση 19.3 προκύπτει και η παράμετρος της θερμικής αντίστασης  $R_{th}$  η οποία χρησιμοποιείται από τους μηχανικούς για τον υπολογισμό της θερμομόνωσης κτηρίων και η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$R_{th} = \frac{1}{k} \frac{L}{A} \quad (19.4)$$

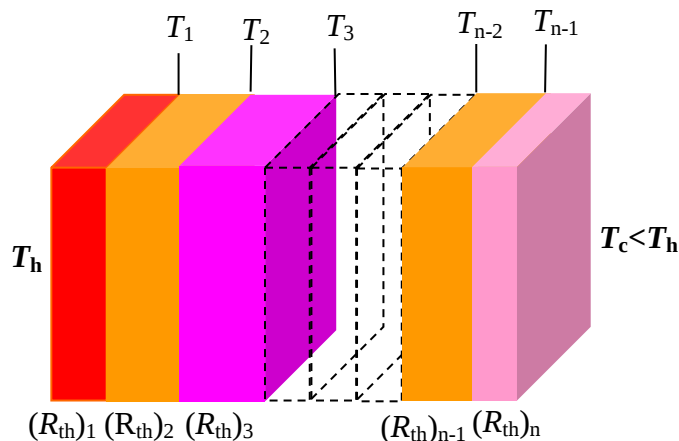
Οπότε, η Εξίσωση 19.3 γράφεται και με τη μορφή:

$$H = \frac{T_h - T_c}{R_{th}} \quad (19.5)$$

Στο σύστημα μονάδων SI, η μονάδα μέτρησης της θερμικής αντίστασης είναι το  $\frac{s K}{J}$ .

## Θερμικοί Αγωγοί σε Σειρά.

Θεωρούμε  $n$  θερμικούς αγωγούς με θερμικές αντιστάσεις  $(R_{th})_1, (R_{th})_2, (R_{th})_3, \dots$  και  $(R_{th})_n$  οι οποίοι τοποθετούνται σε σειρά, ο ένας σε επαφή με τον άλλο, όπως δείχνει το Σχήμα 19.2.



**ΣΧΗΜΑ 19.2** Θερμικοί αγωγοί σε σειρά.

Αν διατηρήσουμε σταθερές τις θερμοκρασίες  $T_h$  και  $T_c$  των ελεύθερων επιφανειών του πρώτου και του  $n$ -οστού θερμικού αγωγού, και με την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχουν πλευρικές θερμικές απώλειες, τότε ένα σταθερό θερμικό ρεύμα  $H$  θα ρέει από τον πρώτο προς τον  $n$ -οστό θερμικό αγωγό. Κάτω από αυτές τις συνθήκες, αν  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_{n-2}$  και  $T_{n-1}$  είναι θερμοκρασίες στις επαφές των θερμικών αγωγών, τότε για κάθε θερμικό αγωγό η Εξίσωση 19.5 δίνει:

$$\begin{aligned}
H (R_{th})_1 &= T_h - T_1 \\
H (R_{th})_2 &= T_1 - T_2 \\
H (R_{th})_3 &= T_2 - T_3 \\
&\dots\dots\dots \\
&\dots\dots\dots \\
H (R_{th})_{n-1} &= T_{n-2} - T_{n-1} \\
H (R_{th})_n &= T_{n-1} - T_c
\end{aligned}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις παραπάνω εξισώσεις θα έχουμε:

$$H [(R_{th})_1 + (R_{th})_2 + (R_{th})_3 + \dots + (R_{th})_n] = T_h - T_c \quad \Rightarrow$$

$$H (R_{th})_{tot} = T_h - T_c \quad \Rightarrow$$

$$H = \frac{T_h - T_c}{(R_{th})_{tot}} \quad (19.6)$$

όπου

$$(R_{th})_{tot} = (R_{th})_1 + (R_{th})_2 + (R_{th})_3 + \dots + (R_{th})_n = \sum_{i=1}^n (R_{th})_i \quad (19.7)$$

είναι η ολική θερμική αντίσταση του συστήματος των n θερμικών αγωγών που είναι σε σειρά. Για παράδειγμα, η Εξίσωση 19.7 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να τον υπολογισμό της συνολικής θερμικής αντίστασης ενός παράθυρου με διπλά τζάμια ή ακόμα και ενός τοίχου οικοδομής ο οποίος αποτελείται από δυο εξωτερικά στρώματα σοβά δυο παράλληλα τοιχία με τούβλα και από ένα στρώμα θερμομονωτικού υλικού που βρίσκεται μεταξύ των δυο τοιχίων.

## 19.2 Διάδοση Θερμικής Ενέργειας με Μεταφορά Μάζας

Η διάδοσης της θερμικής ενέργειας με μεταφορά μάζας είναι ένας μηχανισμός που λαμβάνει χώρα μόνο στα ρευστά (υγρά ή αέρια). Ανάλογα με τα αίτια που προκαλούν τη μεταφορά της μάζα του ρευστού, διακρίνουμε δυο διαφορετικές περιπτώσεις διάδοσης της θερμικής ενέργειας. Στη διάδοση της θερμικής ενέργειας με **φυσική ροή του ρευστού** και στη διάδοση της θερμικής ενέργειας με **εξαναγκασμένη ροή του ρευστού**.

Η διάδοση της θερμικής ενέργειας με φυσική ροή του ρευστού συμβαίνει όταν μέσα στο ρευστό υπάρχουν περιοχές με διαφορετικές θερμοκρασίες. Στις περιοχές αυτές, όσο πιο μεγάλη είναι η θερμοκρασία του ρευστού τόσο πιο μικρή θα είναι η πυκνότητα του. Επομένως, σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη, η ποσότητα του ρευστού που βρίσκεται σε μια θερμή περιοχή θα ανέρχεται σε υψηλότερα σημεία μέσα στο ρευστό ενώ ταυτόχρονα η ποσότητα ρευστού που βρίσκεται σε μια ψυχρή περιοχή θα κατέρχεται σε κατώτερα σημεία μέσα στο ρευστό. Με αυτό τον τρόπο μεταφέρεται η θερμική ενέργεια σε ολόκληρο τον όγκο του ρευστού. Ο μηχανισμός διάδοσης της θερμικής ενέργειας με φυσική ροή ενός ρευστού δεν χρειάζεται κάποιο μηχανικό σύστημα (π.χ. ανεμιστήρα ή αντλία) για να ανακατέψει το ρευστό. Ο μηχανισμός αυτός σταματά όταν η θερμοκρασία σε όλο τον όγκο του ρευστού είναι η ίδια.

Η διάδοση της θερμικής ενέργειας με εξαναγκασμένη ροή του ρευστού συμβαίνει όταν μέσα στο ρευστό υπάρχουν περιοχές με διαφορετικές πιέσεις, οπότε το ρευστό ρέει από την υψηλή προς τη χαμηλή πίεση. Οι διαφορετικές αυτές πιέσεις μπορούν να δημιουργηθούν με

ένα ανεμιστήρα ή με μια αντλία ή με θερμικές διεργασίες όπως ακριβώς συμβαίνει με τα με τα μετεωρολογικά βαρομετρικά υψηλά ή χαμηλά.

