

ΘΕΜΑ Α

A ₁ (5μ)	γ
A ₂ (5μ)	δ
A ₃ (5μ)	γ
A ₄ (5μ)	β

A ₅	α (1μ)	β (1μ)	γ (1μ)	δ (1μ)	ε (1μ)
	Σ	Λ	Σ	Σ	Λ

ΘΕΜΑ Β

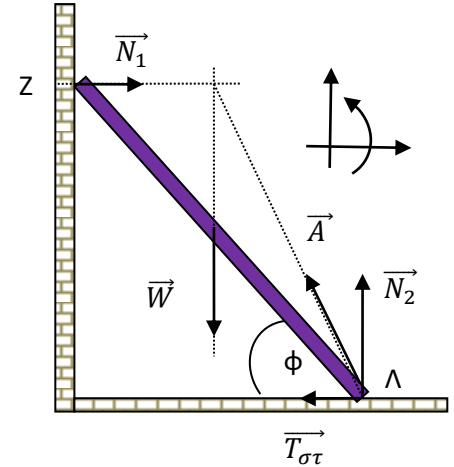
B₁ Σωστή επιλογή (ii) [2 μόρια]

Η ομογενής σκάλα ισορροπεί

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_1 = T_{\sigma\tau}$ (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow W = N_2$ (2)

{ Ισορροπία μεταφορική (1 μόριο) }



$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow W \frac{l}{2} \sin \phi = N_1 l \eta \mu \phi \Rightarrow W = 2 N_1 \epsilon \phi$

$N_1 = \frac{W}{2 \epsilon \phi}$ (3) [2 μόρια]

$T_{\sigma\tau} \leq T_{op} \text{ (1 μόριο)} \xrightarrow{(1)} \frac{W}{2 \epsilon \phi} \leq \mu N_2 \text{ (1 μόριο)} \xrightarrow{(2)} \frac{W}{2 \epsilon \phi} \leq \mu W$
 \Rightarrow

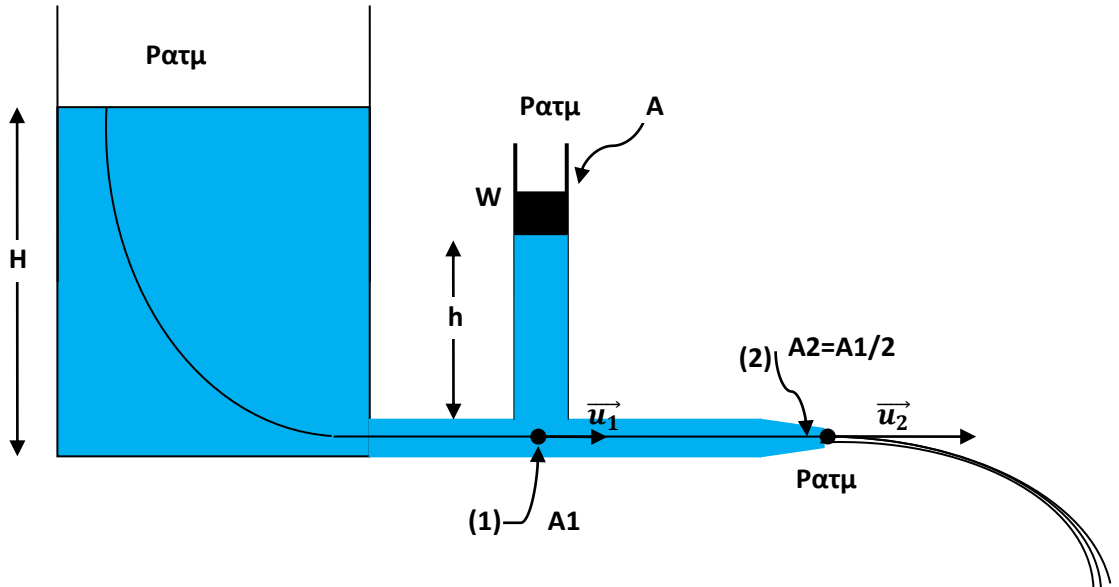
$\epsilon \phi \geq \frac{1}{2\mu} \Rightarrow \epsilon \phi_{min} = \frac{1}{2\mu} \text{ (1 μόριο)}$

B₂ Σωστή επιλογή (i) [2 μόρια]

Θεώρημα Torricelli ή εξίσωση Bernoulli από την επιφάνεια του μεγάλου δοχείου μέχρι την έξοδο στην περιοχή (2)

