

## **Περί Κινηματικής ο Λόγος (αλλά και μια διδακτική πρόταση)**

Αγαπητοί φίλοι, κατ' αρχάς θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους αυτούς που συμμετείχαν στο διάλογο αυτόν και κατέθεσαν τις απόψεις τους, πάνω στο θέμα της συζήτησης που είχα ξεκινήσει. Θα ήθελα να πω, ότι όλες οι θέσεις είναι για μένα απολύτως σεβαστές, ακόμη και αν εξέφραζαν δισταμένους έως αντιδιαμετρικές απόψεις.

Και πρώτα-πρώτα θα ήθελα να πω ότι έχουν δίκιο και οι φίλοι, όπως ο Λεωνίδας, που θεώρησαν ότι το θέμα δεν είναι τόσο σημαντικό για να μας απασχολεί.

Πράγματι υπάρχουν πολύ πιο σημαντικά πράγματα που απασχολούν το σημερινό σχολείο, που ο τρόπος της διδασκαλίας της ταλάντωσης να μοιάζει μια πολύ μικρή λεπτομέρεια.

Αλλά εδώ είμαστε για να τα συζητάμε όλα και αν τα βασικά προβλήματα της εκπαίδευσης είναι πολιτικά ζητήματα, για τα οποία δυστυχώς πολύ μικρή επίδραση μπορούμε να έχουμε, υπάρχουν πράγματα πάνω στα οποία μπορούμε να προβληματιστούμε και να γίνουμε καλύτεροι. Αλλά όχι μόνο αυτό. Αλλά και πράγματα που αν ξεκαθαριστούν, ελπίζουμε να ληφθούν υπόψη σε επόμενες εκδόσεις διδακτικών βιβλίων Φυσικής (αισιόδοξος;).

Θα μου επιτρέψετε λοιπόν αγαπητοί φίλοι, να καταθέσω και εγώ τις σκέψεις στις οποίες κατάληγα μετά την συζήτηση που έγινε. Ελπίζω να έχετε την υπομονή να διαβάσετε το παρακάτω κείμενο, κυρίως όσοι εκφράσατε κάποιες αμφιβολίες για το γνήσιο ή το στημένο της συζήτησης. Ελπίζω ακόμη, να μην στεναχωρήσω πολύ, αγαπητούς φίλους.

### **A. Σε τι υπάρχει συμφωνία;**

Νομίζω ότι όλοι συμφωνούμε κατ' αρχήν με την πρόταση του Θρασύβουλου Μαχαίρα ότι ο τρόπος παρουσίασης της α.α.τ μέσω της εξίσωσης  $x=A\sin(\omega t+\phi)$  είναι προβληματικός, αφού με την ίδια εξίσωση περιγράφονται και άλλες κινήσεις που δεν είναι α.α.τ. Δεν νομίζω ότι διατυπώθηκαν σοβαρά επιχειρήματα που να αντικρούουν την παραπάνω θέση που υποστηρίζει στο βιβλίο του ο Θρασύβουλος.

Θα συμφωνήσω επίσης, ότι η πρότασή του για τον τρόπο διδασκαλίας των ταλαντώσεων, μας δίνει μια **ολοκληρωμένη και σωστά δομημένη πορεία**.

Αλλά επίσης, έχει και μια **συνέπεια** με όσα με διάφορες αφορμές, έχει διατυπώσει ο Θρασύβουλος στο βιβλίο του.

Άρα τοποθετήσεις φίλων, ότι δήθεν προτείνει διδασκαλία μέσω διαφορετικών εξισώσεων, δεν ευσταθούν και δεν χρειάζεται πλέον να το σχολιάσω.

### **B. Υπάρχει και διαφωνία;**

Δεν θα συμφωνήσω όμως, με το να μην ξεκινήσουμε τη ταλάντωση με την κινηματική της, αλλά με τη δύναμη ή την ενέργεια.

