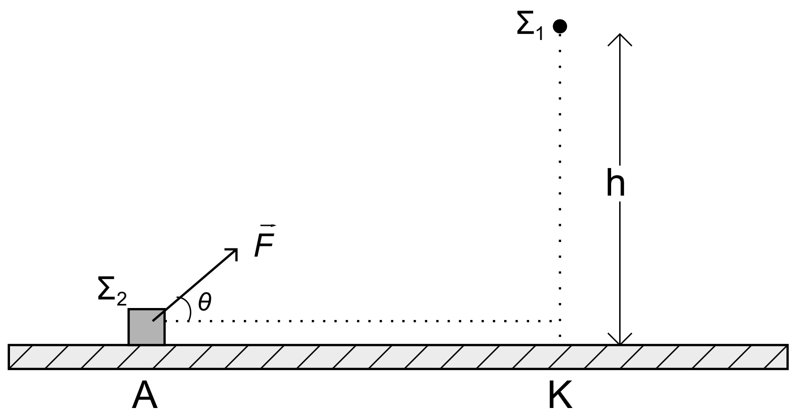
Συνάντηση από ελεύθερη πτώση

Ένα σώμα $Σ_1$ αφήνεται ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t = 0$ από ύψος $h = 80m$ πάνω από το έδαφος. Την ίδια χρονική στιγμή, σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 1{,}6kg$ που βρίσκεται στο σημείο Α του εδάφους, ασκείται μία σταθερή δύναμη μέτρου $F = 6N$ η οποία σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο του εδάφους, όπως στο σχήμα.



Παρατηρούμε ότι τα δύο σώματα συγκρούονται στο σημείο Κ του εδάφους (το οποίο βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το $Σ_1$), τη στιγμή που το σώμα $Σ_1$ φθάνει (για πρώτη φορά) σε αυτό. Αν το έδαφος είναι λείο,

Α. να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή της σύγκρουσης των δύο σωμάτων.

Β. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το σώμα $Σ_2$ στο έδαφος κατά την κίνησή του.

Γ. Να υπολογίσετε την απόσταση (AK) που διάνυσε το σώμα $Σ_2$ μέχρι τη στιγμή της σύγκρουσης.

Δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωμάτων τη στιγμή της σύγκρουσης.

Ε. Να βρείτε το μέτρο της μετατόπισης τόσο του σώματος $Σ_1$, όσο και του σώματος $Σ_2$ κατά τη διάρκεια του $4^{ου}$ δευτερολέπτου της κίνησης.

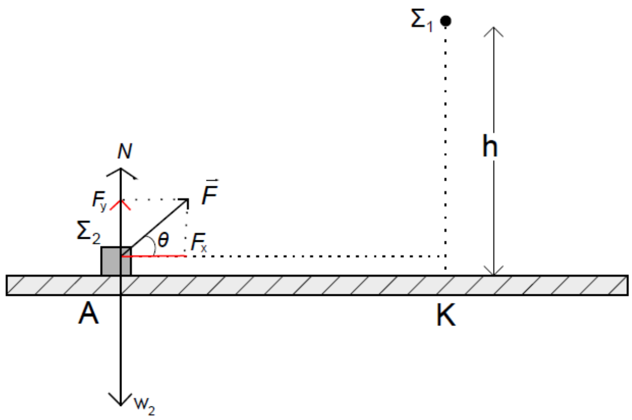
Τα σώματα θεωρούνται αμελητέων διαστάσεων. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα. Δίνεται $ημθ = 0{,}6$, $συνθ = 0{,}8$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Λύση

Α. Η χρονική στιγμή της σύγκρουσης αντιστοιχεί στη στιγμή που το $Σ_1$ φθάνει στο έδαφος. Το σώμα $Σ_1$ εκτελεί ελεύθερη πτώση. Επομένως

$$t_K = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} = \sqrt{16}s \Longrightarrow \boxed{t_K = 4s}$$

Β. Αρχικά, σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα $Σ_2$ (το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο). Ζητείται η δράση του σώματος $Σ_2$ στο έδαφος. Δηλαδή, ζητείται η αντίδραση στην κάθετη αντίδραση N που το έδαφος ασκεί στο σώμα $Σ_2$.