$u_2 = \sqrt{2gH}$ (1 μόριο)

Εξίσωση συνέχειας στον οριζόντιο σωλήνα για τις διατομές στις περιοχές (1) και (2)



$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1 u_1 = A_2 u_2 = A_1 u_1 = \frac{A_1}{2} u_2 \Rightarrow u_1 = \frac{1}{2} u_2 \text{ (1 μόριο)}$

Εξίσωση Bernoulli για τα σημεία (1) και (2) της ίδιας ρευματικής γραμμής στον οριζόντιο σωλήνα (3 μόρια συνολικά)

$p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \text{ (1 μόριο)} \Rightarrow$

$$p_{ατμ} + \frac{W}{A} + pgh + \frac{1}{2}p \frac{u_2^2}{4} = p_{ατμ} + \frac{1}{2}pu_2^2 \quad (2 \text{ μόρια})$$

$$\frac{W}{A} = \frac{1}{2}pu_2^2 - \frac{1}{2}p \frac{u_2^2}{4} - pgh \Rightarrow \frac{W}{A} = \frac{3}{8}pu_2^2 - pg \frac{H}{4} \Rightarrow \frac{W}{A} = \frac{3}{8}p2gH - pg \frac{H}{4}$$

$$\frac{W}{A} = pgh \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow W = \frac{pgHA}{2} \quad (1 \text{ μόριο})$$

B₃ Σωστή επιλογή (iii) [2 μόρια]

Για την ελαστική κρούση ισχύει Α.Δ.Ο

Άξονας χχ'

$$\overline{p_{πριν,χ}} = \overline{p_{μετα,χ}} \Rightarrow m_1 u_1 = m_2 u'_{2x} \Rightarrow m u_1 = 2m u'_2 \sin 30 \Rightarrow u_1 = \sqrt{3} u'_2 \Rightarrow u'_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} u_1$$

(2 μόρια)

Άξονας γγ'

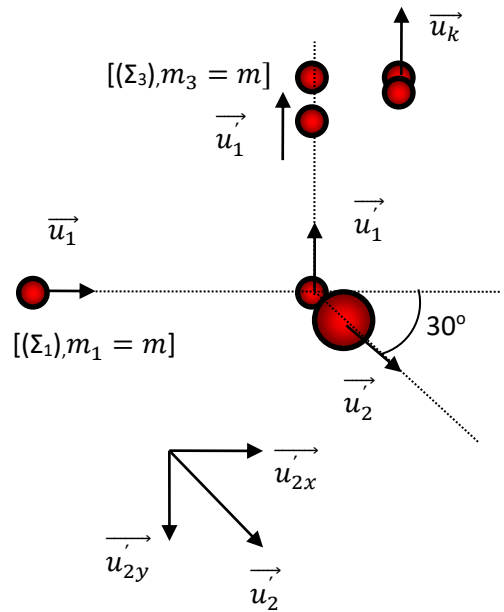
$$\overline{p_{πριν,γ}} = \overline{p_{μετα,γ}} \Rightarrow 0 = m_1 u'_1 - m_2 u'_{2x} \Rightarrow m u'_1 = 2m u'_2 \eta \mu 30 \Rightarrow u'_1 = u'_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} u_1 \quad (2 \text{ μόρια})$$

Πλαστική κρούση ισχύει Α.Δ.Ο

$$\overline{p_{πριν}} = \overline{p_{μετα}} \Rightarrow m u'_1 = 2m u_k \Rightarrow u_k = \frac{u'_1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6} u_1$$

(2 μόρια)

$$\frac{K_{συσ}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} 2m u_k^2}{\frac{1}{2} m u_1^2} = \frac{2 \left(\frac{\sqrt{3}}{6} u_1 \right)^2}{u_1^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot u_1^2}{36 \cdot u_1^2} = \frac{1}{6} \quad (1 \text{ μόριο})$$



ΔΕΥΤΕΡΗ ΛΥΣΗ ΣΤΟ B₃

Για την ελαστική κρούση ισχύει Α.Δ.Ο.

