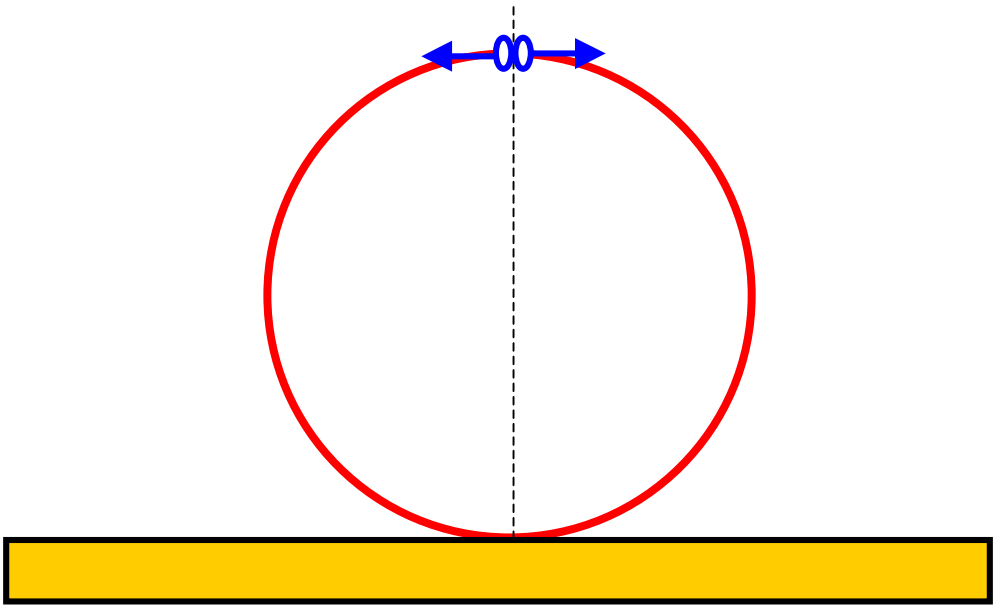
Πότε θα ανασηκωθεί ο δακτύλιος;

Δύο ίδιοι μικροί κρίκοι μάζας m ο κάθε ένας είναι περασμένοι μέσα από το σύρμα ενός δακτυλίου μάζας M και ακτίνας R που είναι κατακόρυφος, ακίνητος και στηρίζεται σε οριζόντιο δάπεδο.

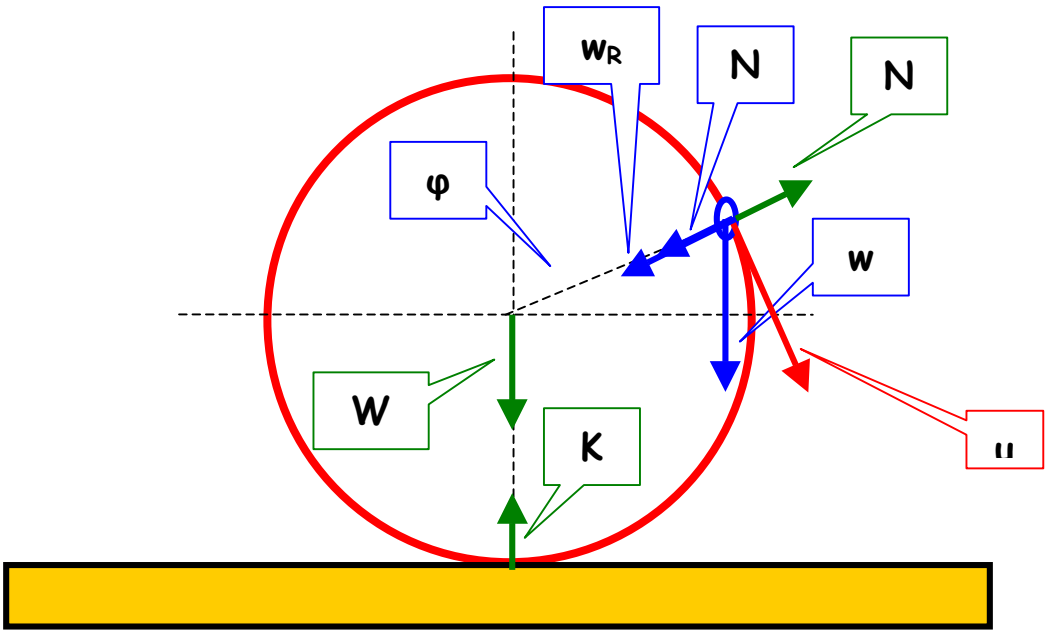
Η εσωτερική διάμετρος κάθε κρίκου είναι λίγο μεγαλύτερη από το πάχος του σύρματος του δακτυλίου.

