**φυσικη α΄λυκειου**

2021

Κινηματική

**θέση-μετατόπιση-διάστημα-χρονική στιγμή-χρονική διάρκεια-συμβάν μέση αριθμητική ταχύτητα ευθύγραμμη ομαλή κίνηση διανυσματική ταχύτητα διάγραμμα (x-t),φυσική σημασία της κλίσης διάγραμμα (υ-t)φυσική σημασία του εμβαδού**

prs

παρμενιων μανδραβελης
ylikonet

**ΔΙΑΝΥΣΜΑ**.

Το **διάνυσμα** απλά μπορούμε να πούμε ότι είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα στο οποίο έχουμε αυθαί-ρετα ορίσει μια φορά **διαγραφής** του .Έτσι π.χ. θεωρώντας το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ στο οποίο ορίζουμε ως φορά διαγραφής του, τη φορά από το άκρο Α προς το άκρο Β προκύπτει το διάνυσμα .

σχ.1

**Α**

**Β**

**Β**

**Α**

Το σημείο Α λέγεται **αρχή** του διανύσματος και το Β **πέρας** του διανύσματος .Το διάνυσμα έχει:

**Φορέα** , την ευθεία πάνω στην οποία βρίσκεται το διάνυσμα.

**Διεύθυνση**, το σύνολο των ευθειών που αποτε-λείται από τον φορέα του και κάθε άλλη ευθεία παράλληλη προς αυτόν

**(ε)**

σχ.2

**Α**

**Β**

**Φορά** την φορά διαγραφής του.

**Μέτρο**,το μήκους του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ .Το μέτρο συμβολίζεται με 

Στη φυσική χρησιμοποιούμε το διάνυσμα για να συμβολίσουμε ένα **διανυσματικό μέγεθος**, όπως η δύναμη ,η ταχύτητα ,η επιτάχυνση κ.α. Ο συμβολι-σμός ενός διανυσματικού μεγέθους γίνεται με ένα πεζό η κεφαλαίο γράμμα και ένα βελάκι πάνω από αυτό.Η σχεδίαση του διανυσματικού μεγέθους γίνε-ται με κλίμακα. Δηλαδή ορίζουμε αυθαίρετα ότι 1cm αντιστοιχεί σε ορισμένη τιμή του μεγέθους π.χ. 5Ν αν πρόκειται για δύναμη , οπότε σχεδιάζουμε στη συνέχεια το μήκους του βέλους που αποδίδει το μέγεθος.Έτσι για δύναμη ,μέτρου **15Ν** θα σχεδιάσουμε ένα βέλος μήκους **3cm**.

1cm5N



σχ.3

=15Ν

**Ισότητα διανυσμάτων**

σχ.4





=

και για τα μέτρα

 =

Δύο διανύσματα είναι **ίσα** ,όταν έχουν ίδια διεύ-θυνση, ίδια φορά και ίδιο μέτρο.Για δύο ίσα διανύσματα,  γράφουμε :

 = 

**Αντίθετα διανύσματα**

σχ.5





= **-**

και για τα μέτρα

 =

Δύο διανύσματα είναι **αντίθετα**  ,όταν έχουν ίδια διεύθυνση, **αντίθετη** φορά και ίδιο μέτρο. Για δύο αντίθετα διανύσματα,  γράφουμε :

 = **-**

**Διαφορά διανυσμάτων**

σχ.6



= **-**





= **-**

Διαφορά (**-**) δύο διανυσμάτων και ονομά-ζεται το διάνυσμα ,το οποίο έχει ως αρχή το πέρας του διανύσματος  και ως πέρας, το πέρας του δια-νύσματος .Για να σχεδιάσουμε την διαφορά καθι-στούμε τα διανύσματα **,** κοινής αρχής.Το **μέτρο** **της διαφοράς** είναι ίσο με την **διαφορά** των μέτρων των διανυσμάτων  και,όταν αυτά είναι **ομόρροπα** =**-** ,σχ.6 ή ίση με το άθροισμα των μέτρων των διανυσμάτων και,όταν αυτά είναι αντίρροπα=+

σχ.7



= **-**





=  +

**Παρατήρηση:**Η διαφορά δύο διανυσμάτων ορίζεται με βάση τη πρόσθεση των δύο διανυσμάτων και Στην παρούσα στιγμή αναφερόμαστε στην διαφορά διανυσμάτων αξιωματικά.

**Αλγεβρική τιμή διανύσματος**

Πολλές φορές τα διανυσματικά μεγέθη με τα οποία μελετάμε ένα πρόβλημα φυ-σικής έχουν την ίδια διεύθυνση.Σε αυτές τις περιπτώσεις μπορούμε να ορίσουμε μία φορά ως θετική και στις σχέσεις όπου εμπλέκονται διανυσματικά μεγέθη να τα αντικαταστήσουμε με τις αλγεβρικές τους τιμές.Συγκεκριμένα, λαμβάνουμε υ-πόψη τα άλλα δύο χαρακτηριστικά του διανύσματος ,εκτός της διεύθυνσης, που είναι κοινή ,και τα οποία είναι η φορά και το μέτρο. Έτσι ένα διάνυσμα θετικής φοράς αντικαθίσταται με πρόσημο **( + )** ακολουθούμενο από το μέτρο του και κάθε διάνυσμα αρνητικής φοράς με πρόσημο **(–)** ακολουθούμενο από το μέτρο. Το μέτρο του διανύσματος μαζί με το πρόσημο, δηλωτικό της φοράς του, απότε-λεί την **αλγεβρική τιμή** του διανύσματος. Η αλγεβρική τιμή του διανύσματος  συμβολίζεται με **β**

**ΕΝΑ ΥΛΙΚΟ ΣΗΜΕΙΟ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ (ε).ΠΡΟΣΔΙΟΡΙ-ΣΜΟΣ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ.**

**Διάνυσμα θέσης σημείου.Συντεταγμένη θέσης σημείου ή θέση σημείου**

Έστω μια ευθεία (ε) και Α ένα σημείο αυτής**.**Έχουμε εφοδιάσει την ευθεία αυτή με ένα σύστημα αναφοράς αρχής Ο.Το **διάνυσμα θέσης** του Α συμβολίζεται με και είναι το, διάνυσμα.





 **Α**

 **Ο**

X΄

χ

-4

-3

-2

-1

0

1

2

3

4

5

6

-5

 **Β**

**Γ**

  **Δ**

**Ε**

σχ.8

Έχει:

 **Αρχή** ,την αρχή του άξονα **Ο** και **πέρας** το σημείο **Α.**

**Αλγεβρική τιμή** τον προσημασμένο αριθμό **xA=+3m** , η οποία λέγεται και

 **συντεταγμένη θέσης του σημείου Α.**

**Μέτρο**  **,**την **απόλυτη τιμή της συντεταγμένης θέσης.**Δηλαδή

 **=** **= +3m**

**Όμοια για το σημείο Β.**

Το διάνυσμα θέσης του **Β** συμβολίζεται με και είναι το, διάνυσμα.