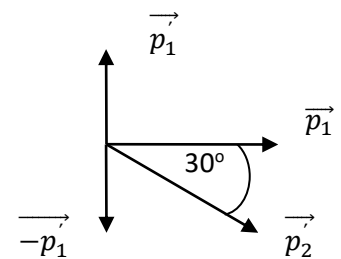
$$\vec{p}_1 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow \vec{p}_1 + (-\vec{p}_1) = \vec{p}_2 \quad (\text{σχήμα})$$

$$\epsilon \varphi 30^\circ = \frac{p'_1}{p_1} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{m_1 u'_1}{m_1 u_1} \Rightarrow u'_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} u_1 \quad (4 \text{ μόρια})$$

Πλαστική κρούση ισχύει Α.Δ.Ο

$$\overline{p_{πριν}} = \overline{p_{μετα}} \Rightarrow m u'_1 = 2m u_k \Rightarrow u_k = \frac{u'_1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6} u_1 \quad (2 \text{ μόρια})$$

$$\frac{K_{συσ}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} 2m u_k^2}{\frac{1}{2} m u_1^2} = \frac{2 \left(\frac{\sqrt{3}}{6} u_1 \right)^2}{u_1^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot u_1^2}{36 \cdot u_1^2} = \frac{1}{6} \quad (1 \text{ μόριο})$$



ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma_1) \overline{P}_1 = I_{\varepsilon v}^2 R_1 \Rightarrow I_{\varepsilon v} = \sqrt{\frac{\overline{P}_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{12}{6}} \Rightarrow I_{\varepsilon v} = \sqrt{2} A \quad (2 \text{ μόρια})$$

$$\overline{P}_1 = \frac{V_{\varepsilon v}^2}{R_1} \Rightarrow V_{\varepsilon v} = \sqrt{\overline{P}_1 R_1} = \sqrt{12 * 6} \text{ Volt} = 6\sqrt{2} \text{ Volt}, \quad (2 \text{ μόρια})$$

$$V = V_{\varepsilon v} \sqrt{2} = 12 \text{ Volt} \quad (2 \text{ μόρια})$$

$\Gamma_2)$

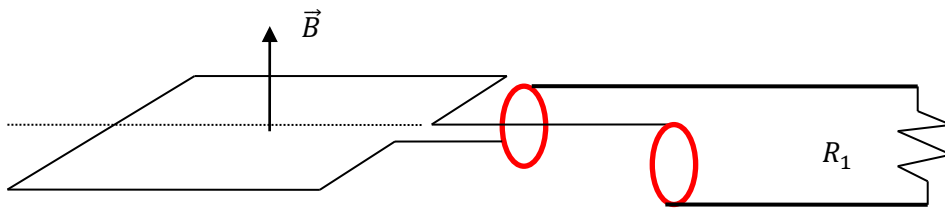
$$\frac{V'}{V} = \frac{NBA\omega'}{NBA\omega} = \frac{2\omega}{\omega} = 2 \Rightarrow V' = 24 \text{ Volt} \quad \omega' = 2 * 50\pi \frac{r}{s} \Rightarrow \omega' = 100\pi \frac{r}{s} \quad (2 \text{ μόρια})$$

$$u = V' \eta \omega' t = 24 \eta \mu 100\pi t \quad \text{S.I.} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$i = u/R_1 = 4\eta \mu 100\pi t \quad \text{S.I.} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$P = u i = 96 \eta \mu^2 (100\pi t) \quad \text{S.I.} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$\text{Για } t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad P = 96 \eta \mu^2 (100\pi * 5 \cdot 10^{-3}) = 96 \eta \mu^2 (\pi/2) = 96 \text{ watt} \quad (1 \text{ μόριο})$$



$\Gamma_3)$

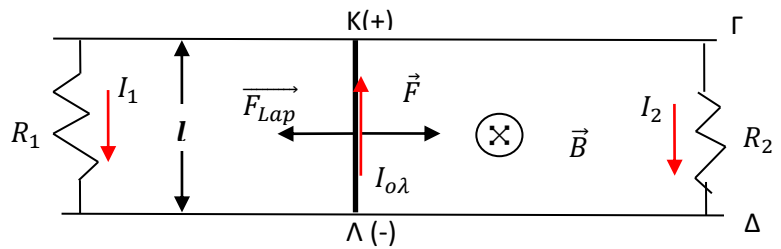
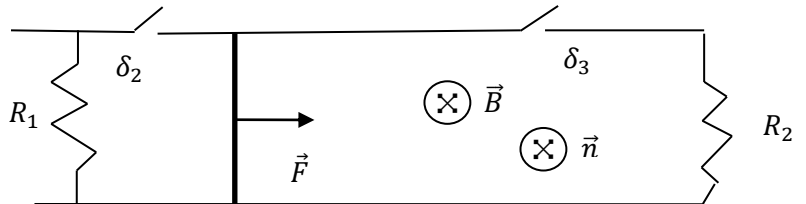
Από (0->2sec) δεν υπάρχει ρεύμα στον αγωγό αφού οι διακόπτες είναι ανοικτοί

$$2^{\text{ος}} \text{ Ν.Ν} \quad \Sigma F = m\alpha \Rightarrow F = m\alpha \Rightarrow \alpha = 1 \text{ m/s}^2 \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$\text{Για } t = 2 \text{ s} \quad u = u_{\text{op}}$$

$$u_{\text{op}} = \alpha t = 1 * 2 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s} \quad (1 \text{ μόριο})$$