Έχει βρεθεί πειραματικά ότι, και στις δυο περιπτώσεις μεταφοράς της θερμικής ενέργειας με ροή ρευστού, το θερμικό ρεύμα, ή καλύτερα ο ρυθμός  $H = dE_{th}/dt$  με τον οποίο μεταφέρεται η θερμική ενέργεια από την περιοχή υψηλής θερμοκρασίας  $T_h$  προς τις υπόλοιπες περιοχές του ρευστού είναι ανάλογος με την επιφάνεια  $A$  της εγκάρσιας διατομής της θερμής περιοχής και ανάλογος (με πολύ καλή προσέγγιση) με τη διαφορά θερμοκρασίας  $\Delta T = T_h - T_\infty$ , όπου  $T_\infty$  είναι η θερμοκρασία το ρευστού σε πολύ μεγάλη απόσταση από τη θερμή περιοχή. Συγκεκριμένα, τα θερμικά ρεύματα  $H_{Free}$  και  $H_{Forced}$  που αντιστοιχούν σε φυσική και εξαναγκασμένη ροή ρευστού θα δίνονται από τις σχέσεις:

$$H_{Free} = \left( \frac{dE_{th}}{dt} \right)_{Free} = h_{Free} A (T_h - T_\infty) \quad (19.8)$$

$$H_{Forced} = \left( \frac{dE_{th}}{dt} \right)_{Forced} = h_{Forced} A (T_h - T_\infty) \quad (19.9)$$

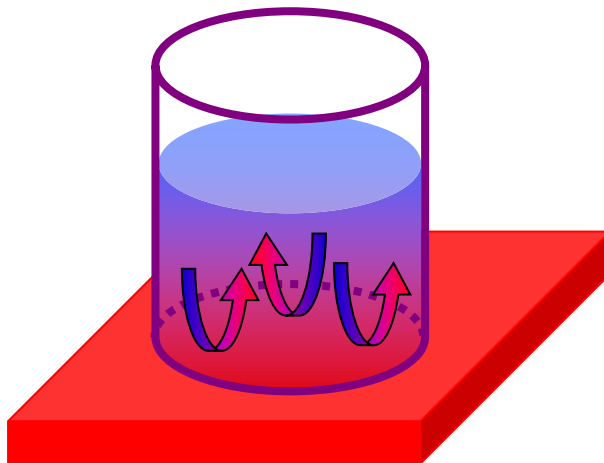
Στις Εξισώσεις 16.56 και 16.57, οι συντελεστές αναλογίας  $h_{Free}$  και  $h_{Forced}$  έχουν μονάδες  $J/sm^2K$  αντιστοιχούν στους συντελεστές μεταφοράς θερμικής ενέργειας με ελεύθερη ροή και εξαναγκασμένη ροή ρευστού. Στον Πίνακα 16.6 δίνονται οι τυπικές τιμές των παραμέτρων  $T_{Free}$  και  $T_{Forced}$  για τα υγρά και τα αέρια.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 19.2** Οι τυπικές τιμές των παραμέτρων  $h_{Free}$  και  $h_{Forced}$ .

| Ρευστό | $h_{Free} (J/sm^2K)$ | $h_{Forced} (J/sm^2K)$ |
|--------|----------------------|------------------------|
| Υγρό   | 50 – 1000            | 100 – 20000            |
| Αέριο  | 2 – 25               | 25 – 250               |

Για να αντιληφθείτε και να κατανοήσετε καλύτερα το μηχανισμό της διάδοσης της θερμικής ενέργειας με μεταφορά μάζας δίνουμε τα παρακάτω χαρακτηριστικά παραδείγματα.

**Θερμαίνοντας Νερό.** Το δοχείο με το νερό βρίσκεται πάνω στο θερμαντικό σώμα όπως δείχνει το Σχήμα 19.3

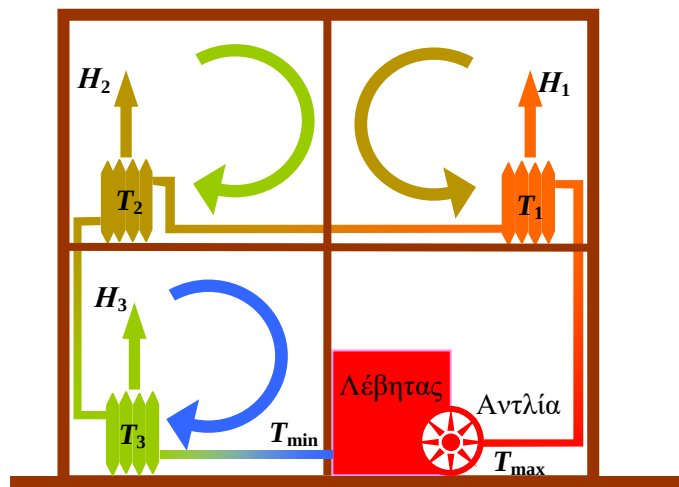


**ΣΧΗΜΑ 19.3** Θερμαίνοντας το νερό ενός δοχείου.

Η θερμική ενέργεια του θερμαντικού σώματος διαδίδεται με θερμική αγωγή από το θερμαντικό σώμα προς το στρώμα του νερού που είναι σε επαφή με τον πυθμένα του δοχείου. Η θερμοκρασία του νερού στο στρώμα αυτό αυξάνεται με ταυτόχρονη μείωση της τιμής της πυκνότητάς του. Τα υπερκείμενα στρώματα νερού είναι ψυχρότερα με ελαφρώς μεγαλύτερη πυκνότητα. Κάτω από τις συνθήκες αυτές, και σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη, ποσότητες θερμού νερού ανέρχονται με φυσική ροή από τον πυθμένα προς την επιφάνεια και ταυτόχρονα, οι ποσότητες αυτές αναπληρώνονται με ποσότητες ψυχρού νερού που κατέρχονται με φυσική ροή από τα υπερκείμενα στρώματα. Η ανακύκλωση του νερού γίνεται άμεσα αντιληπτή σε όλους μας όταν το νερό αρχίζει να βράζει.

### Θερμαίνοντας ένα δωμάτιο.

Το Σχήμα 16.30 δείχνει την τυπική εγκατάσταση καλοριφέρ σε ένα κτήριο καθώς και την κατανομή των θερμοκρασιών ανά δωμάτιο.



**ΣΧΗΜΑ 19.4** Μια τυπική εγκατάσταση καλοριφέρ σε ένα κτήριο.

Η θερμική ενέργεια μεταφέρεται στα θερμαντικά σώματα με εξαναγκασμένη ροή ζεστού νερού από το λέβητα μέσω μιας αντλίας. Το νερό φεύγει από το λέβητα με θερμοκρασία  $T_{\max}$  και εξαιτίας των θερμικών απωλειών, τα θερμαντικά σώματα θερμαίνονται σε θερμοκρασίες  $T_1$ ,  $T_2$  και  $T_3$  και τελικά το νερό επιστρέφει στο λέβητα με θερμοκρασία  $T_{\min}$ . Στο Σχήμα 19.4, οι θερμοκρασίες αναπαρίστανται με διαφορετικά χρώματα τόσο στα θερμαντικά σώματα όσο και στους σωλήνες εξαναγκασμένης ροής του ζεστού νερού.

Σε κάθε δωμάτιο, ο θερμός αέρας που περιβάλλει το θερμαντικό σώμα έχει μικρότερη πυκνότητα σε σχέση με τον υπόλοιπο αέρα του δωματίου και επομένως ανέρχεται με φυσική ροή σε υψηλότερα σημεία δημιουργώντας ένα θερμικό ρεύμα  $H$  το οποίο έχει φορά προς τα πάνω. Με φυσική ροή επίσης, ο ψυχρός αέρας κατέρχεται για να αναπληρώσει τις ανερχόμενες αέριες μάζες. Η ανακύκλωση αυτή του αέρα μέσα στο δωμάτιο συνεχίζεται μέχρι η θερμοκρασία γίνει ίδια σε όλα τα σημεία του όγκου του αέρα.