Αν οι κρίκοι αφεθούν να κινηθούν από το ανώτατο σημείο του δακτυλίου χωρίς τριβές (με αντίθετη φορά) να βρεθεί πότε θα ανασηκωθεί ο δακτύλιος από το δάπεδο.

Δίδεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g και M/m=2/3.



Απάντηση



(δείτε πρώτα την ανάρτηση:πότε το σώμα θα χάσει την απαφή του με τον δακτύλιο;)

Κάθε κρίκος (για λόγους ευκρίνειας στην εικόνα σχεδιάστηκε μόνον ο ένας) στην αρχή και ώσπου να βρεθεί σε θέση όπου η επιβατική ακτίνα σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία φ τέτοια ώστε συνφ=2/3 θα κινείται έχοντας επαφή με την εξωτερική πλευρά του σύρματος του δακτυλίου.

Στη συνέχεια όμως (επειδή έχει τάση να απομακρυνθεί από το σύρμα) θα εφάπτεται με την εσωτερική πλευρά του και επομένως θα δέχεται απ' αυτό δύναμη N που, λόγω έλλειψης τριβών, θα έχει τη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας.
Η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται τότε ο κρίκος πάνω στην ακτίνα είναι κεντρομόλα δηλαδή έχει φορά προς το κέντρο της τροχιάς και μέτρο mu^2/R, όπου u η ταχύτητά του.
Άρα: $w_R+N= mu^2/R$ ή
$mg\sigma\upsilon\nu\varphi+N= mu^2/R$ (1)
και επειδή από το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας:
$mgh= mu^2/2$ ή $mg(R-R\sigma\upsilon\nu\varphi) =mu^2/2$ ή $mgR(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) =mu^2/2$
ή $mu^2/R=2mg(1-\sigma\upsilon\nu\varphi)$ η σχέση (1) γίνεται:
$mg\sigma\upsilon\nu\varphi+N=2mg(1-\sigma\upsilon\nu\varphi)$ απ' όπου
$N=2mg-3mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

Σύμφωνα με το αξίωμα δράσης-αντίδρασης και ο κρίκος θα ασκεί στον δακτύλιο δύναμη N ίση και αντίθετη με την προηγούμενη.
Επομένως ο δακτύλιος δέχεται στον κατακόρυφο άξονα το βάρος του W, τη δύναμη K από το δάπεδο, τη συνιστώσα $N\sigma\upsilon\nu\varphi$ της δύναμης από τον ένα κρίκο και τη συνιστώσα $N\sigma\upsilon\nu\varphi$ από τον άλλο (που για λόγους συμμετρίας είναι ίσες) και επειδή ισορροπεί:
$K+2N\sigma\upsilon\nu\varphi=W$ απ' όπου $K=W-2N\sigma\upsilon\nu\varphi$

Ο δακτύλιος θα ανασηκωθεί από το δάπεδο όταν
$K=0$ ή $Mg-2(2mg-3mg\sigma\upsilon\nu\varphi)\sigma\upsilon\nu\varphi=0$ ή $M-4m\sigma\upsilon\nu\varphi+6m\sigma\upsilon\nu^2\varphi=0$
ή (επειδή $M=2/3m$) $2/3-4\sigma\upsilon\nu\varphi+6\sigma\upsilon\nu^2\varphi=0$ ή $18\sigma\upsilon\nu^2\varphi-12\sigma\upsilon\nu\varphi+2=0$
από τη λύση της οποίας προκύπτει <u>$\sigma\upsilon\nu\varphi=1/3$</u>

ekountouris@sch.gr