#### **1. Πώς μπορούμε να προσεγγίσουμε μια κίνηση;**

Γενικά για κάθε κίνηση, έχω την άποψη ότι έχει ιδιαίτερη αξία η Κινηματική. Η πρώτη φανερή επαφή που μπορεί να έχει ο μαθητής με ένα φαινόμενο, είναι η κίνηση. Αυτή **παρατηρεί**, αυτή

μπορεί να μετρήσει και μέσα από μια πειραματική προσέγγιση να την μελετήσει.

Χρειάζεται **μια μεζούρα και ένα χρονόμετρο**. Από εκεί ξεκινούν όλα...

Μετά, με βάση τα αποτελέσματα, μπορεί να καταλήξει ότι υπάρχει ή δεν υπάρχει δύναμη και ποιας μορφής είναι. Αν υπεισέρχονται και ποιες μορφές ενέργειας και να προχωρήσει σε παραπέρα κατανόηση του φαινομένου. Η δύναμη δεν είναι τίποτα άλλο παρά ένας τρόπος να περιγράψει τις αλληλεπιδράσεις, δηλαδή να δικαιολογήσει γιατί είναι αυτή η μορφή της συνάρτησης  $x-t$  και να βρει την τιμή της.

***Δεν γνωρίζουμε αρχικά τις δυνάμεις και από εκεί συμπεραίνουμε την κίνηση...***

Είναι σαν να βάζουμε το κάρο μπροστά από το άλογο!!! (για να θυμηθούμε και μια παλιά έκφραση...)

## 2. Τι λέει η ιστορία; Κίνηση ή εξίσωση κίνησης;

Η Κινηματική μελέτη είναι ουσιαστική, όμως όχι μόνο για τον παραπάνω λόγο. Ιστορικά αν δούμε την εξέλιξη της Φυσικής, θα δούμε ότι πάντα από την Κινηματική ξεκινούν όλα.

Η μελέτη της κίνησης (και το αντίστοιχο κεφάλαιο που μάθαμε να αποκαλούμε Κινηματική) έχει αξία από μόνο του. Δεν με βρίσκει σύμφωνο η αντικατάσταση της λέξης «κίνηση» από τον όρο «εξίσωση κίνησης» που χρησιμοποιεί ο Θρασύβουλος στο βιβλίο του. Θεωρώ ότι εδώ υπάρχει μια «υποβάθμιση» της Κινηματικής προσέγγισης μιας κίνησης και η μετατροπή της σε μια συνάρτηση. Όχι αγαπητοί φίλοι, για μένα, η κινηματική μελέτη δεν είναι μια συνάρτηση. Η κίνηση είναι μια βασική (ίσως η βασικότερη) ιδιότητα της ύλης και η κινηματική της μελέτη έχει αξία αφ' εαυτής.

Είναι άλλο πράγμα να αποκαλώ την κίνηση ενός σώματος, ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, όταν κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση και άλλο πράγμα να δίνω την εξίσωση της κίνησής του  $x=x_0+v_0\cdot t+\frac{1}{2}a\cdot t^2$ .

Ο Kepler μελέτησε τις κινήσεις των πλανητών χωρίς να γνωρίζει τις αιτίες που τις προκαλούν. Και βρήκε τόσες πληροφορίες, που μας συγκλονίζουν ακόμη και σήμερα. Θυμηθείτε τι πλούτο κρύβουν! Ελλειπτικές τροχιές, νόμος εμβადών (διάβαζε διατήρηση στροφορμής), σχέση ημιάξονα και περιόδου!!! Μόνο κινηματική. Άχρηστες πληροφορίες;

Όχι, γιατί μετά, ήρθε ο Νεύτωνας και πάνω σε αυτές τις γνωστές κινήσεις, θεμελίωσε τη Μηχανική!!! Για να ερμηνεύσει δε την πραγματικότητα όπως προέκυπτε από την κινηματική μελέτη, διατύπωσε το νόμο της Παγκόσμιας έλξης..

Δεν μου είναι απαραίτητη η δύναμη (που συνήθως δεν γνωρίζω) για να περιγράψω μια κίνηση. Και οι πληροφορίες που μπορώ να αντλήσω είναι συνήθως υπεραρκετές, χωρίς να χρειαστώ ούτε δύναμη να μετρήσω, ούτε ενέργεια να βάλω στο παιχνίδι.