### Απολαμβάνοντας την αύρα της θάλασσας

Η αύρα που απολαμβάνουμε τα καλοκαιριάτικα πρωινά στις παραλίες έχει φορά από τη ξηρά προς τη θάλασσα. Αντίθετα, το απόγευμα μιας καλοκαιρινής μέρα η αύρα έχει φορά από τη θάλασσα προς τη ξηρά. Το φαινόμενο αυτό αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μεταφοράς θερμικής ενέργειας με ελεύθερη ροή αέρα.

Συγκεκριμένα, κατά τις πρωινές ώρες η θερμοκρασία στην επιφάνεια της θάλασσας είναι μεγαλύτερη από τη θερμοκρασία στην επιφάνεια της ξηράς. Το γεγονός αυτό έχει σαν

αποτέλεσμα οι θερμότερες αέριες μάζες που είναι στην επιφάνεια της θάλασσας να ανέρχονται σε υψηλότερα σημεία μέσα στην ατμόσφαιρα. Οι μάζες αυτές του αέρα αναπληρώνονται με φυσική ροή του ψυχρότερου αέρα από τη ξηρά προς τη θάλασσα.

Αντίθετα, μετά τις μεσημεριανές ώρες η θερμοκρασία του αέρα που βρίσκεται πάνω από τη ξηρά αυξάνεται σε σχέση με τη θερμοκρασία στην επιφάνεια της θάλασσας η οποία παραμένει περίπου σταθερή. Κάτω από αυτές τις συνθήκες αναστρέφεται η φορά κίνησης της αύρας.

### 19.3 Διάδοση Θερμικής Ενέργειας με Ακτινοβολία – Ακτινοβολία Μελανού Σώματος

**Ακτινοβολία** είναι ένας όρος που χρησιμοποιείται σε πολλές διαδικασίες που περιλαμβάνουν «μεταφορά» ενέργειας μέσω *ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων*. Σε πολλές περιπτώσεις, τα αίτια αυτά έχουν σχέση μόνο με τη θερμοκρασία του ακτινοβολούντος σώματος και ως εκ τούτου η ακτινοβολία αυτή λέγεται και **θερμική**. Ο τρόπος διάδοσης της θερμικής ενέργειας με ακτινοβολία διαφέρει σε δυο σημαντικά σημεία από τη θερμική αγωγή και από τη διάδοση της θερμικής ενέργειας με μεταφορά μάζας:

1. Δεν απαιτείται μέσο μεταφοράς, και
2. Η θερμική ενέργεια που εκπέμπεται ανά μονάδα χρόνου είναι ανάλογη με την τετάρτη δύναμη της θερμοκρασίας (**νόμος των Stefan – Boltzmann**).

Για τη θεωρητική μελέτη της ακτινοβολίας μιας θερμικής πηγής, ο Planck υπέθεσε ότι τα άτομα που αποτελούν την ακτινοβολούσα πηγή συμπεριφέρονται σαν στοιχειώδη αρμονικοί ηλεκτρομαγνητικοί ταλαντωτές οι οποίοι εκπέμπουν ενέργεια, αλλά και απορροφούν ενέργεια. Επίσης κάθε τέτοιος στοιχειώδης ταλαντωτής έχει τη δική του συχνότητα  $f$  η δε τιμή  $E$  της ενέργειας την οποία μπορεί να εκπέμψει είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της ποσότητας  $hf$ . Συγκεκριμένα:

$$E = nhf = n \frac{hc}{\lambda} \quad (19.10)$$

όπου  $f=c/\lambda$ ,  $h=6,63 \times 10^{-34}$  είναι η σταθερά **δράσης του Planck**,  $n$  είναι ένας ακέραιο αριθμός ο οποίος αναφέρεται και ως **κβαντικός αριθμός**,  $c=3 \times 10^8$  m/s είναι η ταχύτητα του φωτός και  $\lambda$  είναι το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπεται.

Η Εξίσωση 19.10 δηλώνει ότι η ενέργεια ενός ταλαντωτή είναι κβαντισμένη, δηλαδή μπορεί να πάρει μόνο διακριτές τιμές. Το γεγονός αυτό έρχεται σε αντίφαση με τις αρχές της κλασσικής Μηχανικής όπου η ενέργεια ενός οποιουδήποτε κλασσικού ταλαντωτή εξαρτάται από το τετράγωνο του πλάτους ταλάντωσης και ως εκ τούτου μπορεί να λάβει οποιαδήποτε τιμή. Για το λόγο αυτό, αλλά και από το γεγονός ότι η τιμή της σταθεράς  $h$  είναι υπερβολικά μικρή, προκύπτει ότι στους κλασσικούς ταλαντωτές μεγάλης κλίμακας, (π.χ. σύστημα μάζας-ελατηρίου, μαθηματικό εκκρεμές κ.λ.π.), οι κβαντικοί αριθμοί  $n$  είναι τεράστιοι ( $n \sim 10^{28}$ ) και η κβαντική φύση της ενέργειας των ταλαντώσεων δεν είναι προφανής.

Επίσης, ο Planck για να ερμηνεύσει τη φασματική κατανομή ενός σώματος που ακτινοβολεί υπέθεσε ότι οι στοιχειώδεις ταλαντωτές δεν ακτινοβολούν ενέργεια με συνεχή τρόπο αλλά με άλματα ή κβάντα. Αυτά τα κβάντα ενέργειας ονομάζονται **φωτόνια** και εκπέμπονται όταν ένας ταλαντωτής μεταπίπτει από μια κβαντισμένη ενεργειακή κατάσταση σε άλλη. Έτσι, αν ο κβαντικός αριθμός  $n$  μεταβληθεί κατά μια μονάδα, τότε από την Εξίσωση 19.10 προκύπτει ότι το ποσό  $\Delta E$  της ενέργειας που εκπέμπεται ή που απορροφάται από ένα στοιχειώδη ταλαντωτή θα είναι ίσο με:

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad (19.11)$$

Ο Planck χρησιμοποίησε τις παραπάνω υποθέσεις για να μελετήσει την ακτινοβολία που εκπέμπει ένα **μελανό σώμα** (blackbody – μαύρο σώμα). Το μελανό σώμα:

- Είναι ένας ιδανικός πομπός ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.
- Απορροφά όλη την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που προσπίπτει πάνω σε αυτό.
- Εκπέμπει την περισσότερη ενέργεια από κάθε άλλη πραγματική επιφάνεια με την οποία έχει την ίδια θερμοκρασία.
- Εκπέμπει την ακτινοβολία ομοιόμορφα προς όλες τις διευθύνσεις.

Η ακτινοβολία του μελανού σώματος υπακούει στους παρακάτω νόμους:

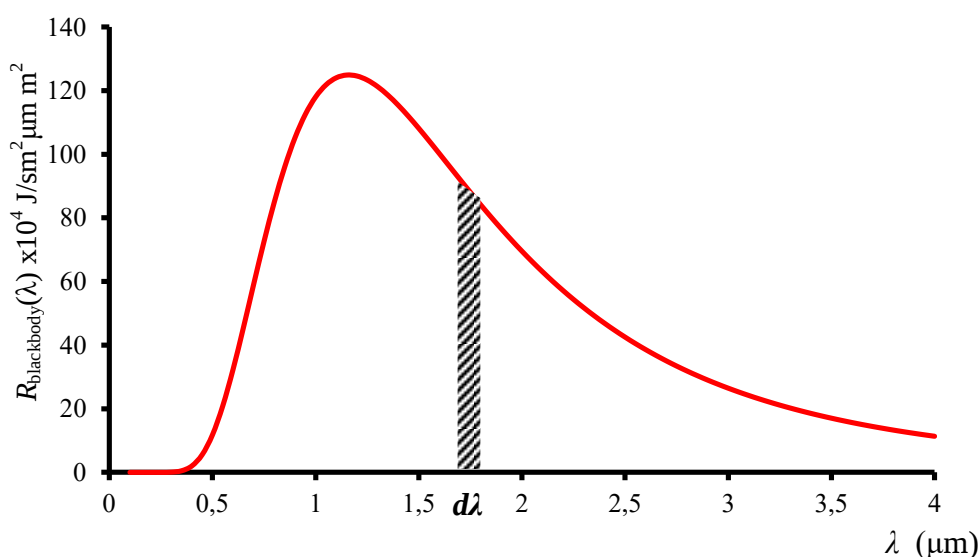
## Νόμος της Κατανομής Planck.

