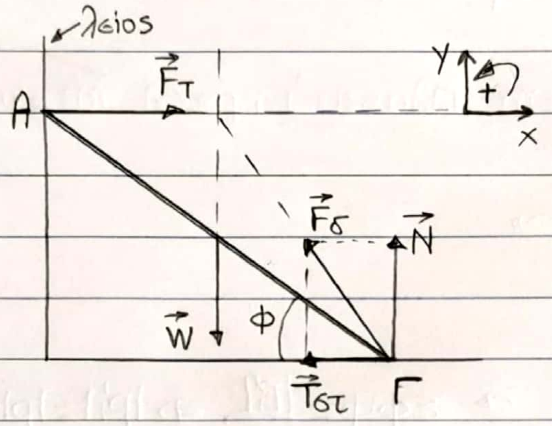
ΘΕΜΑ Β

Β1.



$\Sigma\tau_\Gamma = 0 \Rightarrow F_T \cdot \ell \cdot \eta\mu\phi = w \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\phi \Rightarrow F_T = \frac{w}{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon\phi\phi}$ (1)

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = F_T \xrightarrow{(1)} T_{\sigma\tau} = \frac{w}{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon\phi\phi}$ (2)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W$ (3)

για μη ολίσθηση: $T_{\sigma\tau} \leq \mu \cdot N \xrightarrow[(3)]{(2)} \frac{W}{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon\phi\phi} \leq \mu \cdot W \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 \leq 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon\phi\phi \Leftrightarrow \varepsilon\phi\phi \geq \frac{1}{2\mu} \rightarrow [\varepsilon\phi\phi]_{min} = \frac{1}{2\mu} \rightarrow$ ii

Β2.

Ροή: $A_1 \longrightarrow A_2 = \frac{A_1}{2} \xrightarrow[\text{συνέχειας}]{\text{εξ.}} \upsilon_2 = 2\upsilon_1$ (1)

$\Sigma F_{\varepsilon\mu\beta} = 0 \Rightarrow F_{atm} + W = F_{\upsilon\gamma} \Rightarrow p_{atm} + \frac{W}{A} = p_{\upsilon\gamma}.$ (2)

$(1) \xrightarrow{\text{Bern.}} (2): p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \xrightarrow{(1)}$

$\Rightarrow p_1 = p_{atm} + \frac{\rho}{2} \cdot (\upsilon_2^2 - \upsilon_2^2/4) \Rightarrow p_1 = p_{atm} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_2^2$ (3)

επιφ. $\xrightarrow{\text{Bern.}}$ εκροή: $\rho g \cdot H = \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \xrightarrow{(3)}$

$\rightarrow p_1 = p_{atm} + \frac{3}{4}\rho g H$ (4) , $p_1 = p_{\upsilon\gamma} + \rho g \frac{H}{4} \xrightarrow[(4)]{(2)}$

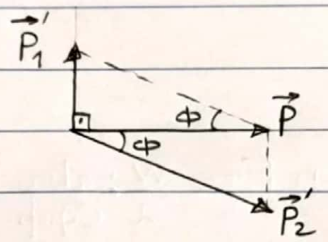
$\Rightarrow \frac{3}{4}\rho g H = \frac{W}{A} + \frac{1}{4}\rho g H \Rightarrow W = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot A}{2} \rightarrow$ i

B3. $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ ελαστική κρούση.

$\vec{p}_1{}' \perp \vec{p}_1$ κ' $\vec{p}_2{}' \wedge \vec{p}_1 = \phi = 30^\circ$.

Κ' μετά η $m_1 = m$ πλαστική κρούση $m_3 = m$.

ΑΔΟ: $\vec{p}_1 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}'$



$\varepsilon\phi\phi = \frac{|P_1'|}{|P|} \Rightarrow |p_1'| = |p| \cdot \varepsilon\phi\phi \Rightarrow$

$\Rightarrow |p_1'| = |p| \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$ (1)

$K_{ΑΡΧ} = K_0 = \frac{p^2}{2m}$ κ' $K_1' = \frac{P_1'^2}{2m} \xRightarrow{(1)} K_1' = \frac{1}{3}\frac{p^2}{2m} = \frac{K_0}{3}$

ΑΔΟ: $m_1 \cdot v_1' = (m_1 + m_2) \cdot v_K \Rightarrow p_1' = p_K$

$K_{συσ} = \frac{p_K^2}{2(m_1 + m_3)} = \frac{p_K^2}{4m} \Rightarrow K_{συσ} = \frac{p_1'^2}{4m} \xRightarrow{(1)}$