Αλήθεια πριν δυο μήνες παρακολουθήσαμε όλη τη συζήτηση για την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου κάποιου τροχού που κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει. Και ειπώθηκαν τόσα για την κυκλοειδή τροχιά, την ακτίνα της τροχιάς και την επιτάχυνση του σημείου.

Τι μελετήσαμε εκεί; Την κίνηση του σημείου. Όχι προφανώς τις δυνάμεις που ασκούνται στο γεωμετρικό σημείο. Και πώς αλλιώς θα μπορούσε να γίνει, μήπως ξεκινώντας από τους νόμους του Νεύτωνα;

Ας προσέξουμε φίλοι μου:

**Αν διδάξουμε Φυσική, ξεκινώντας οποιαδήποτε κίνηση από το  $\Sigma F=ma$ , με συνέπεια, κάνουμε ευνουχισμό στη σκέψη του μαθητή μας. Θα ψάχνει παντού για δυνάμεις και όταν δεν θα υπάρχουν ή δεν θα μπορεί να τις βρει, θα σηκώνει τα χέρια ψηλά.**

Φανταστείτε να του πείτε να μελετήσει την κίνηση ενός νέφους...

Αλλά και τι πρόβλημα θα έχει, να μελετήσει την ταχύτητα ενός γεωμετρικού σημείου, όπως στο παραπάνω παράδειγμα της κυκλοειδούς!!!

### 3. Μπορώ να μελετήσω και κίνηση σκιάς;

Αλλά ακόμη και εκεί που δεν έχουμε πραγματικά σώματα να κινούνται, αλλά «σώματα» σκιές, η κίνηση έχει αξία. Δεν μπορώ να μελετήσω την κίνηση της σκιάς ενός νέφους; Και δεν έχει αξία η πληροφορία που μπορώ να αντλήσω; Για μένα έχει.

Η σκιά πράγματι δεν έχει υλική υπόσταση. Αλλά πάνω σε μελέτη σκιών στηρίχθηκε για πρώτη φορά η άποψη ότι η Γη είναι σφαιρική και υπολογίστηκε η ακτίνα της. Και πάνω στην κίνηση σκιάς, στηρίζεται το Ηλιακό ρολόι. Ναι λοιπόν, η σκιά μπορεί να κινείται και ένα σημείο της μπορεί να έχει ταχύτητα και επιτάχυνση.

Ας πάρω μια μικρή συσκευή Laser και ας σημαδέψω τον πίνακα. Ας κινήσω έτσι το Laser ώστε η μικρή κόκκινη κουκίδα να διαγράφει ένα κύκλο. Είναι λάθος να μιλήσω στους μαθητές για την κίνησή της; Είναι χωρίς αξία να μπορούν να μετρήσουν την ταχύτητα της κουκίδας; Η κουκίδα δεν μπορεί να κάνει ομαλή κυκλική κίνηση; Πρέπει να την αντικαταστήσω με μια μύγα και να μετρήσω τις δυνάμεις που δέχεται, για να συμπεράνω μέσω του δεύτερου νόμου της κίνησης, ότι υπάρχει κίνηση και είναι ομαλή κυκλική;

(Αλλά, μπορεί κάποιος να πει, γιατί να το κάνεις αυτό; Ωραία, ας υποθέσουμε ότι θέλω να μελετήσει ο μαθητής μια στροφική κίνηση του προβολέα και για να μπορέσει να το πραγματοποιήσει, του προτείνω να μελετήσει την κίνηση της κουκκίδας πάνω σε ένα τοίχο που απέχει 10 μέτρα από τον προβολέα.)

Είναι πραγματικές κινήσεις αυτές ή «φαντάσματα»; Τι μελέτησε ο Kepler; Κινήσεις φωτεινών σημείων, ό,τι μελετάει και ο σημερινός αστρονόμος. Δηλαδή σημεία που εκπέμπουν φως. Αλλά η σκιά είναι απλά, το αντίθετο. Η έλλειψη φωτός. Και αν δεν είναι φάντασμα μια σημειακή φωτεινή πηγή, δεν είναι και το αντίθετό της. Μια σημειακή σκιά.