Σύμφωνα με τον νόμο αυτό, η κατανομή της θερμικής ενέργειας  $R_{\text{blackbody}}(\lambda, T)$  που εκπέμπεται από το μελανό σώμα ανά μονάδα χρόνου, ανά μονάδα επιφανείας και ανά μήκος κύματος εξαρτάται από το μήκος κύματος και τη θερμοκρασία του σώματος και ικανοποιεί τη σχέση:

$$R_{\text{blackbody}}(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} \quad (19.12)$$

όπου  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  είναι η σταθερά του Boltzmann, και  $T$  είναι η θερμοκρασία του μέλανος σώματος σε Kelvin. Το Σχήμα 19.5 δείχνει την κατανομή αυτή του Planck για ορισμένες θερμοκρασίες  $T$  του μελανού σώματος. Από την Εξίσωση 16.60 προκύπτει και η κατανομή της πυκνότητας ενέργειας  $\rho_f$  που εκπέμπεται ανά συχνότητα από το μελανό σώμα:

$$\rho_f = \epsilon_r \frac{8\pi hf^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hf}{k_B T}} - 1} \quad (19.13)$$



**ΣΧΗΜΑ 19.5** Το διάγραμμα της φασματικής κατανομής της θερμικής ενέργειας που εκπέμπεται από το μελανό σώμα ανά μονάδα χρόνου, ανά μονάδα επιφανείας και ανά μήκος κύματος.

## Νόμος των Stefan - Boltzmann

Η παράμετρος  $R_{\text{blackbody}}(\lambda, T)$  ορίζεται έτσι ώστε η ποσότητα  $R_{\text{blackbody}}(\lambda, T)d\lambda$  να αντιστοιχεί στη στοιχειώδη θερμική ενέργεια που εκπέμπεται ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας σε συγκεκριμένη περιοχή μηκών κύματος που έχει εύρος  $d\lambda$  (γραμμοσκιασμένο τμήμα της κατανομής  $R_{\text{blackbody}}(\lambda, T)$  του Σχήματος 19.5). Από τον ορισμό αυτό, και δεδομένου ότι η θερμική ενέργεια εκπέμπεται ομοιόμορφα από όλα τα σημεία της επιφάνειας του μελανού σώματος, προκύπτει η ολική θερμική ενέργεια που εκπέμπεται ανά μονάδα χρόνου:

$$H_{\text{blackbody}}(T) = A \int_0^{\infty} R_{\text{blackbody}}(\lambda, T) d\lambda \quad (19.14)$$

όπου  $A$  είναι το εμβαδόν της θερμικής πηγής.

Από το ολοκλήρωμα της Εξίσωσης 16.62, αλλά και από το διάγραμμα του Σχήματος 19.14, προκύπτει ότι το θερμικό ρεύμα  $H_{\text{blackbody}}(T)$  που εκπέμπεται από την επιφάνεια  $A$  του μελανού σώματος, σε όλο το φάσμα μηκών κύματος που μπορεί να εκπέμψει αυτό, είναι ίσο με το εμβαδόν της περιοχής που περικλείεται μεταξύ του άξονα  $\lambda$  και της καμπύλης  $R_{\text{blackbody}}(\lambda, T)$  (βλέπε Σχήμα 19.5). Πράγματι, από τις Εξισώσεις 19.12 και 19.14 προκύπτει ο νόμος των **Stefan-Boltzmann** ο οποίος περιγράφει την εξάρτηση της ολικής θερμικής ενέργειας, που εκπέμπεται ανά μονάδα χρόνου, από τη θερμοκρασία  $T$  (σε Kelvin) του μέλανος σώματος. Συγκεκριμένα, αν στην Εξίσωση 19.12 θέσουμε:

$$x = \frac{hc}{\lambda k_B T}$$

θα έχουμε:

$$\lambda = \frac{hc}{x k_B T} \quad \text{και} \quad d\lambda = -\frac{hc}{x^2 k_B T} dx$$

Από τον ορισμό των παραμέτρων  $x$  και  $d\lambda$  και την Εξίσωση 19.12, η Εξίσωση 19.14 γίνεται:

$$H_{\text{blackbody}}(T) = A \int_0^{\infty} R_{\text{blackbody}}(\lambda, T) d\lambda = A \int_0^{\infty} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} d\lambda \quad \Rightarrow$$

$$H_{\text{blackbody}}(T) = A 2\pi hc^2 \int_{\infty}^0 \frac{1}{\left(\frac{hc}{x k_B T}\right)^5} \cdot \left(\frac{1}{e^x - 1}\right) \left(-\frac{hc}{x^2 k_B T}\right) dx \quad \Rightarrow$$

$$H_{\text{blackbody}}(T) = A \frac{2\pi k_B^4}{h^3 c^2} T^4 \left( -\int_{\infty}^0 \frac{x^3}{e^x - 1} \right) = A \frac{2\pi k_B^4}{h^3 c^2} T^4 \left( \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} \right) \quad \Rightarrow$$

$$H_{\text{blackbody}}(T) = A \frac{2\pi k_B^4}{h^3 c^2} T^4 \cdot \frac{\pi^4}{15} \quad (19.15)$$

**Προσέξτε!!!** Με την αντικατάσταση της μεταβλητής  $\lambda$  με την παράμετρο  $x$  άλλαξαν τα όρια του ολοκληρώματος. Έχοντας ως μεταβλητή το  $\lambda$  τα όρια ήταν από  $0 \rightarrow \infty$ . Επειδή όμως, όταν το  $\lambda \rightarrow 0$  η μεταβλητή  $x \rightarrow \infty$  και όταν  $\lambda \rightarrow \infty$  το  $x \rightarrow 0$  τα όρια της μεταβλητής  $x$  στο συγκεκριμένο ολοκλήρωμα θα είναι από  $\infty \rightarrow 0$ . Με την αλλαγή όμως του αρνητικού πρόσημου το ολοκλήρωμα επανήλθε στα αρχικά του όρια, δηλαδή από  $0 \rightarrow \infty$ .

Καταλήξαμε στην Εξίσωση (19.15) κάνοντας χρήση του ολοκληρώματος:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

η Εξίσωση 19.5 δίνει τελικά:

$$H_{\text{blackbody}}(T) = A \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} T^4 \quad (19.16)$$

$$H_{\text{blackbody}}(T) = A\sigma T^4 \quad (\text{νόμος των Stefan – Boltzmann}) \quad (19.17)$$

όπου

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \times 10^{-8} \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ K}^{-4} \quad (19.18)$$

είναι η **σταθερά των Stefan – Boltzmann**.