Καθώς ο αγωγός κινείται εντός Ο.Μ.Π. αναπτύσσεται στ άκρα του Η.Ε.Δ. λόγω επαγωγής μέτρου: $E = d\phi/dt = Bl dx/dt$ συν $\mathbf{0}$
 $E = Bul$ με το (+) στο Κ και το (-) Λ αφού στον αγωγό ασκείται και η δύναμη Laplace με φορά προς τ' αριστερά στο κλειστό σύνθετο κύκλωμα. Ο αγωγός μετά το κλείσιμο του διακόπτη δ_2 και του διακόπτη δ_3 (2sec--->5sec) κινείται με σταθερή ταχύτητα.



$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_L = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_L = -\vec{F} \quad \text{μέτρα}$$

$$F_L = F \quad (1 \text{ μόριο})$$

Από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού προκύπτει ότι η φορά του ρεύματος στον αγωγό έχει φορά από το Λ στο Κ (δικαιολόγηση της πολικότητας της Η.Ε.Δ από επαγωγή)

$$R_{\text{ολ}} = R_{\text{κλ}} + R_{1,2} \Rightarrow R_{\text{ολ}} = R_{\text{κλ}} + \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = 2 + \frac{6 * 3}{6 + 3} = 2 + 2 = 4 \Omega \Rightarrow R_{\text{ολ}} = 4 \Omega \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$F = F_L \Rightarrow F = BIL \quad I = \frac{E}{R_{\text{ολ}}} = Bul / R_{\text{ολ}} \Rightarrow F = B(BuL)L / R_{\text{ολ}} = B^2 L^2 u / R_{\text{ολ}} \Rightarrow B^2 = F \cdot R_{\text{ολ}} / (L^2 \cdot u) \Rightarrow B^2 = 0,5 * 4 / (1^2 * 2) \text{ T}^2 \Rightarrow B = 1 \text{ T} \quad (2 \text{ μόρια})$$

Γ₄)

Στα πρώτα δύο δευτερόλεπτα η ράβδος εκτελεί Ε.Ο.Ε.Κ με $\alpha=1\text{m/s}^2$

$$\Delta X_1 = \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 \text{ m} \Rightarrow \Delta X_1 = 2\text{m} \quad (1 \text{ μόριο})$$

Από (2sec έως 5 sec) εκτελεί Ε.Ο.Κ με $u=2\text{m/s}$

$$\Delta X_2 = u \Delta t = 2 (5 - 2)\text{m} \Rightarrow \Delta X_2 = 6\text{m} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$W_F = F \cdot (\Delta X_1 + \Delta X_2) = 0,5 \cdot 8 \text{ J} = 4 \text{ J} \quad (1 \text{ μόριο})$$