Γνωρίζω ότι η θεωρητική μηχανική δεν αναγνωρίζει κινήσεις μη υλικών σωματιδίων. Αλλά εδώ εμείς δεν διδάσκουμε θεωρητική Μηχανική, αλλά γενική Φυσική στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Δεν πρέπει ο μαθητής να θεωρεί υπαρκτή την κίνηση μιας φωτεινής κηλίδας, στην οθόνη του υπολογιστή του; Η κίνηση αυτή δεν υπάρχει ή δεν θα τη μελετήσει με βάση γνώσεις Φυσικής;

Η Κινηματική αυτό ακριβώς κάνει:

**Μας μαθαίνει να μελετάμε μια κίνηση ανεξάρτητα από άλλα μεγέθη, όπως μάζα, δύναμη, ορμή, ενέργεια.**

**Γιατί την υποβαθμίζουμε;**

Ξέρω ότι ο Θρασύβουλος δεν συμφωνεί, αλλά εγώ θεωρώ ένα πολύ καλό διδακτικό εργαλείο, κατά τη μελέτη μιας κίνησης που είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου, το περιστρεφόμενο

διάνυσμα. Το έχω υποστηρίξει και στο παρελθόν. Είναι για μένα πολύ βολικό και θεωρώ ότι είναι σημαντικό να γίνει ικανός ο μαθητής να υπολογίζει θέσεις και χρόνους, «βλέποντας» την κίνηση ενός ανύπαρκτου σώματος, ενός γεωμετρικού σημείου, που είναι απλά η προβολή του άκρου ενός περιστρεφόμενου διανύσματος, πάνω στον κατακόρυφο άξονα.

Ναι φίλε Θρασύβουλε, για μένα, η προβολή του άκρου του περιστρεφόμενου διανύσματος, είναι ένα κινούμενο σημείο, τόσο κινούμενο, όσο και ένα οποιοδήποτε άλλο κινούμενο υλικό σημείο.

Αλλά μήπως και γενικότερα η μελέτη αρμονικών μεγεθών, δεν γίνεται με τη βοήθεια περιστρεφόμενων διανυσμάτων; Ας θυμηθούμε το εναλλασσόμενο ρεύμα.

Θέλω να πω με άλλα λόγια, ότι άλλο πράγμα τα φαντάσματα και άλλο η σκιά. Πίσω από κάθε σκιά, υπάρχει ένα υλικό σώμα που την δημιουργεί, πολύ υπαρκτό, όπως και η σκιά του. Όταν μετρώ την ταχύτητα διάδοσης της σκιάς σε μια έκλειψη Ηλίου, την ταχύτητα της Σελήνης μπορώ να υπολογίσω. Και όταν παρακολουθώ τη σκιά ενός σώματος που εκτελεί Ο.Κ.Κ σε μια διεύθυνση που ταυτίζεται με μια διάμετρό του, αυτό που «βλέπω» είναι ότι η κίνησή του μπορεί να αναλυθεί σε δύο, κάθετες μεταξύ τους αρμονικές ταλαντώσεις...

#### 4. Ναι, αλλά πώς διδάσκουμε κάποιες κινήσεις;

Έχει ιδιαίτερη αξία ο μαθητής να διδαχτεί την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και να μάθει να μελετά μια τέτοια κίνηση και να την αναγνωρίζει. Το ίδιο για την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Αν το ίδιο ισχύει και για την ομαλή κυκλική κίνηση, τότε γιατί όχι και για την **Αρμονική Ταλάντωση**;

Αλλά ας έρθουμε φίλε Θρασύβουλε σε ειδικές, σημαντικές κινήσεις, όπως λες.