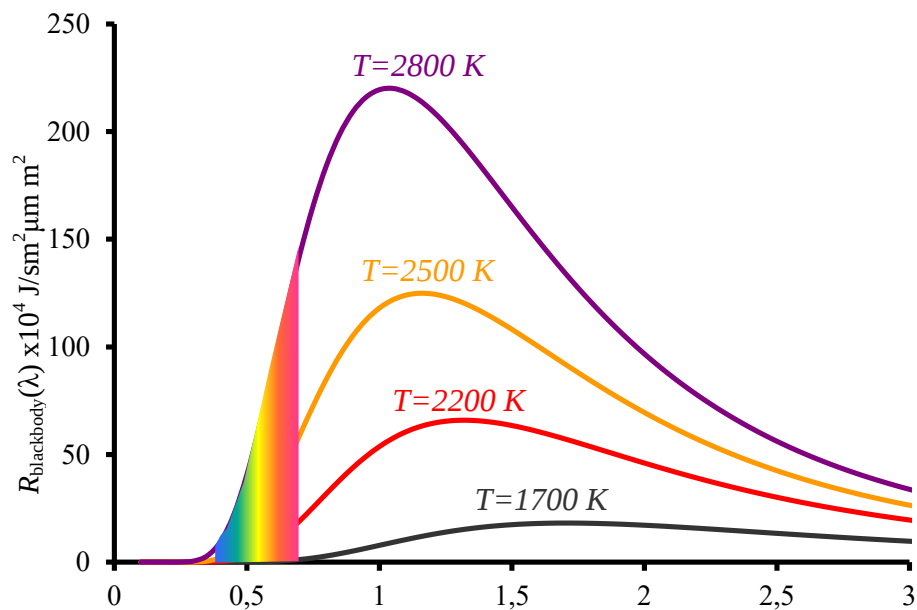
## Ο Νόμος της Μετατόπισης του Wien

Όλοι έχετε παρατηρήσει ότι, κάθε σώμα που θερμαίνεται σε υψηλή θερμοκρασία εκπέμπει κυρίως θερμική ενέργεια και πάνω από μια συγκεκριμένη θερμοκρασία εκπέμπει και φως διαφόρων χρωμάτων. Όσο αυξάνεται η θερμοκρασία, το σώμα αρχικά γίνεται κόκκινο και στη συνέχεια το χρώμα αλλάζει σε αποχρώσεις του πορτοκαλί, του κίτρινου για να γίνει τελικά λευκό. Παράλληλα με την αλλαγή του χρώματος, η θερμική ενέργεια που εκπέμπει το σώμα αυξάνεται απότομα σύμφωνα πάντα με το νόμο των Stefan – Boltzmann.

Οι παρατηρήσεις αυτές διαπιστώνονται και ερμηνεύονται εύκολα μελετώντας τη φασματική κατανομή  $R_{\text{blackbody}}(\lambda, T)$  της θερμικής ενέργειας που εκπέμπει ένα μελανό σώμα ανά μονάδα χρόνου, ανά μονάδα επιφανείας και ανά μήκος κύματος. Το Σχήμα 19.6 δείχνει τη φασματική κατανομή της παραμέτρου  $R_{\text{blackbody}}(\lambda, T)$  για τέσσερις διαφορετικές θερμοκρασίες ενός μελανού σώματος. Στο ίδιο σχήμα έχει σχεδιαστεί με αντίστοιχα χρώματα και η περιοχή του φάσματος με μήκη κύματος  $0,4 \mu\text{m} < \lambda < 0,7 \mu\text{m}$  που αντιστοιχεί στη ορατή ακτινοβολία. Διαπιστώνετε πράγματι ότι, όταν θερμοκρασία του σώματος είναι:

- $T < 1700 \text{ K}$ , το μελανό σώμα εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μήκη κύματος  $\lambda > 0,7 \mu\text{m}$ , διατηρεί το μελανό του χρώμα και εκπέμπει μόνο θερμική ενέργεια.
- $T = 2200 \text{ K}$ , το μελανό σώμα γίνεται κόκκινο αφού μέσα στη φασματική κατανομή της παραμέτρου  $R_{\text{blackbody}}(\lambda)$  περιλαμβάνονται και μήκη κύματος  $0,6 \mu\text{m} < \lambda < 0,7 \mu\text{m}$  τα οποία αντιστοιχούν στο κόκκινο χρώμα.
- $T = 2500 \text{ K}$ , το μελανό σώμα εκπέμπει κόκκινο χρώμα, λιγότερο πορτοκαλί και κίτρινο και ακόμα λιγότερο πράσινο χρώμα. Για το λόγο αυτό, το χρώμα που αποκτά το μελανό σώμα αντιστοιχεί σε αποχρώσεις του πορτοκαλί.

- $T > 2800 \text{ K}$ , το μελανό σώμα εκπέμπει όλα τα χρώματα από το κόκκινο μέχρι και το ιώδες. Για το λόγο αυτό το χρώμα που αποκτά το σώμα αυτό είναι λευκό.



**ΣΧΗΜΑ 19.6** Το διάγραμμα της φασματικής κατανομής της θερμικής ενέργειας που εκπέμπεται από το μέλαν σώμα ανά μονάδα χρώ  $\lambda \mu m$  ανά μονάδα επιφανείας και ανά μήκος κύματος.

Παρατηρώντας το Σχήμα 19.6 διαπιστώνουμε ότι με την αύξηση της θερμοκρασίας του μελανού σώματος, η φασματική κατανομή της παραμέτρου  $R_{\text{blackbody}}(\lambda, T)$  μετατοπίζεται προς μικρότερα μήκη κύματος. Προς μικρότερα μήκη κύματος μετατοπίζεται επίσης και το μήκος κύματος  $\lambda_{\text{max}}$  το οποίο αντιστοιχεί στο μέγιστο της συνάρτησης  $R_{\text{blackbody}}(\lambda, T)$ . Αυτή μετατόπιση του  $\lambda_{\text{max}}$  εξηγείται εύκολα χρησιμοποιώντας το νόμο της κατανομής του Planck. Πράγματι, από το γεγονός ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $R_{\text{blackbody}}(\lambda, T)$  ως προς το μήκος κύματος  $\lambda$  στο σημείο  $\lambda = \lambda_{\text{max}}$  είναι μηδέν (τοπικό μέγιστο) προκύπτει ότι:

$$\left. \frac{dR_{\text{blackbody}}(\lambda, T)}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\text{max}}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\text{max}} = \frac{hc}{4,965k_B} \cdot \frac{1}{T} \quad \Rightarrow$$

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2900}{T} (\mu m) \quad (19.9)$$

Η Εξίσωση 19.9 περιγράφει το **νόμο της μετατόπισης του Wien** για το μελανό σώμα.

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ** Ο Νόμος της κατανομής του Planck, το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο και το Φαινόμενο Compton θεμελίωσαν τη σύγχρονη Κβαντομηχανική.

## Ακτινοβολία Φαιού (γκρίζου) Σώματος.

Το μελανό σώμα, όπως αυτό ορίστηκε, είναι ένα ιδεατό σώμα με ιδανικές ιδιότητες. Στην πράξη, οι επιφάνειες όλων των σωμάτων:

- Έχουν μικρότερη ικανότητα εκπομπής και απορρόφησης της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε σχέση με το μελανό σώμα.
- Ανακλούν την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.
- Δεν υπακούουν στους νόμους που ισχύουν για το μελανό σώμα.