Έχει:

 Αρχή ,την αρχή του άξονα **Ο** και πέρας το σημείο **Β**

**Αλγεβρική τιμή** τον προσημασμένο αριθμό **xΒ=- 2m** , η οποία λέγεται και

 **συντεταγμένη θέσης του σημείου Β.**

**Μέτρο**  **,**την **απόλυτη τιμή της συντεταγμένης θέσης.** Δηλαδή

   **= 2m**

**Παρατήρηση:** Το μέτρο του διανύσματος θέσης ενός σημείου Σ συμπίπτει με την **απόσταση** του σημείου αυτού από την αρχή του άξονα Ο

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ Ι.**

**1.**Να **σχεδιάσετε** στο τετράδιο σας το παραπάνω σχήμα 8 χωρίς τα σημεία Α και Β και τα διανύσματα θέσης αυτών, διατηρώντας όλα τα υπόλοιπα.Στη συ-νέχεια;

**α.Σχεδιάστε** τα **διανύσματα θέσης** των σημείων Γ,Δ και Ε με διαφορετικό χρώ-μα.

**β**.**Γράψτε** πάνω από κάθε ένα από τα παραπάνω διανύσματα το σύμβολο του .

**γ.Γράψτε**  σε κάποιο χώρο, εκτός του σχήματος, τις **συντεταγμένες θέσης** αυ-τών των σημείων (Γ,Δ,Ε). Πως **ονομάζεται** διαφορετικά η συντεταγμένη θέσης κάθε σημείου.

**δ.** **Γράψτε** επίσης σε κάποιο χώρο εκτός του σχήματος, τα **μέτρα** των διανυ-σμάτων θέσης των παραπάνω σημείων.Τι **εκφράζει** το μέτρο του διανύσματος θέσης κάθε σημείου.

**2.**Δίνεται το παρακάτω σχήμα στο οποίο φαίνεται ένα τμήμα της ευθείας (ε)και το σύστημα αναφοράς με το οποίο έχουμε εφοδιάσει την ευθεία.Δίνονται τα ση-μεία Κ,Λ,Μ,Ν

με συντεταγμένες θέσης αντίστοιχα:

**-20**

**-10**

**0**

**10**

**20**

**30**

**40**

**50**

**60**

 **χ΄**

 Χ(m)

**(ε)**

 **Ο**

σχ.9

**(Κ )**  **- 10m**  , **(Λ )**  **+60m ,**  **(Μ )**  **+ 15m ,** **(Ν )**  **- 25m**

 **α.**Να **σχεδιάσετε** τα **διανύσματα θέσης** αυτών των σημείων

 **β**.Να **γράψετε** τις **αλγεβρικές τιμές** των διανυσμάτων θέσης

 **γ.**Να **γράψετε** τα μέτρα των διανυσμάτων θέσης.

 **δ.**Να **σχεδιάσετε** το διάνυσμα θέσης ενός σημείου **Π** το οποίο απέχει από την

 αρχή **Ο** του συστήματος αναφοράς **20 m**

**ΕΝΑ ΥΛΙΚΟ ΣΗΜΕΙΟ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ (ε).ΠΕΡΙΓΡΑ-ΦΟΥΜΕ ΤΗΝ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΟΥ.**

**Μετατόπιση απόσταση δύο σημείων του άξονα**

**Ένα υλικό σημείο κινείται πάνω στην ευθεία (ε) και μεταβαίνει από το σημείο Α στο σημείο Γ.**



2



**Γ**



 **Α**

 **Ο**

X΄

χ

-4

-3

-2

-1

0

1

3

4

5

6

-5

 **Β**

  **Δ**

**Ε**

σχ.10

Η **μετατόπιση** του υλικού σημείου:

Είναι το **διανυσματικό μέγεθος** που αποδίδεται σχηματικά από το διάνυσμα το οποίο έχει ως αρχή το σημείο αναχώρησης Α και ως πέρας το σημείο άφιξης Γ. Συμβολίζεται επίσης και με .

 Δηλαδή =

Εκφράζεται με την διαφορά ,  = **-** 

Έχει αλγεβρική τιμή,  = **-** ,

  = =(+5m)**-** (+3m)=+2m

Έχει μέτρο, την απόλυτη τιμή της αλγεβρικής τιμής του η οποία συμπίπτει με

 την απόσταση των σημείων Α και Γ, dAΓ.Έχουμε συνολικά

 === **dAΓ =2m**

**Θεωρούμε τώρα ότι το υλικό σημείο κινείται από το σημείο από το σημείο Γ στο σημείο Δ**



2



**Γ**



 **Ο**

X΄

χ

-4

-3

-2

-1

0

1

3

4

5

6

-5

  **Δ**

σχ.10

Η **μετατόπιση** του υλικού σημείου:

Είναι το διανυσματικό μέγεθος που αποδίδεται σχηματικά από το διάνυσμα το οποίο έχει ως αρχή το σημείο αναχώρησης Γ και ως πέρας το σημείο άφιξης Δ. Συμβολίζεται επίσης και με .

 Δηλαδή =

Εκφράζεται με την διαφορά ,  = -

Έχει αλγεβρική τιμή,  = - 

  = =(-3m)**-** (+5m)= - 8 m

Έχει μέτρο που συμβολίζεται με = ίσο προς την απόλυτη τιμή

 της αλγεβρικής τιμής του , η οποία συμπίπτει με την απόσταση των σημείων

 Γ και Δ, dΓΔ. Έχουμε συνολικά

 === **dΓΔ =8m**

 **ΜΕΡΙΚΕΣ ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ**

**α.**Αν η αλγεβρική τιμή της θέσης είναι **αρνητική ( x < 0 )** τότε το υλικό σημείο **βρίσκεται** στον αρνητικό ημιάξονα (αριστερά από την αρχή (0)), ενώ αν η αλγε-βρική τιμή της θέσης είναι **θετική** ( x > 0 ), τότε το υλικό σημείο βρίσκεται στον **θετικό ημιάξονα** (δεξιά από την άξονα (0)),

**ΠΡΟΣΟΧΗ!** Η η αλγεβρική τιμή της θέσης **ΔΕΝ** μας πληροφορεί **για την κατεύ-θυνση** προς την οποία κινείται (μετατοπίζεται το κινητό).Αυτό το κάνει η αλγε-βρική τιμή της μετατόπισης.