- 1) Ελεύθερη πτώση. Πράγματι είναι μια ιδιαίτερη κίνηση, που δεν παύει όμως να είναι μια ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, που ο μαθητής γνωρίζει από την διδασκαλία της, στην Κινηματική.
- 2) Μπορεί να διδάσκουμε την κίνηση ενός φορτισμένου σωματιδίου κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου ξεκινώντας από τη δύναμη, αλλά έχει ήδη διδαχτεί ο μαθητής την αντίστοιχη κυκλική κίνηση. Δεν του λέμε ότι επειδή η δύναμη είναι κάθετη στην ταχύτητα αποδεικνύεται ότι ισχύουν αυτές οι εξισώσεις για τη ταχύτητα και για τη γωνιακή ταχύτητα.

**Όταν παρατηρεί ένας μαθητής μια ταλάντωση, αυτό που βλέπει είναι ένα σώμα να πηγαίνο-  
ερχεται. Δεν βλέπει δυνάμεις, ούτε προφανώς βλέπει ενέργειες. Το πρώτο πράγμα που  
έχει να κάνει είναι να μετρήσει τη θέση, να πάρει τη γραφική παράσταση  $x-t$  και να δει ότι  
η κίνηση είναι αρμονική.**

**Προσοχή!!!**

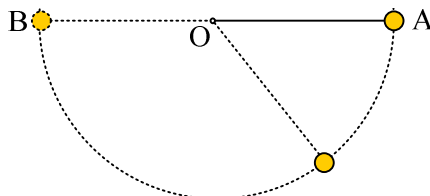
**αρμονική, δεν λέω α.α.τ.**

Δεν ξέρει ακόμη ποιες δυνάμεις ασκούνται στο σώμα. Αυτό είναι το επόμενο βήμα.

### **Γ. Από πού προκύπτουν τα σημερινά λάθη μας;**

Ξεκινάμε να διδάσκουμε την ταλάντωση από την κίνηση που συνηθίσαμε να ονομάζουμε απλή ή γραμμική αρμονική ταλάντωση (α.α.τ.). και μάλιστα την ορίζουμε με βάση της εξίσωση  $x = A\sin(\omega t + \phi_0)$ . Στο μυαλό των μαθητών μας, αλλά και στο δικό μας σε μεγάλο βαθμό, ας το ομολογήσουμε, υπάρχει μια ταύτιση των όρων ταλάντωση και α.α.τ.

Αλήθεια διδάξαμε ποτέ, ότι η κίνηση που δείχνει το παρακάτω σχήμα είναι ταλάντωση; Ένα σώμα δεμένο στο άκρο νήματος αφήνεται στη θέση Α, φτάνει στη θέση Β και επιστρέφει ξανά στο Α.



Μια ταλάντωση, που όμως είναι κυκλική επιταχυνόμενη κίνηση.

Ακόμη και εκεί που η ταλάντωση δεν είναι α.α.τ. προσπαθούμε να την προσεγγίσουμε με την α.α.τ. Προχωράμε στη διδασκαλία της φθίνουσας και στα μυαλά μας, περίπου σαν προέκταση της α.α.τ. την έχουμε. Και αν όχι στα δικά μας, πάντως στον μαθητή μας, σίγουρα. Ας θυμηθούμε κάποιες προσπάθειες από συναδέλφους κατά το περασμένο καλοκαίρι, να βγουν συμπεράσματα για τις φθίνουσες, κάνοντας προσεγγίσεις που τις μετέτρεπαν σε α.α.τ.

Μετά πάμε στις εξαναγκασμένες κυβλώνοντας μαζί μας όσα έχουμε μάθει από την α.α.τ. και τα βάζουμε επίσης στο τραπέζι. Για παράδειγμα αφού η ενέργεια ταλάντωσης είναι σταθερή και δίνεται από την εξίσωση:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2$$

μπορούμε να βρούμε π.χ. την ταχύτητα σε κάποια θέση. Γιατί να μην κάνουμε το ίδιο και στην εξαναγκασμένη;

- Όχι λες δεν διατηρείται η ενέργεια.
- Ναι, σου απαντά ο άλλος, αλλά αν έχει αποκατασταθεί μόνιμη κατάσταση, εγώ παίρνω την εξίσωση:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

και βρίσκω την ταχύτητα σε μια θέση. Γιατί να χρησιμοποιήσω τη σχέση  $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$  που θα μου δώσει το ίδιο αποτέλεσμα; Άλλωστε αυτή τη σχέση που την βρήκαμε; Στην α.α.τ. και μάλιστα, ακόμη και εκεί, γιατί να την μάθει ο μαθητής; Άχρηστη είναι, αφού πιο εύκολα βγαίνουν απαντήσεις με βάση την ενέργεια ταλάντωσης...