Για να υπολογίσουμε το θερμικό ρεύμα που εκπέμπει μια πραγματική επιφάνεια εισάγουμε τον **φασματικό συντελεστή εκπομπής**  $\epsilon_r(\lambda, T)$  ο οποίος είναι ένα πραγματικός αριθμός με τιμές μεταξύ του μηδενός και του ένα ( $0 < \epsilon_r(\lambda, T) < 1$ ) και ο οποίος εξαρτάται από τα μήκη κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπεται και από τη θερμοκρασία του σώματος. Ο συντελεστής αυτός ορίζεται με τη σχέση:

$$R(\lambda, T) = \epsilon_r(\lambda, T) R_{\text{blackbody}}(\lambda, T) \quad (19.20)$$

όπου  $R(\lambda, T)$  είναι η ενέργεια που εκπέμπεται από την πραγματική επιφάνεια ανά μονάδα χρόνου, ανά μονάδα επιφανείας και ανά μήκος κύματος. Στην ειδική περίπτωση όπου ο φασματικός συντελεστής εκπομπής  $\epsilon_r(\lambda, T) = \epsilon_r$  είναι σταθερός, δηλαδή είναι ανεξάρτητος από το μήκος κύματος  $\lambda$  της ακτινοβολίας και τη θερμοκρασία  $T$ , το σώμα που εκπέμπει τη θερμική ακτινοβολία ονομάζεται **φαιό (ή γκρίζο) σώμα**. Στην ειδική αυτή περίπτωση, η Εξίσωση 19.20, σε συνδυασμό με τις Εξισώσεις 19.14 και 19.17, δίνει:

$$H_{\text{blackbody}}(T) = \epsilon_r A \sigma T^4 \quad (\text{ακτινοβολία φαιού σώματος}) \quad (19.21)$$

όπου ο συντελεστής  $\epsilon_r$  ονομάζεται **συντελεστής εκπομπής φαιού σώματος**. Στον Πίνακα 19.3 δίνονται οι τιμές του συντελεστή εκπομπής  $\epsilon_r$  ορισμένων αντιπροσωπευτικών σωμάτων.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 19.3** Ο συντελεστής εκπομπής ορισμένων αντιπροσωπευτικών σωμάτων.  
(Πηγή: Electro-Optical Industries, USA)

| Σώμα                                                | $\epsilon_r$ |
|-----------------------------------------------------|--------------|
| Επάργυρη κατοπτρική επιφάνεια                       | $\sim 0$     |
| Χαλκός με λεία επιφάνεια ( $100^\circ\text{C}$ )    | 0,023        |
| Σίδηρος με γκρίζα επιφάνεια ( $100^\circ\text{C}$ ) | 0,31         |
| Πυρίμαχο τούβλο                                     | 0,75         |
| Ανοδιομένο αλουμίνιο, Μαύρο                         | 0,82         |
| Μπλε                                                | 0,87         |
| Καφέ                                                | 0,86         |
| Πράσινο                                             | 0,88         |
| Κόκκινο                                             | 0,88         |
| Κίτρινο                                             | 0,87         |
| Κατοπτρικό                                          | 0,04         |
| Έδαφος, ξηρό                                        | 0,92         |
| Έδαφος, υγρό                                        | 0,93         |
| Κόκκινο τούβλο ( $20^\circ\text{C}$ )               | 0,93         |
| Νερό                                                | 0,95         |
| Ανθρώπινο σώμα                                      | 0,98         |
| Αιθαλωμένη επιφάνεια                                | $\sim 1$     |

Σε αρκετές περιπτώσεις πραγματικών σωμάτων χρησιμοποιείται ο **μέσος συντελεστής εκπομπής** ο οποίο εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία του σώματος και ορίζεται με τη σχέση:

$$\varepsilon_r = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_r(\lambda, T) R_{\text{blackbody}}(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^\infty R_{\text{blackbody}}(\lambda, T) d\lambda} \quad (19.22)$$

Στην Εξίσωση 19.22, ο αριθμητής αντιπροσωπεύει το θερμικό ρεύμα  $H(T)/A$  που εκπέμπεται ανά μονάδα επιφανείας του πραγματικού σώματος ενώ ο παρανομαστής είναι ίσος με το θερμικό ρεύμα που εκπέμπει το μελανό σώμα όταν η θερμοκρασία του  $T$  είναι ίση με τη θερμοκρασία του πραγματικού σώματος. Επομένως, η Εξίσωση 19.22 σε συνδυασμό με τις Εξισώσεις 19.14, 19.17 δίνει:

$$\varepsilon_r(T) = \frac{\frac{H(T)}{A}}{\sigma T^4} \Rightarrow$$

$$H(T) = \varepsilon_r(T) A \sigma T^4 \quad (\text{προσέγγιση φαιού σώματος}) \quad (19.23)$$

Στις περιπτώσεις αυτές, όταν δηλαδή μιλάμε για φασματικό συντελεστή εκπομπής  $\varepsilon(\lambda, T)$ , η χρήση του μέσου συντελεστή εκπομπής  $\varepsilon_r(T)$  φανερώνει ότι το προς μελέτη σώμα προσεγγίζεται με φαιό σώμα.

Τα σώματα που προσεγγίζουν το φαιό σώμα προκαλούν μερική ανάκλαση και μερική απορρόφηση στην ακτινοβολία που προσπίπτει πάνω σε αυτά. Επίσης, πολλά από τα φαιά σώματα παρουσιάζουν και μερική διαφάνεια στην ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Η ανάκλαση, η απορρόφηση και η διαφάνεια ως έννοιες που συνδέονται με τα φαιά σώματα περιγράφονται από τους αντίστοιχους συντελεστές **ανακλαστικότητας  $r$** , **απορροφητικότητας  $a$**  και **διαπερατότητας  $t$** .

- Η **ανακλαστικότητα  $r$**  είναι ίση με το πηλίκο του ποσού της ενέργειας που ανακλάται από μια επιφάνεια δια της ολικής ενέργειας της ακτινοβολίας που προσπίπτει στην επιφάνεια αυτή. Ισχύει  $0 < r < 1$ .
- Η **απορροφητικότητα  $a$**  είναι ίση με το πηλίκο του ποσού της ενέργειας που απορροφάται από μια επιφάνεια δια της ολικής ενέργειας της ακτινοβολίας που προσπίπτει στην επιφάνεια αυτή. Ισχύει  $0 < a < 1$ .
- Η **διαπερατότητα  $t$**  είναι ίση με το πηλίκο του ποσού της ενέργειας που διαπερνά μέσα από τη μάζα ενός σώματος δια της ολικής ενέργειας της ακτινοβολίας που προσπίπτει πάνω στη μάζα αυτή. Ισχύει  $0 < t < 1$ .

Σε κάθε περίπτωση, αν ακτινοβολία (θερμική και οπτική) προσπέσει πάνω σε μια επιφάνεια τότε θα ισχύει:

$$r + a + t = 1 \quad (19.24)$$

Όταν σε ένα σώμα ο συντελεστής  $a$  προσεγγίζει τη μονάδα ( $a \rightarrow 1$ ) ή όταν οι συντελεστές  $r$  και  $t$  προσεγγίζουν το μηδέν ( $r \rightarrow 0$  και  $t \rightarrow 0$ ) το σώμα αυτό προσεγγίζει το μελανό σώμα. Επίσης, σύμφωνα με το νόμο του Kirchhoff, σε κάθε σώμα ο συντελεστής εκπομπής  $\varepsilon_r$  είναι ίσος με το συντελεστή απορροφητικότητας  $a$ :

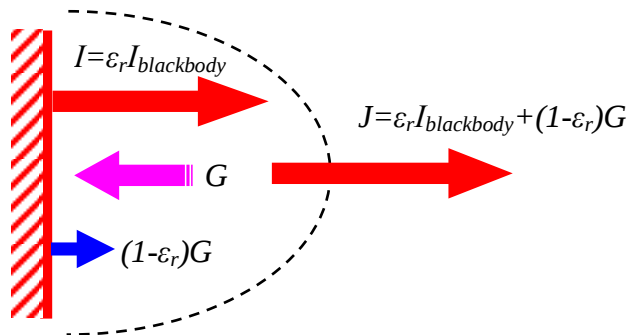
$$\varepsilon_r = a \quad (19.25)$$

Από την Εξίσωση 19.24, και με την προϋπόθεση ότι το φαιό σώμα είναι αδιαφανές (διαπερατότητα  $t = 0$ ), προκύπτουν οι εξής ενδιαφέρουσες παρατηρήσεις:

- Κάθε σώμα με πολύ καλή απορροφητικότητα ( $\alpha \rightarrow 1$ ) ανακλά πολύ λίγο την ακτινοβολία που προσπίπτει πάνω σε αυτό ( $r \rightarrow 0$ ). Για το λόγο αυτό, τα σκούρα ρούχα του χειμώνα είναι ζεστά.
- Κάθε σώμα με πολύ μικρή απορροφητικότητα ( $\alpha \rightarrow 0$ ) έχει πολύ μεγάλη ανακλαστικότητα ( $r \rightarrow 1$ ). Για το λόγο αυτό το χιόνι δεν λιώνει σε μια ηλιόλουστη χειμωνιάτικη μέρα ακόμα και αν πάνω σε αυτό προσπίπτει ηλιακή ακτινοβολία που έχει ένταση  $1400 \text{ W/m}^2$ .