$\Rightarrow K_{συσ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{p^2}{4m} = \frac{1}{3 \cdot 2} \cdot \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K_{συσ} = \frac{K_0}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{K_{συσ}}{K_0} = \frac{1}{6} \longrightarrow$ iii

ΘΕΜΑ Γ

ΚΛ: $m=0.5kgr$, $\ell=1m$, $R_{ΚΛ}=2\Omega$, $\upsilon_0=0$, $\mu=0$.
$\sim$: $R_\pi=0$ $v=V\cdot \eta\mu(50\pi t)$ SI
$R_1=6\Omega$, $R_2=3\Omega$

Γ1. δ_1: κλειστός, δ_2,δ_3: ανοικτοί
$\bar{P}_{R_1}=12W \rightarrow V=?\ I_{εν(R_1)}=?$

$$\bar{P}_{R_1}=\frac{V_{εν}^2}{R_1}=\frac{V^2}{2R_1} \Rightarrow V=\sqrt{2R_1\cdot\bar{P}_{R_1}}=12V,$$

$$\bar{P}_{R_1}=I_{εν(R_1)}^2\cdot R_1 \Rightarrow I_{εν(R_1)}=\sqrt{2}\,A.$$

Γ2. $\omega \longrightarrow \omega'=2\omega=100\pi\ r/s$. τότε $V'=N\cdot\omega'\cdot B\cdot A=2\cdot V \Rightarrow$
$\Rightarrow V'=24V \rightarrow v'=24\cdot\eta\mu(100\pi t)$.
κ' $p_{R_1}=\frac{v'^2}{R_1} \Rightarrow p_{R_1}=96\cdot\eta\mu^2(100\pi t)$. (SI)

$t=5\cdot10^{-3}sec \rightarrow p_{R_1}=96\cdot\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow p_{R_1}=96$ Volt.

Γ3. $t_0=0$: δ_1 ανοικτός κ' $F=0.5N=$σταθ. $(\longrightarrow)$,
$t_1=2s$: κλείνουμε τους $\delta_2,\delta_3 \rightarrow \upsilon=\upsilon_{op}=$σταθ.
$B=?$
$t_0 \longrightarrow t_1=2s$: $\alpha=F/m=1m/s^2 \rightarrow \upsilon=\alpha\cdot t_1=2m/s$.
$t\geq t_1$: $\upsilon=\upsilon_{op}=$ σταθ. εξ υποθέσεως $\Rightarrow \Sigma F=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow F_{Lop}=F \Rightarrow \frac{B^2\cdot\ell^2}{R_{ολ}}\cdot\upsilon_{op}=F \Rightarrow B=\sqrt{\frac{F\cdot R_{ολ}}{\ell^2\cdot\upsilon_{op}}}$ (1).

$R_{ολ}=R_{ΚΛ}+\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2} \Rightarrow R_{ολ}=4\Omega \xrightarrow{(1)} B=1T$

Γ4. Από $t_0 = 0 \rightarrow t_1 = 2sec$: $a = 1m/s^2$, $v_0 = 0$
Επομένως: $S_1 = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 = 2m$.

Από $t_1 = 2sec \longrightarrow t_2 = 5sec$: $v = 2m/s = $ σταθ.
Επομένως : $S_2 = v \cdot (t_2 - t_1) = 6m$.

$W_F (t_0 \rightarrow t_2) = + F \cdot (S_1 + S_2) \Rightarrow W_F = 4j$

$\Pi\% = \frac{Q_{R_2}}{W_F} \cdot 100\%$ ②

Το $Q_\theta = Q_{R_1} + Q_{R_2} + Q_{R_{ΚΛ}}$ από $t_1 \longrightarrow t_2$.
Η $v = 2m/s = $ σταθ. $\rightarrow E_{επ} = B \cdot v \cdot \ell = 2$ Volt
$\rightarrow i_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} = \frac{1}{2} A$

$R_1 // R_2$: $I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow I_2 = 2I_1$ ③

$i_{επ} = I_1 + I_2 \overset{③}{\Rightarrow} i_{επ} = \frac{I_2}{2} + I_2 \Rightarrow i_{επ} = \frac{3}{2} \cdot I_2 \Rightarrow$

$I_2 = \frac{2}{3} \cdot i_{επ} = \frac{1}{3} A$ άρα $Q_{R_2} = I_2^2 \cdot R_2 \cdot (t_2 - t_1) = 1j$

② $\rightarrow$ $\Pi\% = 25\%$.