### **Δ. Μια πρόταση διδασκαλίας**

Με βάση τα παραπάνω και για να αποφύγουμε τα σημερινά λάθη μας, καταλήγω στο συμπέρασμα ότι πριν διδάξουμε την απλή αρμονική ταλάντωση, θα πρέπει να εστιάσουμε σε δύο προαπαιτούμενα:

- 1) Διδάσκουμε αρχικά γενικά τις ταλαντώσεις, δείχνοντας στους μαθητές μας ένα πλήθος διαφορετικών κινήσεων, που μπορούν να θεωρηθούν ταλαντώσεις.

2) Διδάσκουμε τη **Κινηματική του Αρμονικού Ταλαντωτή**. Τη μελέτη της κίνησης δηλαδή ενός σώματος που η απομάκρυνσή του δίνεται από τη σχέση  $x=A\eta\mu(\omega t+\phi_0)$ . Αυτό εντελώς ανεξάρτητα από άλλα χαρακτηριστικά που αφορούν τη δύναμη ή την ενέργεια.

- Μετά ερχόμαστε και ορίζουμε την κίνηση ενός σώματος πάνω στο οποίο ασκείται μόνο μια δύναμη (ή συνισταμένη δύναμη) της μορφής  $F=-Dx$  και που ταλαντώνεται πλέον ελεύθερα με σταθερό πλάτος. Αυτή την κίνηση συνηθίσαμε να αποκαλούμε α.α.τ. Με βρίσκει σύμφωνο το όνομα που της έχει δώσει ο Θρασύβουλος:

#### **Ελεύθερη αρμονική ταλάντωση.**

Η μελέτη μας εδώ επικεντρώνεται προφανώς στη δύναμη αλλά και στην ενέργεια ταλάντωσης.

- Φθίνουσα ελεύθερη ταλάντωση
- Εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Προσοχή, οι τρεις τελευταίες κινήσεις δεν εμπλέκονται. Τις διδάσκουμε σαν ανεξάρτητες κινήσεις.

#### ***Ε. Δηλαδή να προσθέσουμε άλλη μια κίνηση στη μελέτη μας:***

Όχι δεν προσθέτουμε τίποτα περισσότερο από ότι, θα μας επιτρέψει να κατανοήσουμε πρώτα εμείς και ύστερα οι μαθητές μας, τότε η κίνηση είναι Ελεύθερη Αρμονική Ταλάντωση (άντε αν δεν συμφωνείτε, την αφήνουμε α.α.τ.). Αλήθεια διδάσκουμε χρόνια, ότι ικανή και αναγκαία συνθήκη για να εκτελεί ένα σώμα α.α.τ. είναι  $\Sigma F=-D\cdot x$ . Πόσο το κατανοούμε και από πού το βγάζουμε αυτό το συμπέρασμα;

Γράφτηκε από το Θεόδωρη, αλλά και από το Θρασύβουλο, η διαφορά μεταξύ χωροεξαρτώμενης και χρονοεξαρτώμενης δύναμης. Αλήθεια πόσο κατανοούμε τη διαφορά;

Φίλε Λάμπρο να μου επιτρέψεις να χρησιμοποιήσω τις δύο κινήσεις που πρότεινες σε σχόλιό σου και να δούμε αν πραγματικά έχουν διαφορές και αν μπορούμε να τις αποκαλέσουμε και τις δύο α.α.τ.