## Επιφανειακή Αντίσταση στην Ακτινοβολία.

Θεωρούμε μια αδιαφανή φαιά επιφάνεια με εμβαδόν  $A$  στην οποία όλα τα σημεία έχουν την ίδια απόλυτη θερμοκρασία  $T$  και η οποία περιβάλλεται εξ ολοκλήρου από ένα υλικό χώρο, π.χ. ένα ρευστό, που έχει απόλυτη θερμοκρασία  $T_0$ . Θεωρούμε επίσης ότι ο συντελεστής εκπομπής  $\varepsilon_r$ , η ανακλαστικότητα  $r$  και η απορροφητικότητα  $\alpha$  έχουν σταθερές τιμές σε όλα τα σημεία της επιφάνειας.



**ΣΧΗΜΑ 19.7** Υπολογίζοντας την επιφανειακή αντίσταση ακτινοβολίας.

Το Σχήμα 19.7 δείχνει την ενέργεια

$$I = \varepsilon_r \frac{H_{\text{blackbody}}}{A} = \varepsilon_r I_{\text{blackbody}} \quad (19.26)$$

που εκπέμπει η φαιά επιφάνεια ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας, σύμφωνα με τον νόμο των Stefan – Boltzmann ( $I_{\text{blackbody}} = \sigma T^4$ ). Ένα μέρος την ακτινοβολίας που εκπέμπει η φαιά επιφάνεια ανακλάται από το υλικό του περιβάλλοντος χώρου έτσι ώστε ενέργεια  $G$  ανά μονάδα χρόνου να επιστρέφει και να προσπίπτει πάνω στην επιφάνεια. Επειδή η ανακλαστικότητα της φαιάς επιφάνειας είναι  $r$ , πρόσθετη ποσότητα ενέργειας  $rG$  ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας θα εκπέμπεται από την επιφάνεια. Δεδομένου όμως ότι η φαιά επιφάνεια είναι αδιαφανής, οπότε η διαπερατότητα  $t=0$ , οι σχέσεις 19.24 και 19.25 δίνουν:

$$r + a + t = 1 \quad \Rightarrow \quad r + a + 0 = 1 \quad \Rightarrow \quad r = 1 - a \quad \xRightarrow{\varepsilon_r = a}$$

$$r = 1 - \varepsilon_r \quad (19.27)$$

Επομένως, η συνολική ενέργεια  $J$  που εκπέμπεται ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας από την επιφάνεια θα είναι ίση με:

$$J = I + rG = \varepsilon_r I_{\text{blackbody}} + (1 - \varepsilon_r)G \quad \Rightarrow$$

$$G = \frac{J - \varepsilon_r I_{\text{blackbody}}}{1 - \varepsilon_r} \quad (19.28)$$

Κάτω από αυτές τις συνθήκες, το συνολικό θερμικό ρεύμα  $H_{\text{net}}/A$  ανά μονάδα επιφάνειας που ανταλλάσσεται μεταξύ της φαιάς επιφάνειας και του περιβάλλοντος θα δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{H_{\text{net}}}{A} = J - G = \varepsilon_r I_{\text{blackbody}} + (1 - \varepsilon_r)G - G = \varepsilon_r I_{\text{blackbody}} - \varepsilon_r G \quad \Rightarrow$$

$$H_{\text{net}} = \varepsilon_r A (I_{\text{blackbody}} - G) \quad (19.29)$$

Αντικαθιστώντας τώρα το  $G$  από την Εξίσωση 19.28 στην Εξίσωση 19.29 παίρνουμε:

$$H_{\text{net}} = \varepsilon_r A \left( I_{\text{blackbody}} - \frac{J - \varepsilon_r I_{\text{blackbody}}}{1 - \varepsilon_r} \right) = \frac{\varepsilon_r A}{1 - \varepsilon_r} (I_{\text{blackbody}} - J) \quad \Rightarrow$$

$$H_{\text{net}} = \frac{I_{\text{blackbody}} - J}{R_A} \quad (19.30)$$

όπου

$$R_A = \frac{1 - \varepsilon_r}{\varepsilon_r A} \quad (19.31)$$

είναι εξ ορισμού η **επιφανειακή αντίσταση στην ακτινοβολία**. Από την Εξίσωση 19.30 προκύπτει ότι «κάθε φαιό σώμα θερμοκρασίας  $T$  ισοδυναμεί με ένα μελανό σώμα θερμοκρασίας  $T$  και μια επιφανειακή αντίσταση  $R_A$  στην ακτινοβολία που εκπέμπει το μελανό σώμα».

## Χωρική Αντίσταση στην Ακτινοβολία.

Θα προσδιορίσουμε τη χωρική αντίσταση ακτινοβολίας  $R_s$  στην περιοχή μεταξύ δυο φαιών επιφανειών οι οποίες έχουν θερμοκρασία  $T_1$  και  $T_2$ , αντίστοιχα. Για να υπολογίσουμε την ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ των δυο επιφανειών πρέπει να γνωρίζουμε:

- Τα εμβαδά  $A_1$  και  $A_2$  των δυο επιφανειών.
- Τη γεωμετρία των δυο επιφανειών.
- Τη σχετική θέση των δυο επιφανειών.

Η γεωμετρία και η σχετική θέση κάθε επιφάνειας περιγράφεται ποσοτικά με τον **παράγοντα κατάστασης**  $F_{ij}$  της επιφάνειας  $i$  ως προς την επιφάνεια  $j$ . Για παράδειγμα, ο παράγοντας κατάστασης  $F_{12}$  της επιφάνειας 1 είναι ίσος με το ποσοστό της ενέργειας της ακτινοβολίας που φεύγει από την επιφάνεια  $A_1$  και προσπίπτει στην επιφάνεια  $A_2$ . Αντίστοιχα ορίζεται και ο παράγοντας  $F_{21}$  της επιφάνειας  $A_2$ . Στην κατάσταση θερμικής ισορροπίας και σύμφωνα με τον νόμο της αμοιβαιότητας προκύπτει:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad (19.32)$$

Επίσης, στην περίπτωση που η επιφάνεια  $A_1$  περικλείεται εξ ολοκλήρου από την επιφάνεια  $A_2$  ισχύει:

$$F_{21} = 1 \quad (\text{η επιφάνεια } A_2 \text{ περικλείει εξ' ολοκλήρου την επιφάνεια } A_1) \quad (19.33)$$

Με βάση τους παραπάνω ορισμούς, αν  $J_1$  και  $J_2$  είναι οι συνολικές ενέργειες που εκπέμπονται ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας από τις επιφάνειες  $A_1$  και  $A_2$ , τότε το θερμικό ρεύμα  $H_1$  που εκπέμπεται από την επιφάνεια  $A_1$  και προσπίπτει στην επιφάνεια  $A_2$  θα είναι ίσο με:

$$H_1 = J_1 A_1 F_{12} \quad (19.34)$$

Ομοίως, το θερμικό ρεύμα  $H_2$  που εκπέμπεται από την επιφάνεια  $A_2$  και προσπίπτει στην επιφάνεια  $A_1$  θα είναι ίσο με:

$$H_2 = J_2 A_2 F_{21} \quad (19.35)$$

Επομένως, στην κατάσταση θερμικής ισορροπίας, η ενέργεια  $H_{\text{net}}$  που ανταλλάσσεται στην περιοχή μεταξύ των δυο φαιών επιφανειών θα δίνεται από τη σχέση:

$$H_{\text{net}} = H_1 - H_2 = J_1 A_1 F_{12} - J_2 A_2 F_{21} = A_1 F_{12} (J_1 - J_2) \Rightarrow$$

$$H_{\text{net}} = \frac{J_1 - J_2}{R_{\text{Space}}} \quad (19.36)$$

όπου

$$R_{\text{Space}} = \frac{1}{A_1 F_{12}} \quad (19.37)$$

είναι εξ ορισμού η **χωρική αντίσταση στην ακτινοβολία**. Καταλήξαμε στην Εξίσωση 19.36 λαμβάνοντας υπόψη ότι στην κατάσταση θερμικής ισορροπίας ισχύει η Εξίσωση 19.32.