**β.**Το πρόσημο της αλγεβρικής τιμής **Δx = xτελ - xαρχ**  της μετατόπισης δείχνει την κατεύθυνση προς την οποία το υλικό σημείο μετατοπίζεται .**ΔΕΝ ΔΕΙΧΝΕΙ** τον **ΗΜΙΑΞΟΝΑ** στον οποίο στο σώμα **ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ.**

**γ.** Το διάνυσμα θέσης καθώς και η αλγεβρική του τιμή **εξαρτώνται** από το ση-μείο που επιλέξαμε ως αρχή Ο του συστήματος αναφοράς , ενώ η μετατόπιση **δεν εξαρτάται** από την επιλογή της παραπάνω αρχής.Αυτό φαίνεται στο παρα-κάτω σχήμα





 **Ο**

**Γ**

 **Α**

**Δ**

2



**Γ**



 **Α**

 **Ο΄**

X΄

χ

-4

-3

-2

-1

0

1

3

4

5

6

-5

 **Β**

  **Δ**

**Ε**

σχ.11

0

4

3

2

1

6

5

8

7

-3

-2

-1

**Ε**

**Ε**

Το **διάνυσμα θέσης** όπως και η **συντεταγμένη θέσης** είναι **διαφορετικά** για το σημείο Α, όταν επιλεγεί ως αρχή του συστήματος αναφορά το σημείο Ο,μπλέ διάνυσμα, ή το σημείο Ο΄,κόκκινο διάνυσμα .Η μετατόπιση όμως του υλικού ση-μείου, όταν αυτό μετατοπιστεί από την θέση Α στη θέση Γ είναι η **ίδια**, πράσινο διάνυσμα, είτε επιλεγεί ως αρχή το σημείο Ο είτε το σημείο Ο΄

**δ.**Το **διάνυσμα θέσης** ενός σημείου Σ είναι **ανεξάρτητο** από την διαδρομή που ακολούθησε το υλικό σημείο προκειμένου να βρεθεί στο εν λόγω σημείο.

**ε.**Η **μετατόπιση** ενός υλικού σημείου κατά την μετάβασή του από το σημείο Α στο σημείο Γ,είναι **ανεξάρτητη** από την **διαδρομή** την οποία ακολουθεί το υλι-κό σημείο και **εξαρτάται** μόνο από την αρχική θέση Α και τη τελική θέση Β.Η με-τατόπιση είναι η **ίδια** για **όλες τις διαδρομές** που πραγματοποιούνται από το σημείο Α στο σημείο Γ

**στ.**Η μετατόπιση ενός κινητού είναι **αντίθετη** προς την μετατόπιση ενός δεύτε-ρου κινητού το οποίο **ξεκίνησε** από την **τελική θέση** του πρώτου κινητού και





 **Ο**

2

**Γ**

 **Α**

X΄

χ

-4

-3

-2

-1

0

1

3

4

5

6

-5

 **Β**

  **Δ**

**Ε**

σχ.12

**Ε**

**κατέληξε** στην **αρχική θέση** του κινητού.Δηλαδή ισχύει

 **= -**

**ζ.**Απόσταση **d** δύο σημείων της ευθείας πάνω στην οποία κινείται ένα υλικό σημείο είναι η ποσότητα **d= ,** είναι πάντα θετικός αριθμός καισυμ-πίπτει με το μέτρο της μετατόπισης.

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ ΙΙ.**

**3.Δίνονται τα σημεία Κ, Λ, Μ, Δ, Ν, Π.**

**α.**Να **σχεδιάσετε** τα διανύσματα θέσης των σημείων αυτών.

χ΄

Χ(m)

-40

 -30

-20

-10

0

10

20

30

40

50

60

-50

 **Ν**

 **Μ**

**Π**

  **Λ**

 **Κ**

 **Δ**

 **O**

σχ.13

**β.**Να **γράψετε** τις συντεταγμένες θέσης των ίδιων σημείων.

**γ.Θεωρούμε** ότι ένα υλικό σημείο πραγματοποιεί τις διαδρομές:

**i.ΔΠ, ii.ΠΛ, iii. OΝ, iv.ΚΛ**

Να **σχεδιάσετε** τις μετατοπίσεις που αντιστοιχούν στις παραπάνω διαδρομές ,

Να **γράψετε** τις εκφράσεις των **αλγεβρικών τιμών** των παραπάνω μετατοπί-σεων και στη συνέχεια να **υπολογίσετε** τις τιμές αυτές.

 **ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΜΕ ΑΛΛΑΓΗ ΤΗΣ ΦΟΡΑΣ ΚΙΝΗΣΗΣ**

**4.**Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται πέντε διαδρομές:

**i.ΠΔΝ, ii.ΚΜΛ, iii. OΝ, iv.ΜΚ , v.ΔΝΔ**

**α.**Να σχεδιάσετε τις μετατοπίσεις του κινητού στις παραπάνω διαδρομές

**β.**Να υπολογίσετε τις αλγεβρικές τιμές αυτών των μετατοπίσεων

χ΄

Χ(m)

-40

-30

-20

-10

0

10

20

30

40

50

60

-50

 **Ν**

 **Μ**

**Π**

  **Λ**

**Κ**

**Δ**

σχ.14

**γ.**Να υπολογίσετε τα **μήκη** των παραπάνω διαδρομών

**Λύση:**

**α.** Διαδρομή ΠΔΝ  Μετατόπιση

χ΄

Χ(m)

-40

-30

-20

-10

0

10

20

30

40

50

60

-50

 **Ν**

 **Μ**

**Π**

  **Λ**

**Κ**

-30

-30

-30

-30

**Δ**

 =

σχ.15

**ii.** Διαδρομή ΚΜΛ,  Μετατόπιση 

**iii.** Διαδρομή ΟΝ,  Μετατόπιση 

**iv.** Διαδρομή ΜΚ,  Μετατόπιση 

**v.** Διαδρομή ΔΝΔ,  Μετατόπιση =

**β. Αλγεβρικές τιμές μετατοπίσεων**

**i.** Διαδρομή ΠΔΝ   = - = 50m **–** 60m =-10m

**ii.** Διαδρομή ΚΜΛ,   = -= **-**10m **– (**- 50)m =+40m

**iii.** Διαδρομή ΟΝ,   = - = **5**0m **–** 0=+50m

**iv.** Διαδρομή ΜΚ,   = -= **-**50m **– (**- 50)m =+40m

**v.** Διαδρομή ΔΝΔ,   = - = **2**0m **–** 20m = 0m

**γ.Μήκος διαδρομής.Το μήκος της διαδρομής το ονομάζουμε διάστημα και το συμβολίζουμε με S**

**i.**Διαδρομή ΠΔΝ  διάστημα **S ΠΔΝ**=(ΠΔ)+(ΔΝ)=40m+30m=70m

**ii.** Διαδρομή ΚΜΛ,  διάστημα **S ΚΛΜ**=(ΚΜ)+(ΜΛ)=60m+20m=80m

**iii.** Διαδρομή ΟΝ,  διάστημα **S ΟΝ** =(ΟΝ)+(ΜΛ)=50m

**iv.** Διαδρομή ΜΚ,  διάστημα **S ΜΚ** =(ΜΚ)= 60m

**v.** Διαδρομή ΔΝΔ,  διάστημα **S** **ΔΝΔ** =(ΔΝ)+ (ΝΔ)= 30m+30m=60m

 **ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ S**

**Το διάστημα είναι ίσο με το μήκος της διαδρομής που πραγματοποιεί έ-να κινητό.Είναι μονόμετρο μέγεθος και έχει μονά δα στο S.I. Tο 1m**

**α.Εξαρτάται** όχι μόνο από την **αρχική** και **τελική**  θέση του κινητού αλλά και από την **διαδρομή** που ακολουθεί το κινητό.