#### **Παράδειγμα:**

Πάνω σε ένα λείο τραπέζι ηρεμούν δύο σώματα μάζας 1kg στη θέση  $x=1m$ . Για  $t=0$  αφήνουμε τα δύο σώματα να κινηθούν. Στο Α ασκείται δύναμη της μορφής  $F=-40x$  (S.I.) ενώ στο Β δύναμη  $F=-40\cdot\sin 2\pi t$ .

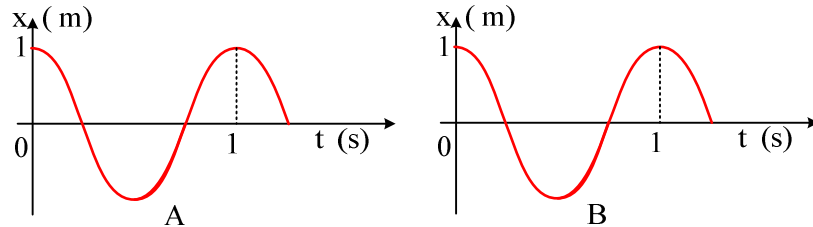
- Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις  $x-t$  της θέσης κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης.

Απάντηση:

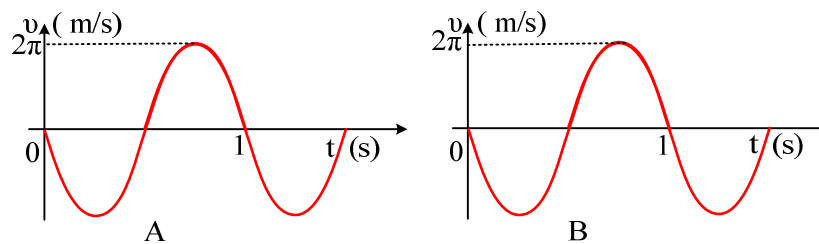
- Το Α σώμα εκτελεί α.α.τ. με περίοδο  $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}=1s$  και η εξίσωση της κίνησής του θα είναι:

$$x = 1 \cdot \eta\mu(2\pi t + \pi/2) = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi t$$

Συνεπώς η δύναμη που ασκείται πάνω του θα δίνεται από την εξίσωση σε συνάρτηση με το χρόνο  $F = -D \cdot x = -40 \cdot 1 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi t = -40 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi t$  !!! ίδια δηλαδή με τη δύναμη που ασκείται στο δεύτερο σώμα. Συνεπώς από καθαρά κινηματική πλευρά οι δύο κινήσεις είναι απολύτως όμοιες και οι γραφικές παραστάσεις της θέσης κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο θα είναι:



Ενώ για τις ταχύτητες οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις θα είναι:



- ii) Το A σώμα εκτελεί α.α.τ. και η ενέργεια ταλάντωσης εμφανίζεται και σαν κινητική και σαν δυναμική  $E = K + U = \frac{1}{2} D A^2 = 20J$ .

Αντίθετα το σώμα B έχει μόνο κινητική ενέργεια και όχι δυναμική, αφού η δυναμική ενέργεια συνδέεται με δύναμη χωροεξαρτώμενη ( $F = -\frac{dU}{dx}$ ). Άρα προφανώς δεν έχει νόημα να μιλάμε

για δυναμική ενέργεια στην ταλάντωση αυτή, αλλά δεν έχει αξία και η ενέργεια ταλάντωσης, αφού προφανώς και η κινητική ενέργεια μεταβάλλεται με το χρόνο, συνεπώς καμιά πρακτική αξία δεν έχει η μελέτη της.

-Μα γιατί αυτό; Και γιατί να μην αποδώσουμε και στο δεύτερο σώμα δυναμική ενέργεια;

-Ας το δούμε:

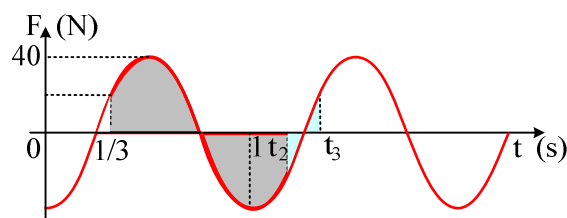
Έστω ότι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 1/3s$  καθένα σώμα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με κάποιο άλλο σώμα μάζας 1 kg που ήταν ακίνητο. Τι θα συμβεί;

Η θέση και των δύο σωμάτων θα είναι  $x = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi t = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi/3 = -0,5m$ .