Στην κατακόρυφη διεύθυνση (άξονας $y'y$) το σώμα $Σ_2$ ισορροπεί. Επομένως

$$ΣF_y = 0 \Longrightarrow N + F_y = w_2 \Longrightarrow N = w_2 - F_y \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow N = m_2 g - Fημθ \Longrightarrow N = 1{,}6 \cdot 10 - 6 \cdot 0{,}6 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow N = 16 - 3{,}6 \Longrightarrow N = 12{,}4N$$

Λόγω του $3^{ου}$ νόμου Νεύτωνα, η δύναμη που το σώμα $Σ_2$ ασκεί στο έδαφος θα είναι αντίθετη της $\vec{N}$. Επομένως, για το ζητούμενο μέτρο της δύναμης έχουμε

$$\boxed{N' = N = 12{,}4N}$$

Γ. Το σώμα $Σ_2$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (χωρίς αρχική ταχύτητα) στην οριζόντια διεύθυνση. Από το $2^ο$ νόμο του Νεύτωνα για την επιτάχυνση του σώματος έχουμε:

$$ΣF = m_2 a \Longrightarrow F_x = m_2 a \Longrightarrow Fσυνθ = m_2 a \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow 6 \cdot 0{,}8 = 1{,}6a \Longrightarrow a = \frac{4{,}8}{1{,}6} \Longrightarrow \boxed{a = 3m/s^2}$$

Επομένως, η απόσταση που διάνυσε το σώμα μέχρι τη στιγμή της σύγκρουσης είναι ίση με:

$$(AK) = \frac{1}{2} a t_K^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4^2 \Longrightarrow (AK) = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 16 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \boxed{(AK) = 24m}$$

Δ. Επειδή το σώμα $Σ_1$ εκτελεί ελεύθερη πτώση, το μέτρο της ταχύτητας του τη στιγμή της σύγκρουσης είναι

$$υ_1 = gt_K \Longrightarrow υ_1 = 10 \cdot 4 \Longrightarrow \boxed{υ_1 = 40m/s}$$

Το σώμα $Σ_2$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Οπότε, το μέτρο της ταχύτητάς του τη στιγμή της σύγκρουσης είναι

$$υ_2 = at_K \Longrightarrow υ_2 = 3 \cdot 4 \Longrightarrow \boxed{υ_2 = 12m/s}$$

Ε. Για να προσδιορίσουμε τη μετατόπιση του κάθε σώματος κατά τη διάρκεια του 4^{ου} δευτερολέπτου της κίνησης, θα προσδιορίσουμε τη μετατόπιση του καθενός έως τη στιγμή $t = 3s$ και έως τη στιγμή $t = 4s$. Στη συνέχεια, η ζητούμενη μετατόπιση θα ισούται με την αφαίρεση των επιμέρους μετατοπίσεων. Έτσι, έχουμε:

Για το σώμα $Σ_1$

$$y_4 = h = \frac{1}{2}gt_K^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 16 = 80m$$

και

$$y_3 = \frac{1}{2}gt_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45m$$

Οπότε, η ζητούμενη μετατόπιση του σώματος $Σ_1$ ισούται με

$$Δy = y_4 - y_3 = 80 - 45 \Longrightarrow \boxed{Δy = 35m}$$

Ομοίως, για το σώμα $Σ_2$

$$x_4 = \frac{1}{2}at_K^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 16 = 24m$$

και

$$x_3 = \frac{1}{2}at_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3^2 = 13{,}5m$$

Οπότε, η ζητούμενη μετατόπιση του σώματος $Σ_2$ ισούται με

$$Δx = x_4 - x_3 = 24 - 13{,}5 \Longrightarrow \boxed{Δx = 10{,}5m}$$

Μίλτος Καδιλτζόγλου

miltoskadiltzoglou@gmail.com