**β**.Είναι **μηδέν** μόνο όταν το κινητό **δεν κινηθεί.**

**γ.**Είναι **ανεξάρτητο** από το σημείο που επιλέξαμε ως **αρχή του άξονα**.

**δ.**Εφόσον το σώμα κινηθεί είναι ένας **θετικός αριθμός**

**ε.**Είναι **μη μηδενικό** ακόμη και στην περίπτωση που η μετατόπιση είναι μηδέν καθώς το κινητό πραγματοποίησε κλειστή διαδρομή.

**στ.**Είναι πάντοτε **μεγαλύτερο** από το **μέτρο της μετατόπισης** εκτός της περίπτωσης όπου το υλικό σημείο κινείται **σε ευθεία διαδρομή χωρίς να αλλάξει φορά κίνησης.**

**ζ.**Για να υπολογίσουμε το διάστημα χωρίζουμε την διαδρομή του κινητού σε επιμέρους τμήματα και στη συνέχεια προσθέτουμε τα μήκη αυτών των τμημά-των **χωρίς να** **λαμβάνουμε υπόψη** την φορά προς την οποία κινήθηκε το κι-νητό σε καθένα από τα τμήματα αυτά. Ως παραδείγματα ακολουθούν οι ερω-τήσεις του βιβλίου:**5,6 στη σελίδα 63.**

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ ΙΙΙ.**

**5.**Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τρεις διαδρομές:

**i.ΝΚΛ, ii.ΛΝΔ, iii. ΠΜΠ,**

 **α.**Να σχεδιάσετε τις μετατοπίσεις του κινητού στις παραπάνω διαδρομές

**β.**Να υπολογίσετε τις αλγεβρικές τιμές αυτών των μετατοπίσεων

40

χ΄

Χ(m)

-40

-30

-20

-10

0

10

20

30

50

60

-50

 **Ν**

 **Μ**

**Π**

  **Λ**

**Κ**

**Δ**

σχ.16

**γ.**Να υπολογίσετε τα μήκη των παραπάνω διαδρομών δηλαδή τα διαστήματα που διανύει το κινητό.

**6.**Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται πέντε διαδρομές:

**i.ΖΜ, ii.ΠΟ, iii. ΔΠΚ, iv.ΛΜΕ , v.ΝΠΝ**

**α.**Να σχεδιάσετε τις μετατοπίσεις του κινητού στις παραπάνω διαδρομές

**β.**Να υπολογίσετε τις αλγεβρικές τιμές αυτών των μετατοπίσεων

40

χ΄

Χ(m)

-40

-30

-20

-10

0

10

20

30

50

60

-50

 **Ν**

 **Μ**

**Π**

  **Λ**

**Κ**

**Δ**

**Ζ**

**Ο**

**Ε**

σχ.17

**γ.**Να υπολογίσετε τα μήκη των παραπάνω διαδρομών δηλαδή τα διαστήματα που διανύει το κινητό.

**δ.**Ποιες μετατοπίσεις είναι αντίθετες;

**ε.**Σε ποιες διαδρομές τα διανυόμενα **διαστήματα** είναι **ίσα**;

**στ.**Σε ποια η ποιες διαδρομές το διανυόμενο διάστημα **ταυτίζεται** με την **αλ**-**γεβρική τιμή της μετατόπισης.**

**ζ.** Σε ποια η ποιες διαδρομές το διανυόμενο **διάστημα**  **ταυτίζεται** με το μέτρο **της μετατόπισης;**

 **Η ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΚΙΝΗΤΟ ΕΙΑΝΑΙ ΑΓΝΩΣΤΗ**

Είναι προφανές ότι εάν δεν δίνεται με σχήμα η διαδρομή ή δεν περιγράφεται αυ-τή ,ώστε να μπορούμε να την σχεδιάσουμε ,**δεν είναι δυνατόν** να υπολογιστεί το διανυόμενο διάστημα. Σε αυτές τις περιπτώσεις εάν γνωρίζουμε **δύο** από τα ,xαρχ, xτελ , Δx υπολογίζουμε το τρίτο.Δηλαδή γράφουμε την σχέση

 **Δxολ**= **xτελ - xαρχ**

στην οποία **αντικαθιστούμε τις δύο γνωστές τιμές** και λύνοντας την εξίσωση που προκύπτει, **υπολογίζουμε** την **τρίτη** άγνωστη τιμή

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ ΙV**

**7.Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Δx** | **x1** | **x2** |
| **+14m** | **- 32m** |  |
| **0 m** |  | **13,4m** |
|  | **7** | **-19,6m** |

 **ΔΙΑΔΟΧΙΚΕΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ**

Είναι δυνατόν ένα υλικό σημείο να ακολουθήσει μια διαδρομή και στη συνέχεια μια δεύτερη ή και μια τρίτη .Σέ κάθε μια από αυτές τις διαδρομές αντιστοιχεί και μία μετατόπιση.

 στην 1η διαδρομή

 στην 2η διαδρομή

 στην 3η διαδρομήκ.λ.π

Αν **xαρχ** η θέση του υλικού σημείου στην αρχή αυτών των διαδρομών και **xτελ** ηθέση του σημείου στο τέλος των διαδρομών ισχύει:

 **Δxολ** = **xτελ - xαρχ = Δx1+ Δx2+ Δx3 + .......**

**8.**Ένα υλικό σημείο ξεκινάει από το σημείο Α οριζόντιας ευθείας στην οποία έχουμε προσάψει ένα σύστημα αναφοράς με αρχή Ο.Το σημείο μετατοπίζεται διαδοχικά κατά:

 Δx1=8m

 Δx2=12m

 Δx3 = **-** 6m

**α.**Να βρείτε την **συνολική μετατόπιση** του υλικού σημείου.

**β.**Αν η **τελική θέση** του κινητού είναι η **αρχή του άξονα** ποια η **συντεταγμένη** θέσης του σημείου αναχώρησης Α.

**γ.**Σε **ποια θέση** (x=;)βρίσκεται μετά την ολοκλήρωση της **δεύτερης** διαδρομής

**Λύση:**

**α.** Δxολ = xτελ - xαρχ = Δx1+ Δx2+ Δx3 =8m+12m+(**-** 6m)=+14m.

 Άρα, Δxολ=+14m.