ΘΕΜΑ Δ

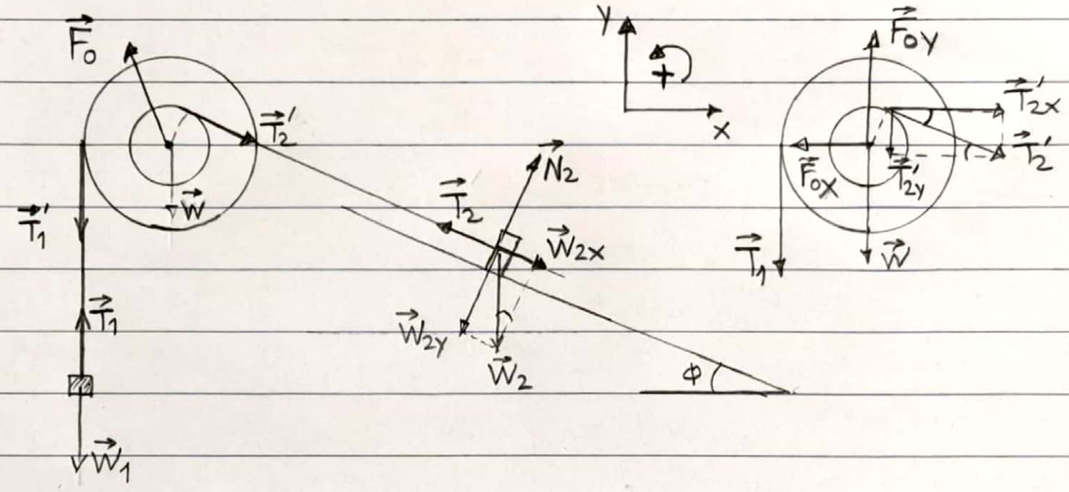
Τροχαλία: $M = 1.5kgr$, r κ' $2r$

$2r \rightarrow m_1$

$r \rightarrow m_2 = 5kgr$ σε λείο κεκλιμένο με ημφ$=0.6$

$Σ_3$: $m_3 = m_2$ ισορροπεί σε κ. συμπιεσμένο $d = 0.2m$

Δ1.



$$\left.\begin{array}{l} ΣF_{Σ2,x} = 0 \Rightarrow T_2 = W_{2x} \\ Στ_0 = 0 \Rightarrow T_2' \cdot r = T_1' \cdot 2r \Rightarrow T_2' = 2 \cdot T_1' \end{array}\right\} \xrightarrow[T_2' = T_2]{T_1' = T_1} W_{2x} = 2 \cdot T_1 \quad (1).$$

$$ΣF_{Σ1} = 0 \Rightarrow T_1 = W_1 \xrightarrow{(1)} W_{2x} = 2 \cdot W_1 \Rightarrow W_1 = \frac{W_{2x}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot g = 0.5 \cdot m_2 \cdot g \cdot ημφ \Rightarrow m_1 = 0.5 m_2 \cdot ημφ \Rightarrow m_1 = 1.5kgr$$

Άρα: $T_2 = m_2 \cdot g \cdot ημφ = 30N$ κ' $T_2' = 2 \cdot T_1' \Rightarrow T_1' = \frac{T_2'}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1' = \frac{T_2}{2} = 15N$ κ' $T_2' = T_2 = 30N$

$T_{2x}' = T_2' \cdot συνφ = 24N$

$T_{2y}' = T_2' \cdot ημφ = 18N$

$\Sigma F_{Τρ,x}=0 \Rightarrow F_{0x}=T'_{2x} \Rightarrow F_{0x}=24N$

$\Sigma F_{Τρ,y}=0 \Rightarrow F_{0y}=T'_1+T'_{2y}+Mg=(15+18+15)N \Rightarrow F_{0y}=48N$

$$\left.\begin{array}{l}\vec F_0=\vec F_{0x}+\vec F_{0y}\\ \vec F_{0x}\perp \vec F_{0y} \text{ κ' } F_{0y}=2F_{0x}\end{array}\right\} \Rightarrow F_0^2=F_{0x}^2+4F_{0x}^2 \Rightarrow F_0=F_{0x}\cdot\sqrt{5} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow F_0=24\sqrt{5}\,N.$$

Δ2.