## Ανταλλαγή Θερμικής Ενέργειας εξ αιτίας της Ακτινοβολίας δυο Φαιών Σωμάτων.

Θεωρούμε δυο φαιά σώματα τα οποία βρίσκονται τοποθετημένα σε δυο τυχαίες θέσεις μέσα σε ένα περιβάλλοντα χώρο και στα οποία η επιφάνεια, η θερμοκρασία, ο συντελεστής εκπομπής και ο παράγοντας κατάσταση επιφανείας είναι αντίστοιχα ( $A_1, T_1, \epsilon_{r1}, F_{12}$ ) και ( $A_2, T_2, \epsilon_{r2}, F_{21}$ ). Στην κατάσταση θερμικής ισορροπίας, αν  $T_1 > T_2$ , τότε ένα θερμικό ρεύμα  $H_{\text{net}}$  (θερμική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου) θα κινηθεί από την επιφάνεια  $A_1$  προς την επιφάνεια  $A_2$ . Σύμφωνα με την Εξίσωση 19.30, στις επιφάνειες  $A_1$  και  $A_2$  ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$H_{\text{net}} R_{A1} = I_{\text{blackbody1}} - J_1 \quad \text{και} \quad (19.38)$$

$$H_{\text{net}} R_{A2} = J_2 - I_{\text{blackbody2}}$$

όπου

$$R_{A1} = \frac{1 - \varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r1}A_1} \quad \text{και} \quad R_{A2} = \frac{1 - \varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r2}A_2} \quad (19.39)$$

είναι οι επιφανειακές αντιστάσεις των δυο επιφανειών στην ακτινοβολία που εκπέμπουν. Επίσης, σύμφωνα με την Εξίσωση 19.36, στην περιοχή μεταξύ των δυο επιφανειών ισχύει η σχέση:

$$H_{\text{net}}R_{\text{Space}} = J_1 - J_2 \quad (19.40)$$

όπου **χωρική αντίσταση στην ακτινοβολία**  $R_{\text{Space}}$  προκύπτει από την Εξίσωση 19.37. Προσθέτοντας κατά μέλη τις Εξισώσεις 19.38 και 19.40 παίρνουμε:

$$H_{\text{net}}(R_{A1} + R_{A2} + R_{\text{Space}}) = I_{\text{blackbody1}} - I_{\text{blackbody2}} \quad \Rightarrow$$

$$H_{\text{net}} = \frac{I_{\text{blackbody1}} - I_{\text{blackbody2}}}{R_{A1} + R_{A2} + R_{\text{Space}}} \quad (19.41)$$

Η Εξίσωση 19.41 σε συνδυασμό με τον νόμο των Stefan – Boltzmann ( $I_{\text{blackbody}} = \sigma T^4$ ) και με τις Εξισώσεις 19.39 και 19.37 δίνει τελικά:

$$H_{\text{net}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r1}A_1} + \frac{1 - \varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r2}A_2} + \frac{1}{A_1F_{12}}} \quad (19.42)$$

## Διερεύνηση της Εξίσωσης 19.42

### Περίπτωση δυο παράλληλων, αντικριστών και ίσων επιφανειών

Στην περίπτωση αυτή, οι επιφάνειες πρέπει να είναι η μια ακριβώς απέναντι από την άλλη και η μεταξύ τους απόσταση πρέπει να είναι μικρότερη από τις γραμμικές διαστάσεις αυτών. Κάτω από τις συνθήκες αυτές, όλη η ενέργεια που εκπέμπεται από τη μια επιφάνεια θα προσπίπτει στην άλλη, οπότε ισχύει  $F_{12}=F_{21}=1$ . Δεδομένου τώρα ότι  $A_1=A_2=A$ , η Εξίσωση 19.42 γράφεται:

$$H_{\text{net}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r1}A} + \frac{1 - \varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r2}A} + \frac{1}{A}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_{r1}} - 1 + \frac{1}{\varepsilon_{r2}} - 1 + 1} \quad \Rightarrow$$

$$H_{\text{net}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{1}{\varepsilon_{r2}} - 1} \quad (19.43)$$

### Περίπτωση δυο ομοαξονικών κυλινδρικών ή δυο ομόκεντρων σφαιρικών επιφανειών.

Στην περίπτωση αυτή αν η επιφάνεια  $A_1$  περικλείεται εξ ολοκλήρου από την επιφάνεια  $A_2$ , τότε όλη η ενέργεια που εκπέμπεται από την επιφάνεια  $A_1$  θα προσπίπτει στην επιφάνεια  $A_2$ . Επομένως, ο παράγοντας κατάστασης της 19.42 γράφεται:

$$H_{\text{net}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r1}A_1} + \frac{1 - \varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r2}A_2} + \frac{1}{A_1}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\frac{1}{A_1}\left(\frac{1}{\varepsilon_{r1}} - 1 + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_{r2}} - 1\right) + 1\right)}} \Rightarrow$$

$$H_{\text{net}} = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_{r2}} - 1\right)} \quad (19.44)$$

Στην ειδική περίπτωση όπου η εξωτερική επιφάνεια  $A_2$  του κυλίνδρου ή της σφαίρας είναι πολλές φορές μεγαλύτερη από την επιφάνεια  $A_1$ , όταν δηλαδή  $A_2 \gg A_1$ , ο παράγοντας  $(A_1/A_2)$  τείνει στο μηδέν και η Εξίσωση 19.44 γράφεται με την απλή μορφή:

$$H_{\text{net}} = \varepsilon_{r1}A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4) \quad (19.45)$$

### **Ανταλλαγή θερμικής ενέργειας μεταξύ σώματος και περιβάλλοντος.**

Στην περίπτωση αυτή, το περιβάλλον:

- απορροφά όλη την ενέργεια που εκπέμπει το σώμα, και
- εκπέμπει θερμική ενέργεια προς στο σώμα ομοιόμορφα από όλες της διευθύνσεις.

Εξ αιτίας των δυο αυτών ιδιοτήτων, ο υλικός χώρος που περιβάλλει το σώμα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μελανό σώμα με επιφάνεια πολλές φορές μεγαλύτερη από την επιφάνεια του σώματος. Κάτω από αυτές τις συνθήκες, και με δεδομένα την επιφάνεια  $A$ , τη θερμοκρασία  $T$  και το συντελεστή εκπομπής  $\varepsilon_r$  του σώματος καθώς και τη θερμοκρασία  $T_0$  του περιβάλλοντος, η Εξίσωση 19.45 γράφεται:

$$H_{\text{net}} = \varepsilon_r A \sigma (T^4 - T_0^4) \quad (19.46)$$