**β.** Δxολ = xτελ - xαρχ 14=0- xαρχ  xαρχ = **-** 14m , Δηλαδή **xA=-14m**

 **-**14

χ΄

Χ(m)

-20

-10

0

10

20

30

  **Λ**

 **Δ**

 **O**

σχ.18

A

**γ.**Έστω ότι μετά το τέλος της δεύτερης διαδρομής βρίσκεται στο σημείο Γ.Ισχύει

Δx΄ολ = xΓ - xΑ = Δx1+ Δx2  xΓ –(-14)= 8m+12m  xΓ = 20m+ 14 m

**xΓ = 34 m**

**9.**Ένα υλικό σημείο ξεκινάει από το σημείο Κ οριζόντιας ευθείας στην οποία έ-χουμε προσάψει ένα σύστημα αναφοράς με αρχή Ο.Το σημείο μετατοπίζεται διαδοχικά κατά:

 Δx1=5m

 Δx2=**-** 8m , Δx3

**α.**Ανη **συνολική μετατόπιση** το κινητού είναι ίση με **0** να υπολογιστείη μετα-τόπιση **Δx3.**

**β.**Αν η **αρχική θέση** του κινητού έχει συντεταγμένη **xΚ = -6m ,** ποια η συντεταγ-μένη θέσης του σημείου **Λ** στο οποίο φτάνει το κινητό μετά τις τρεις μετατοπί-σεις ;

**γ.**Σε ποια θέση (x=;)βρίσκεται μετά την ολοκλήρωση της **πρώτης** διαδρομής

 **ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΤΙΓΜΗ –ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ**

Ο **χρόνος** (**t**) είναι **μονόμετρο** μέγεθος και πάντα **αυξάνεται**.Η **χρονική στιγ-μή** είναι η ένδειξη του χρονομέτρου.Συμβολίζεται με **t1 , t2** ,….και παίρνει μόνο **θε-τικές** τιμές.Τι σημαίνει ότι το υλικό σημείο αρχίζει να κινείται την χρονική στιγ-μή **t0 =9.45΄** ;

Σημαίνει ότι αρχίζει την κίνησή του 9 ώρες και 45 πρώτα λεπτά από τα μεσάνυ-κτα στιγμή την οποία συμφωνήσαμε να μηδενίζουμε το χρονόμετρο.Μπορούμε την ίδια κίνηση να την μελετήσουμε και με δεύτερο χρονόμετρο το οποίο μηδενί-ζουμε την στιγμή που αρχίζει η κίνηση, τότε **t0 =0 s**

Μονάδα χρόνου στο S.I. είναι το second (1s).

Οι χρονικές στιγμές **εξαρτώνται** από την χρονική στιγμή την οποία λαμβά-νουμε ο αρχή **μέτρησης** του χρόνου ,ενώ οι **χρονικές διάρκειες** προκύπτουν οι **ίδιες ανεξάρτητα** από την αρχή μέτρησης του χρόνου (Άσκηση 11).

Η χρονική διάρκεια οριοθετείται από δύο χρονικές tαρχ , tτελ ,συμβολίζεται με **Δt= tτελ,- tτελ** και παίρνει πάντοτε **θετικές** τιμές (**Δt >0**)

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ V**

 **10.** Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  **Δt** | **t1= tαρχ** |  **t2 = tτελ** |
|  **12s** | **29s** |  |
|  **7s** |  | **23s** |
|  | **13,5s** |  **31,3** |

**11.**Ένα αεροπορικό ταξίδι Αθήνα – Μπανγκόκ διαρκεί **9ώρες και 30΄.**Στις 26 /6/1995μία ομάδα ταξιδιωτών ,αναχώρησε από το αεροδρόμιο του Ελλη-νικού στη Αθήνα την χρονική στιγμή **t1=13.30΄(**τοπική ώρα). **α.**Ποια χρονική στιγμή (ώρα Ελλάδας) προσγειώθηκε το αεροπλάνο στη πρω-τεύουσα της Ταϊλάνδης; **β.**Αν λόγω της περιστροφής της Γης, στην Ταϊλάνδη έχουν μεσάνυκτα **5 ώρες** **νωρίτερα** από την Ελλάδα,(αυτό σημαίνει ότι τη στιγμή που στην Ελλάδα έχου-με μεσάνυκτα, στην Ταϊλάνδη η ώρα είναι **5 το πρωί**), να βρείτε την χρονική στιγμή **t1΄** (ώρα Ταϊλάνδης) **αναχώρησης** του αεροσκάφους στην Αθήνα.  **γ.** Να βρείτε την χρονική στιγμή **t2΄** (ώρα Ταϊλάνδης), **άφιξης** του αεροσκάφους στην Μπανγκόκ. **δ.**Να υπολογίσετε την **διάρκεια της πτήσης** με βάση τις χρονικές στιγμές **t1΄**και **t2΄** Τι παρατηρείτε; Διατυπώστε το συμπέρασμά σας.

**ΛΥΣΗ: α**.Έστω ότι το αεροπλάνο προσγειώθηκε στη Μπανγκόκ τη χρονική στιγμή t2,(ώρα Ελλάδας) τότε έχουμε:

Δt = tτελ  – tαρχ= t2 - t1 (1) Αλλά

Δt=9.30΄ και t1 =13.30΄ οπότε η (1) γίνεται

9.30΄= t2 – 13.30΄ η 9.30΄+ 13.30΄ =t2 **t2 = 23.00΄**

**β.** Ένα ρολόι στη Ταϊλάνδη δείχνει πάντοτε 5 ώρες περισσότερο από ένα ρολόι στην Ελλάδα .Δηλαδή ισχύει t΄ = t + 5 άρα

t1΄ = t1 + 5=13.30΄+ 5.00΄=18.30΄

Επομένως το αεροπλάνο **απογειώθηκε στις 18.30΄ ώρα Ταϊλάνδης**.

**γ.** t2΄ = t2 + 5=23.00΄+ 5.00΄=24.00΄+4.00΄=4.00΄

Επομένως το αεροπλάνο προσγειώθηκε **στις 4.00΄, ώρα Ταϊλάνδης.** (χαράματα 27ης, Ιουνίου)

**δ.Δt΄ = t΄τελ  – t΄αρχ**= t2΄ - t1΄=(24.00΄+4.00΄) -18.30΄= (24.00΄-18.30΄) + 4.00΄=

5.30΄+4.00΄=**9.30΄. Παρατηρούμε** ότι η διάρκεια του ταξιδιού, υπολογιζόμενη με βάση τις χρονικές στιγμές αναχώρησης και άφιξης, μετρούμενες με ώρα Ταϊλάνδης προκύπτει **η ίδια** με αυτή που υπολογίζουμε με βάση τις χρονικές στιγμές αναχώρησης και άφιξης, μετρούμενες με ώρα Ελλάδας. Το συμπέρασμα είναι ότι οι **χρονικές** στιγμές **διαφέρουν** από χώρα σε χώρα οι **χρονικές όμως διάρκειες είναι οι ίδιες!**

