

ΜΙΑ «ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ» ΣΤΗΝ ΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ ΣΤΟΝ ΑΕΡΑ

Η πτώση των σωμάτων είναι ένα αταξικό θέμα που μπορείς να το συζητάς από την Β' Γυμνάσιου μέχρι τη Γ' Λυκείου. Με αφορμή την παράγραφο 1.2.7 του σχολικού βιβλίου της Α' Λυκείου με τίτλο «**Η ελεύθερη πτώση των σωμάτων**» η οποία πιστεύω ότι περισσότερα ερωτήματα παράγει από αυτά που λύνει, θα ήθελα να δείξω την σημασία μιας απλής και γνωστής μαθηματικής σχέσης.

Όταν ένα σώμα πέφτει υπό την επίδραση του βάρους του και της αντίστασης του αέρα η επιτάχυνση του δίνεται από την σχέση: $a = g - \frac{F_\alpha}{m}$

α) Η συγκεκριμένη αποδεικνύει πολύ εύκολα γιατί σε πραγματικές συνθήκες, με την αντίσταση του αέρα παρούσα, τα βαριά σώματα πέφτουν γρηγορότερα από τα ελαφριά.

Αν η $F_\alpha \neq 0$ τότε για $m_1 > m_2 \Leftrightarrow F_\alpha/m_1 < F_\alpha/m_2 \Leftrightarrow g - F_\alpha/m_1 > g - F_\alpha/m_2 \Leftrightarrow a_1 > a_2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{2h}{a_1}} < \sqrt{\frac{2h}{a_2}} \Leftrightarrow t_1 < t_2$.

β) Την περίπτωση ελεύθερης πτώσης, αποδεικνύοντας την ταυτόχρονη πτώση του φτερού και της σφαίρας. Αν η $F_\alpha = 0$ τότε και $F_\alpha/m = 0$ (όσο μεγάλη ή μικρή και να είναι η μάζα στον παρονομαστή) και τελικά $a = g$.

γ) Επίσης η συγκεκριμένη σχέση εξηγεί και γιατί η πτώση βαριού σώματος προσομοιάζει συνθήκη ελεύθερης πτώσης: Όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα σε σχέση με την F_α τόσο το κλάσμα $\frac{F_\alpha}{m}$ πάει προς το μηδέν.

δ) Εξηγεί τι ακριβώς συμβαίνει με την οριακή ταχύτητα. Η αντίσταση του αέρα (οπισθέλκουσα δύναμη) είναι ανάλογη με το τετράγωνο της ταχύτητας $F_\alpha = \frac{1}{2} C_d \rho A v^2$

Όπου: C_d , ο συντελεστής αεροδυναμικής

ρ , η πυκνότητα του αέρα

A , η μετωπική επιφάνεια προσβολής

Αυτό λοιπόν που συμβαίνει είναι ότι: όταν το σώμα ξεκινά την πτώση, η ταχύτητα είναι μικρή και η επιτάχυνση του μεγάλη, σχεδόν και ίση το g καθώς η αντίσταση του αέρα είναι ακόμα αμελητέα σε σχέση με το βάρος. Έτσι το σώμα εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση (όχι ομαλή) με ρυθμό αύξησης ταχύτητας $a = g - \frac{C_d \rho A v^2}{2m}$ διαρκώς ελαττούμενο που προσεγγίζει το μηδέν. Έτσι η ταχύτητα αυξάνεται κινουμένη προς την οριακή της τιμή, η αρνητική επιτάχυνση του αέρα $-(C_d \rho A v^2)/2m$ κινείται οριακά προς το g και το a προς το μηδέν.

ε) Τέλος η συγκεκριμένη σχέση $\frac{dv}{dt} = g - \frac{C_d \rho A v^2}{2m}$ δεν είναι παρά η διαφορική εξίσωση, η λύση της οποίας μας δίνει την συνάρτηση της ταχύτητας προς τον χρόνο, η οποία δίνει μια

αναμενομένη γραφική παράσταση ανεστραμμένης υπερβολής που τείνει στην οριζόντια ασύμπτωτη της οριακής ταχύτητας.

Επίσης υπερβολή είναι και η γραφική παράσταση της παραγωγού συνάρτησης, που είναι η επιτάχυνση σε σχέση με το χρόνο, η οποία τείνει ασυμπτωτικά στο μηδέν.

.