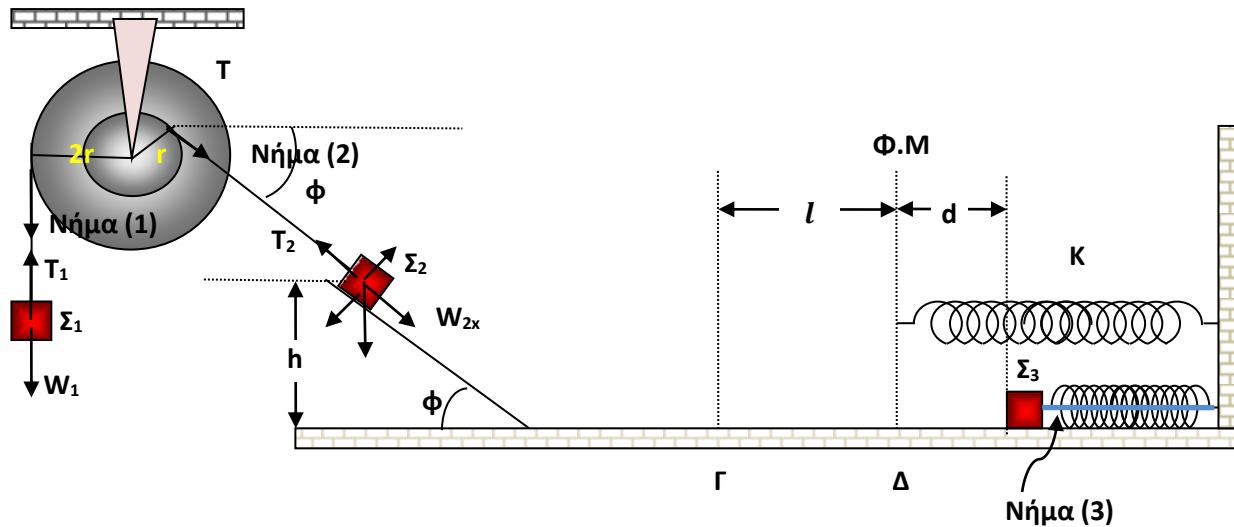
$$E = BuI = 2\text{V} \quad I = E/R_{\text{ολ}} = 2/4 \text{ A} = 0,5 \text{ A} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$V_{\Pi} = V_{\text{ΚΛ}} = E - I R_{\text{ΚΛ}} = (2 - 0,5 \cdot 2)\text{V} = 1\text{V} \quad I_2 = V_{\Pi}/R_2 = 1/3 \text{ A} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$Q_2 = I_2^2 R_2 \Delta t = \frac{1}{9} \cdot 3 \cdot (5 - 2)\text{J} = 1\text{J} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$\eta\% = \frac{Q_2}{W_F} 100\% = \frac{1}{4} 100\% = 25\% \quad (1 \text{ μόριο})$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ₁)

Ισορροπία του σώματος Σ₂

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_2 = W_{2x} \Rightarrow T_2 = mg \eta \mu \phi = 30\text{N} \quad (1 \text{ μόριο})$$

Στροφική ισορροπία της τροχαλίας [$T_1' = T_1$ και $T_2' = T_2$, αβαρές νήμα]

$$\Sigma \tau_{\text{cm}} = 0 \Rightarrow T_2 r = T_1 \cdot 2r \Rightarrow T_1 = T_2/2 = 15\text{N} \quad (1 \text{ μόριο})$$

Ισορροπία του σώματος Σ₁

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow W_1 = T_1 \Rightarrow m_1 g = T_1 \Rightarrow m_1 = 1,5\text{kg} \quad (1 \text{ μόριο})$$

ΣΧΗΜΑ (1 μόριο)

Μεταφορική ισορροπία της τροχαλίας

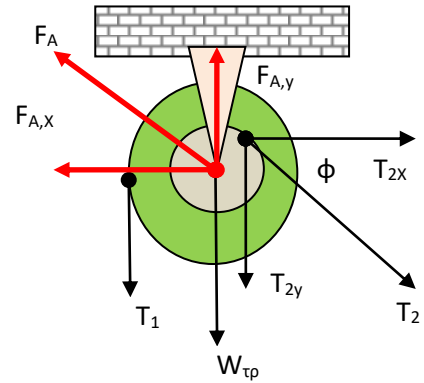
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{A,x} = T_{2x} = T_2 \sin \phi = 30 \cdot 0,8 \text{ N} = 24 \text{ N} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{A,y} = T_1 + W_{\text{τρ}} + T_{2,y} = T_1 + W_{\text{τρ}} + T_2 \eta \mu \phi \Rightarrow$$

$$F_{A,y} = 15 + 15 + 30 \cdot 0,6 \text{ N} = 48 \text{ N} \Rightarrow F_{A,y} = 48 \text{ N} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$\text{Από π.θ. } F = \sqrt{F_{A,x}^2 + F_{A,y}^2} = \sqrt{24^2 + 48^2} = 24\sqrt{5} \text{ N}$$

$$F = 24\sqrt{5} \text{ N} \quad (1 \text{ μόριο})$$



Δ2)

Για την κίνηση του Σ2 στο λείο κεκλιμένο επίπεδο

$$\text{Θ.Ε.Ε. } \Sigma W = \Delta K \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m u^2 \Rightarrow u = \sqrt{2gh} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1 \text{ μόριο})$$

Στο οριζόντιο λείο δάπεδο το Σ2 κινείται με σταθερή ταχύτητα μέχρι να συγκρουστεί.