 **ΣΥΜΒΑΝ –ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΜΒΑΝΤΟΣ**

**ΣΥΜΒΑΝ.**Είναι ένα **διατεταγμένο ζεύγος** αριθμών της μορφής **Σ(x,t),** όπου **x** η θέση στην οποία βρίσκεται το κινητό την χρονική στιγμή **t.**

**12.**Ας φανταστούμε ότι η εθνική οδός Θεσσαλονίκη – Αθήνα είναι ευθεία.Θεω-ρούμε έναν άξονα ο ποίος έχει ως αρχή τη Λάρισα **(x=0Km)**και θετική φορά από Θεσσαλονίκη προς την Αθήνα. Σ΄ ένα Ταξίδι Θεσσαλονίκη –Αθήνα ,ένα αυτοκί-νητο το οποίο θεωρείται ως υλικό σημείο πέρασε από την Κατερίνη ,η οποία έχει συντεταγμένη θέσης **xK= -80Km** την χρονική στιγμή**t1=12.40΄,**από την Λαμία **( xΛ =140Km)** τη χρονική στιγμή **t2=15.10΄** και από τη Θήβα **(xΘ=240Km)** την χρονική στιγμή **t1=16.15΄.**

**α.**Να αποδώσετε συμβολικά τα συμβάντα.

Θ΄

Ο Κm

- 150Km

Λ΄

ΛΛ

Θ

A

140Κm

240Κm

305Km

x

x΄

σχ.19

**β.**Να αποδώσετε γραφικά τα συμβάντα σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων xOt

**ΛΥΣΗ α. Συμβάν 1ο:** Διέλευση από Κατερίνη **Σ1( -80Κm, 12.40΄ )**

 **Συμβάν 2ο:** Διέλευση από Λαμία **Σ2(140Κm, 15.10΄ )**

 **Συμβάν 3ο:** Διέλευση από Θήβα **Σ3(240Κm, 16.15΄ )**

 **β.**

 240

 140

x(Km)

t(h)

- 150

 0

 305 240==305

12.40΄

15.10΄

16.15΄

 - 80

**Σ1( -80Κm, 12.40΄ )**

**.**

**.**

**Σ2(140Κm, 15.10΄ )**

**.**

**Σ3(240Κm, 16.15΄ )**

σχ.20

**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΘΕΣΗΣ - ΧΡΟΝΟΥ**

Είναι το παραπάνω διάγραμμα το οποίο αποδίδει γραφικά τα διάφορα συμβά-ντα.Αν αποδώσουμε όλα τα διαδοχικά συμβάντα που σχετίζονται με ένα κινητό

θα προκύψει μια συνεχής γραμμή.Είναι το διάγραμμα θέσης –χρόνου.

 - 80

 305 240==305

x(Km)

t(h)

- 150

 0

 140

 240

12.40΄

15.10΄

16.15΄

**Σ1( -80Κm, 12.40΄ )**

**.**

**.**

**Σ2(140Κm, 15.10΄ )**

**.**

**Σ3(240Κm, 16.15΄ )**

σχ.21

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ V**

 **12.**Ποια από τα παρακάτω διαγράμματα είναι σωστά και ποια λανθασμένα

(t)

(t)

(t)

(t)

(x)

(x)

(x)

(x)

σχ.22

 **ΜΕΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ**

Είναι το **μονόμετρο** μέγεθος που συμβολίζεται  **υμ** και εκφράζεται με το πηλίκο

 

όπου **Sολ** είναι το **συνολικό διάστημα** που διανύει το κινητό σε χρόνο **Δtολ**

Η μέση αριθμητική ταχύτητα ,εφόσον ένα σώμα κινηθεί είναι πάντοτε ένας **θε-τικός αριθμός** που δείχνει το **μέσο ρυθμό** κίνησης του σώματος.Κατά τον υπο-λογισμό της λαμβάνουμε υπόψη και ενσωματώνουμε στη χρονική διάρκεια **Δtολ** και τυχόν χρονικά υποδιαστήματα στα οποία το κινητό παραμένει ακίνητο.

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ VΙ**

**13.**Ένα κινητό πραγματοποιεί τη διαδρομή ΑΒΓΔ. Οι χρονικές στιγμές στις οποί-ες το υλικό σημείο βρίσκεται στις θέσεις Α,Β,Γ,Δ είναι αντίστοιχα:

**Θέση Α** **χρονική στιγμή t1=0s**

**Θέση B** **χρονική στιγμή t1=2s**

**Θέση Γ****χρονική στιγμή t1=5s**

**Θέση Δ** **χρονική στιγμή t1=7s**

**Δ**

**(t4)**

**(t1 )**

**(t3 )**

 **Γ**

40

χ΄

Χ(m)

-40

-30

-20

-10

0

10

20

30

50

60

-50

  **Α**

 **Β**

σχ.23

σχ.123

**(t2 )**

Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα στις διαδρομές:

**α.**ΑΒ, **β.**ΑΓΔ

**Λύση:**

**α.Διαδρομή** ΑΒ

SΑΒ=30m **,**

ΔtAB=t2 – t1=2s- 0s =2s

=, =

**β.Διαδρομή** ΑΓΔ

SΑΓΔ=dΑΓ **+** dΓΔ**,** (Θυμίζουμε ότι με d συμβολίζουμε την απόσταση δύο σημείων)

SΑΓΔ=

ΔtAΓΔ=t4– t1=7s- 0s =7s

=, =

**Παρατήρηση:Δεν απαιτείται να ακολουθηθεί ο παραπάνω υπολογισμός του διανυθέντος διαστήματος.Μπορεί να υπολογιστεί και πιο γρήγορα ως εξής:**

SΑΓΔ=(ΑΓ) **+ (**ΓΔ)=60m +10m=70m

\*(AΓ)=το μέτρο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΓ

**13.**Τέσσερα κινητά πραγματοποιούν τις διαδρομές 1η ΖΜ,2Η ΔΠΚ, 3η ΛΜΕ, 4η ΝΠΝ. Οι χρονικές στιγμές στις οποίες τα κινητά βρίσκονται στις θέσεις Ζ,Μ,Δ,Π,Ν είναι αντίστοιχα:

1Η Διαδρομή  ΖΜ **, Θέση Ζ** **χρονική στιγμή t1=2s**

 **Θέση Μ** **χρονική στιγμή t2=7s**

2Η Διαδρομή  ΔΠΚ **, Θέση Δ** **χρονική στιγμή t1=0s**

 **Θέση Π** **χρονική στιγμή t2=2,5s**

 **Θέση Κ****χρονική στιγμή t2=10s**

3Η Διαδρομή  ΛΜΕ **, Θέση Λ** **χρονική στιγμή t1=1s**

 **Θέση Μ** **χρονική στιγμή t2=6,1s**

 **Θέση Ε****χρονική στιγμή t2=16s**

4Η Διαδρομή  ΝΠΝ **, Θέση Ν** **χρονική στιγμή t1=8s**

 **Θέση Π** **χρονική στιγμή t2=11**

 **Θέση Κ****χρονική στιγμή t2=28s**

40

χ΄

Χ(m)