Και τα δύο σώματα θα έχουν ταχύτητα μηδέν αμέσως μετά τη κρούση. Τι θα συμβεί μετά;

Το A θα ξεκινήσει μια νέα ταλάντωση με την ίδια περίοδο, γύρω από τη θέση  $x=0$  με νέο πλάτος ταλάντωσης  $A' = 0,5m$ , πράγμα που σημαίνει ότι, πριν τη κρούση είχε δυναμική ενέργεια αλλά και αμέσως μετά την κρούση το A σώμα, ΕΧΕΙ δυναμική ενέργεια, η οποία θα μετατραπεί σε κινητική.

Το B σώμα τι θα κάνει; Για να μην μπλέξουμε με εξισώσεις, που πολλές φορές μας κάνουν να χάνουμε την εικόνα, ας δοκιμάσουμε παίρνοντας τη γραφική παράσταση της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο για το B σώμα.



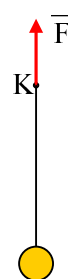
Το σώμα θα κινηθεί προς τα δεξιά αποκτώντας μέγιστη ταχύτητα (Θ.Ι. προφανώς άλλη από την αρχική) τη στιγμή που θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η δύναμη ( $t=0,75s$ ) ενώ θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητά του τη στιγμή  $t_2=7/6s$  (η ώθηση μέχρι εκείνη τη στιγμή είναι μηδενική, από τη σύγκριση των δύο εμβαδών). Μετά θα κινηθεί προς τα αριστερά, αποκτώντας μια μέγιστη ταχύτητα (μικρότερη από πριν, τοπικό μέγιστο) μετά από  $1/12s$  και μετά από ίσο χρονικό διάστημα ξανά  $1/12s$  θα σταματήσει και θα κινηθεί ξανά προς τα δεξιά... Η κίνηση δεν είναι πλέον αρμονική, ούτε θέση ισορροπίας σταθερή έχει, ούτε καν περίοδο (τουλάχιστον όπως την μετρήσαμε αρχικά).

#### Μια εφαρμογή:

Το σώμα του σχήματος βάρους  $10N$  ηρεμεί όπως στο σχήμα στο άκρο αβαρούς νήματος, όταν στο άλλο του άκρο ασκείται δύναμη  $F$ . Κάποια στιγμή, που θεωρούμε  $t=0$  το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται σύμφωνα με την εξίσωση  $F=10+4\cdot\sin\omega t$  (S.I.). Αντίσταση από τον αέρα δεν υπάρχει.

Η κίνηση του σώματος θα είναι:

- α) α.α.τ.    β) εξαναγκασμένη ταλάντωση    γ) αρμονική ταλάντωση αλλά όχι α.α.τ.



#### Συμπέρασμα:

**Κάθε κίνηση που είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου δεν είναι και α.α.τ.** Αυτή είναι μια πολύ ειδική κίνηση, με ιδιαίτερη αξία για τη Φυσική και καλό είναι να είναι ξεκάθαρη η μελέτη της, χωρίς να νοθεύεται από άλλες παρόμοιες κινήσεις. Ας προσέξουμε το όνομά της. Δεν τη λέμε αρμονική ταλάντωση μόνο. Αλλά χρησιμοποιούμε **μια ακόμη λέξη** για να την ορίσουμε (απλή, γραμμική ή ελεύθερη), πράγμα που δηλώνει ότι είναι κάτι περισσότερο από αρμονική ταλάντωση.

Αλλά θα πρέπει επίσης, να προσέχουμε και να μην μεταφέρουμε ελαφρά τη καρδιά, τις ιδιότητες της α.α.τ. σε άλλες κινήσεις....

[dmargaris@sch.gr](mailto:dmargaris@sch.gr)