Το Σ3 ξεκινά από ακραία θέση την ταλάντωσή του και συγκρούεται όταν διέρχεται από την Θ.Ι για πρώτη φορά.

$$\text{Ισχύει } \Delta t_{\Gamma\Delta} = \frac{\Gamma\Delta}{u} = \frac{3\pi}{5 \cdot 6} = 0,1\pi \text{ sec} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$\text{και } \Delta t_{\Gamma\Delta} = \frac{T}{4} \Rightarrow T = 0,4\pi \text{ sec} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4\pi} = 5 \frac{\text{r}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{r}}{\text{s}} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$D = K = m \cdot \omega_0^2 = 5 \cdot 5^2 \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow K = 125 \text{ N/m} \quad (1 \text{ μόριο})$$

Δ3)

Μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων με ίσες μάζες στην θ.φ του ελατηρίου.

$$\text{Για το } \Sigma_3 \quad u_3 = \omega_0 A = \omega_0 d = 1 \text{ m/s} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$\text{αλγεβρικά } u_3 = +1 \text{ m/s} \quad u_2 = -6 \text{ m/s}$$

Για τις ταχύτητες αμέσως μετά την κρούση (ανταλλάσσουν ταχύτητες) ισχύει:

$$u'_3 = u_2 = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{και} \quad u'_2 = u_3 = +1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1 \text{ μόριο})$$

Το Σ3 αμέσως μετά την κρούση εκτελεί Α.Α.Τ. με $D=K$, $\omega_0 = 5 \text{ r/s}$ και για $t=0$ $x=0$ και $u < 0$

$$\text{Επίσης } |u'_3| = \omega_0 \cdot A' \Rightarrow 6 = 5 \cdot A' \Rightarrow A' = 1,2 \text{ m.} \quad (1 \text{ μόριο})$$

Από τις αρχικές συνθήκες προκύπτει:

$$\phi_0 = \pi \text{ rad} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$x = 1,2 \cdot \eta \mu(5t + \pi) \text{ S.I.}$$

Δ4)

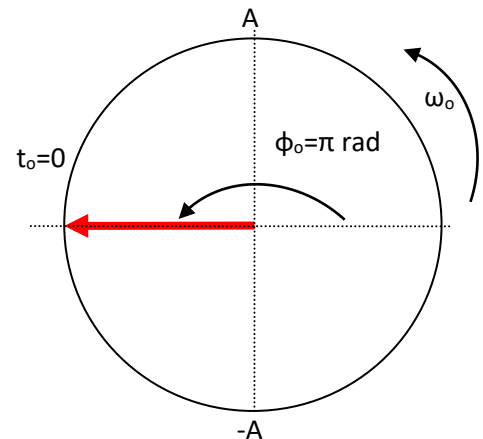
$$\text{Α.Δ.ΕΤ} \quad E_T = K + U \xrightarrow{K=8U} E_T = 9U \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} K A^2 = 9 \frac{1}{2} K x^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{3} = \pm 0,4 \text{ m} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$\text{Για πρώτη φορά } x = -0,4 \text{ m} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = -K \cdot x = -125 \cdot (-0,4) \text{ N} = 50 \text{ N} \quad (1$$

μόριο)



$$\text{Ισχύει } K = 8U \Rightarrow \frac{1}{2}mu^2 = 8 \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow mu^2 = 8m\omega_o^2x^2 \Rightarrow u = -2\sqrt{2}\omega_o|x| \Rightarrow$$

$$u = -2\sqrt{2} \cdot 5 \cdot 0,4 \frac{m}{s} = -4\sqrt{2} \frac{m}{s} \quad (2 \text{ μόρια})$$

$$\left| \frac{dK}{dt} \right| = |\Sigma Fu| = |-Kxu| = 125 \cdot 0,4 \cdot 4\sqrt{2} \text{ j/s} = 200\sqrt{2} \text{ j/s} \quad (1 \text{ μόριο})$$

Δ₅) Το Σ₃ από την Θ.Ι που έγινε η κρούση επιστρέφει στην ίδια θέση μετά από χρονική διάρκεια $\Delta t = \frac{T}{2} = 0,2\pi \text{ sec}$ (1 μόριο)

Το Σ₂ μετά την κρούση εκτελεί Ε.Ο.Κ προς τα αριστερά .

$$x_2 = u_2 \cdot \Delta t = 1 \cdot 0,2\pi \text{ m} \Rightarrow x_2 = 0,2\pi \text{ m} = 0,628 \text{ m} \quad (1 \text{ μόριο})$$

$$d = |x_2 - x_1| = (0,628 - 0) \text{ m} = 0,628 \text{ m} \quad (1 \text{ μόριο})$$