-40

-30

-20

-10

0

10

20

30

50

60

-50

 **Ν**

 **Μ**

**Π**

  **Λ**

**Κ**

**Δ**

**Ζ**

**Ο**

**Ε**

σχ.24

Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα κάθε κινητού στις παραπάνω διαδρομές:

**14.**

Δίνεται το παραπάνω διάγραμμα **θέσης –χρόνου** που περιγράφει την κίνηση ε-νός μαθητή ο οποίος πηγαίνει το πρωί από το σπίτι του στο σχολείου.Αρχή του του συστήματος αναφοράς είναι το σπίτι του μαθητή.Το σχολείο βρίσκεται στον ίδιο ευθύ δρόμο με το σπίτι του μαθητή, σε απόσταση 800m από αυτό.Ένας φούρνος απέχει από το σπίτι του μαθητή απόσταση 1600m.Ο μαθητής ξεκινάει από το σπίτι του στις **7.30΄** πηγαίνει στο φούρνο και επιστρέφει στο σχολείο.

 8.00

x (m)

t(h)

800

1600

0 , 7.30

 7.40

 7.50

 7.54

 7.48

 7.42

 7.28

σχ.25

**α.**Να βρείτε σε ποιο χρονικό διάστημα ο μαθητής συνομίλησε με ένα συμμαθητή του που συνάντησε στο δρόμο.

**β.**Σε πόση απόσταση (κατ΄ εκτίμηση ) από το σπίτι του μαθητή έγινε η συνάντη-ση.

**γ.**Ποια η μέση ταχύτητα του μαθητή στη κίνησή του από το σπίτι του μέχρι τον φούρνο.

**δ.** Ποια η μέση ταχύτητα του μαθητή στη κίνησή του από το σπίτι του μέχρι το σχολείο λίγο πριν αρχίσει το μάθημα στις 8.00΄

 **ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ**

Είναι η κίνηση ενός υλικού σημείου στην οποία η τροχιά του κινητού είναι **ευθεί-α** **γραμμή** και το κινητό πραγματοποιεί **ίσες μετατοπίσεις** **σε ίσα χρονικά** διαστήματα **οσοδήποτε** μικρά και αν είναι αυτά.

Η **ταχύτητα** του υλικού σημείου στην περίπτωση αυτή μπορεί να ορισθεί με τρόπο τέτοιο ώστε να έχει **διανυσματικό χαρακτήρα** για να μπορεί να περι-γράψει πληρέστερα την κίνηση του σημείου.

Έτσι ορίζουμε την ταχύτητα μέσω της σχέσης :

 

Η ταχύτητα έχει :

Ίδια διεύθυνση και φορά δηλαδή ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση 

Αλγεβρική τιμή  η οποία έχει ίδιο πρόσημο με την

 αλγεβρική τιμή της μετατόπισης Δx

Mέτρο  του μέτρου της μετατόπισης  δηλαδή =

Μονάδα στο S.I. το 1

 Tα παραπάνω διευκρινίζονται με τα παραδείγματα που ακολουθούν

Ι.**Κίνηση προς τα θετικά**

Ας δεχτούμε ότι **tαρχ=1s** και **tαρχ=5s** τότε η ταχύτητα έχει**:**



3



2

**Γ**



 **Α**

 **Ο**

X΄

χ

-4

-3

-2

-1

0

1

4

5

6

-5

 **Β**

  **Δ**

**Ε**

σχ.26



(tτελ)

(tαρχ)

Ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση δηλαδή προς τα δεξιά

 Αλγεβρική τιμή =

Mέτρο  =  του μέτρου της μετατόπισης =2m

 δηλαδή ==0,5

**ΙΙ. Κίνηση προς τ΄ αρνητικά**

Ας δεχτούμε ότι **tαρχ=1,8s** και **tαρχ=6,8s** τότε η ταχύτητα έχει**:**





2



**Γ**



 **Ο**

X΄

χ

-4

-3

-2

-1

0

1

3

4

5

6

-5

  **Δ**

σχ.27

Ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση δηλαδή προς τα αριστερά

 Αλγεβρική τιμή =

Mέτρο  =  του μέτρου της μετατόπισης =8m

 δηλαδή ==1.6

**ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση το κινητό δεν αλλάζει φορά κίνησης .Επομένως η μετατόπιση έχει μέτρο που συμπίπτει με το διάστημα που διανύει το κινητό.Ισχύει:**

 = =S

και =  

ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΣΤΗΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας Δx δίνεται από τη σχέση

 **Δx=υΔt**

και το διάστημα από τη σχέση **S=**

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ VΙI**

**15.**Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και διανύει διάστημα S=20m σε χρόνο Δt=8s.

α.να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κινητού.

β.πόσο διάστημα S1 διανύει σε χρόνο Δt=13s.

γ.Σε πόσο χρόνο το σώμα διανύει διάστημα S2 =30m.

**16.**Δύο υλικά σημεία **Κ1** και **Κ2** ηρεμούν στα σημεία **Α** και **Β** μιας ευθείας τα ο-ποία απέχουν απόσταση **dAB=100m**.Tην χρονική στιγμή **t0 =0s** τα δύο σώματα αρχίζουν να κινούνται με σταθερές ταχύτητεα των οποίων οι αλγεβρικές τιμές είναι αντί-στοιχα **υ1=30m/s** και **υ2=20m/s.**

**Κ2**

**A**

 dAB=100 m

υ2

υ1

**B**

σχ.28

**Κ1**

**α.**Ποια η απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή **t1=2s.**

**β.**Ποια χρονική στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά.

**γ.**Πόσο προπορεύεται το κινητό **Κ1 του κινητούΚ2** (απόσταση των Κ1, Κ2) 2s μετά την συνάντησή τους.

**Λύση:**

**α.**Στο χρονικό διάστημα από t0 =0s μέχρι t1=2s το κινητό Κ1 διανύει διάστημα S1= (1)

υ2

υ1

**A**

**B**

 **S1**

 dAB=100 m

 d΄

**A΄**

**B΄**

 **S2**

σχ.29

**t=2s**

και το κινητό Κ2 διανύει διάστημα S2=. (2)

Καθώς η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων είναι 100m είναι προφανές ότι στο Κ2 προπορεύεται του Κ1.Έτσι το σχήμα που αποδίδει την εικόνα με τα δύο κινητά είναι η παραπάνω.