$Σ_2$: $υ_0=0$ από $h=1.8m$ κατέρχεται

ΓΔ $=\ell=\frac{3\pi}{5}m$ τότε κόβεται το νήμα 3 κ' έχουμε ελαστική κρούση στην ΘΦΜ είναι $m_3=m_2$ άρα ανταλλαγή ταχυτήτων.

Το $υ_3=ω\cdot d$ κ' φτάνει στη ΘΦΜ την $t_1=T/4$

Το $Σ_2$ διανύει με σταθερή ταχύτητα το ℓ σε $T/4$ εξ υποθέσεως.

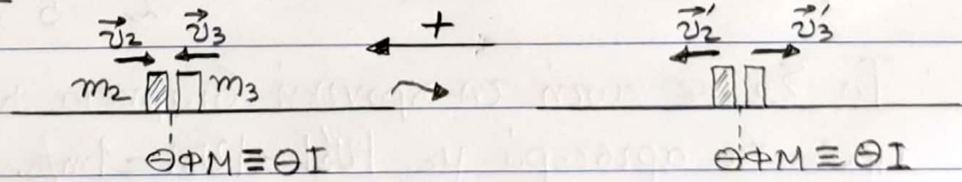
ΑΔΜΕ ($Σ_2$): $m_2\cdot g\cdot h=\frac{1}{2}m_2 υ_2^2 \Rightarrow |υ_2|=\sqrt{2gh}=6m/s.$

Επομένως: $\ell=|υ_2|\cdot t_1 \Rightarrow t_1=\ell/|υ_2| \Rightarrow t_1=\frac{\pi}{10}sec$

όμως $t_1=\frac{T}{4} \Rightarrow T=\frac{4\pi}{10}sec=\frac{2\pi}{5}sec \rightsquigarrow$

$\rightsquigarrow ω=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow ω=5r/s$ τότε $k=m_3\cdot ω^2 \Rightarrow k=125N/m.$

Δ3.



Η $|υ_3|=ω\cdot d \Rightarrow |υ_3|=1m/s$. Έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων $\rightsquigarrow$

$\rightsquigarrow υ'_3=υ_2 \Rightarrow υ'_3=+6m/s \rightsquigarrow φ_0=\pi\, rad$ Επομένως:

$$\left.\begin{array}{l}x=A\cdot ημ(ωt+\pi)\\ A=\frac{|υ'_3|}{ω}=1.2m\end{array}\right\} \Rightarrow x=1.2\cdot ημ(5\cdot t+\pi)\,SI$$

Δ4. $K = 8 \cdot U \rightsquigarrow \frac{dP}{dt} = ?$ κ' $\left|\frac{dK}{dt}\right| = ?$ $m_3 = 5kgr$
για 1η φορά

$x = 1.2 \cdot ημ(5 \cdot t + π)$ SI $\rightsquigarrow$ $υ = 6 \cdot συν(5t + π)$ SI

Για 1η φορά $K = 8 \cdot U \Rightarrow x < 0$, $υ < 0$, κ' $α = -ω^2 \cdot x > 0$

$$E_{ΤΑΛ} = K + U \xRightarrow{K = 8U} E_{ΤΑΛ} = 9U \Rightarrow A^2 = 9 \cdot x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -\frac{A}{3} \quad κ' \quad E_{ΤΑΛ} = 9 \cdot \frac{K}{8} \Rightarrow υ_{max}^2 = \frac{9}{8} \cdot υ^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow υ = -\frac{2\sqrt{2}}{3} υ_{max} = -4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$\frac{dP}{dt} = ΣF = -k \cdot x \Rightarrow \frac{dP}{dt} = +k \cdot \frac{A}{3} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = +50 \text{ N}.$$

$$\left|\frac{dK}{dt}\right| = |ΣF| \cdot |υ| = k \cdot \frac{A}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} υ_{max} \Rightarrow \left|\frac{dK}{dt}\right| = 200\sqrt{2} \text{ J/s}$$

Δ5. Το $Σ_3$ διέρχεται από την ΘΦΜ ≡ ΘΙ για πρώτη φορά μετά την κρούση την $t = \frac{T}{2} = \frac{π}{5}$ sec.

Το $Σ_2$ σε αυτή τη χρονική διάρκεια κάνει Ε.Ο.Κ. προς τα αριστερά με $|υ_2'| = |υ_3| = 1 m/s$.
Θα έχει διανύσει απόσταση $S = |υ_2'| \cdot t = \frac{π}{5} m \rightsquigarrow$
$\rightsquigarrow S = 0.628m$ αυτή θα είναι εκείνη τη στιγμή κ' η μεταξύ τους απόσταση.