Από την γεωμετρία του σχήματος προκύπτει ότι:

 **dAB +S2 = S1+d΄** (3)

(1) ,(2) ,(3) 100+40=60+ **d΄**  **d΄ =80m** (4)

**β.**Έστω ότι τα δύο υλικά σημεία συναντώνται στο σημείο **Σ** τη χρονική στιγμή **tΣ.**

Από το σχήμα προκύπτει ότι:

 **dAB +S΄2 = S΄1** (5)

 S΄1=30Δt=30( tΣ -0) = 30 tΣ  (6)

 S΄2=20Δt=20( tΣ -0) = 20 tΣ  (7)

υ2

υ1

**A**

**B**

 **S΄1**

 dAB=100 m

 **S΄2**

σχ.29

 **Σ**

 **tΣ**

(5),(6), (7) , 100+ 20 tΣ  = 30tΣ  100 = 10tΣ  **tΣ =10s** (8)

**γ.(Λύση χωρίς σχήμα)**

Στο χρονικό διάστημα από t0 =0s μέχρι t2 = tΣ +2s =10s+2s=12s

το κινητό Κ1 διανύει διάστημα S΄΄1= (9)

και το κινητό Κ2 διανύει διάστημα S΄΄2=. (10)

**Δηλαδή το κινητό Κ1 διένυσε 120 m περισσότερο από το Κ2**

Καθώς η **αρχική απόσταση** των δύο σωμάτων ήταν **100m** είναι προφανές ότι στο Κ1 προπορεύεται του Κ2 κατά 20m.Άρα 2 s Μετά την συνάντηση των δύο κινητών η απόσταση των δύο σωμάτων είναι 20m

(και για όποιον επιθυμεί να έχει και το σχήμα ,αυτό ακολουθεί)

υ2

υ1

**A**

**B**

 **S΄΄1**

 dAB=100 m

 d΄΄=20m

**A΄**

**B΄**

 **S΄΄2**

σχ.29

**t=2s**

**17.** Δύο υλικά σημεία **Κ1** και **Κ2** ηρεμούν στα σημεία **Α** και **Β** μιας ευθείας τα ο-ποία απέχουν απόσταση **dAB=120m**.Tην χρονική στιγμή **t0 =0s** τα δύο σώματα αρχίζουν να κινούνται με σταθερές ταχύτητες των οποίων οι αλγεβρικές τιμές είναι αντίστοιχα **υ1=40m/s** και **υ2.**

**Κ1**

 **tΣ=4s**

**Κ2**

**A**

**Σ**

 dAB=120 m

υ2

υ1

**B**

 **S2**

 **S1**

σχ.30

**α.**Ποια η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού **Κ2**

**β.**Ποια χρονική στιγμή **t1** προπορεύεται το κινητό **Κ2** κατά **90m** του κινητού **Κ1**

**γ.**Πόσο προπορεύεται το κινητό **Κ1 του κινητού Κ2** (απόσταση των Κ1, Κ2) **5s** μετά την χρονική στιγμή **t1.**

**\*δ.**Να βρείτε την συναρτησιακή σχέση ανάμεσα στην απόσταση **d12**των δύο υλι-κών σημείων και τον χρόνο.(Προαιρετικό ερώτημα )

**18.** Δύο υλικά σημεία **Κ1** και **Κ2** ηρεμούν στα σημεία **Α** και **Β** μιας ευθείας τα ο-ποία απέχουν απόσταση **dAB=1200m**.Tην χρονική στιγμή **t0 =0s** τα δύο σώματα αρχίζουν να κινούνται με σταθερές ταχύτητες αντίθετης φοράς των οποίων οι αλγεβρικές τιμές είναι αντίστοιχα **υ1=10m/s** και **υ2=-15m/s.**

**Κ2**

**A**

 dAB=1200 m

υ2

υ1

**B**

σχ.31

**Κ1**

**Κ1**

**α.**Ποια χρονική στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά

**β.**Ποια η απόσταση των δύο κινητών **8s**  πριν την συνάντησή τους

**γ.** Ποια η απόσταση των δύο κινητών τη χρονική στιγμή **t2=150s**

**Λύση: α.**Έστω ότι τα δύο υλικά σημεία συναντώνται στο σημείο **Σ** τη χρονική στιγμή **tΣ.**

**tΣ**

**Κ2**

**A**

 dAB=1200 m

υ2

υ1

**B**

σχ.31

**Κ1**

 S1

 S2

**Σ**

Από το σχήμα προκύπτει ότι:

 **dAB = S1 + S2** (5)

 S1=υ1Δt  S1=10Δt  S1= 10( tΣ -0) = 10 tΣ  (6)

 S2=Δt  S2=15Δt  S2=15( tΣ -0) = 15 tΣ  (7)

 1200=10 tΣ + 15 tΣ 1200=25 tΣ   **tΣ =48s** (8)

 **t1**

**Κ2**

**A**

 dAB=1200 m

υ2

υ1

**B**

σχ.31

**Κ1**

 **S**΄**1**

 S**΄**2

 **d΄AB**

 **t1= tΣ – 8s= 48-8=40s**

**β.** Έστω ότι τα δύο υλικά σημεία απέχουν απόσταση **d΄AB** , **8s** πριν την συνάντη-σή τους.Με βάση το σχήμα προκύπτει:

 **1200= S΄1 + S΄2+ d΄AB**

 S΄1=υ1Δt  S1=10.40  S1= 400m (9)

 S΄2=Δt  S2=15.40  S2=600m (10)

 1200= 400+ 600 + d΄AB 1200= 1000 + d΄AB  **d΄AB =200m** (11)

**γ.** Έστω ότι τα δύο υλικά σημεία απέχουν απόσταση **d΄΄AB** 12s μετά την συνάντησή τους.

 **t2**

**Κ2**

**A**

 dAB=1200 m

υ2

υ1

**B**

σχ.31

**Κ1**

 **S**΄΄**1**

 **d΄AB**

 **t2= 150s**

 **S΄΄2**

 **S΄΄2** - 1200 m

 **S΄΄1**- 1200 m

S΄΄1=υ1Δt΄  S΄΄1=10.150  S1= 1500m (12)

S΄΄2=Δt  S΄΄2=15.150  S2=2250m (13)

Με βάση το σχήμα προκύπτει:

 **d΄AB =( S΄΄2 – 1200) + 1200+ (S΄΄1 -1200)** (14)

 d΄AB =( 1500– 1200) + 1200+ (2250-1200)

 d΄AB =300 + 2250=2550m, **d΄AB =2550m** (15)

**19.** Δύο υλικά σημεία **Κ1** και **Κ2** ηρεμούν στα σημεία **Α** και **Β** μιας ευθείας τα ο-ποία απέχουν απόσταση **dAB=200m.**Tην χρονική στιγμή **t0 =0s** τα δύο σώματα αρχίζουν να κινούνται με σταθερές ταχύτητες αντίθετης φοράς των οποίων οι αλγεβρικές τιμές είναι αντίστοιχα **υ1** και **υ2=-5m/s.**Mετά από χρόνο **Δt=2s** από την στιγμή της συνάντησής τους απέχουν **απόσταση 40m.**

**Κ2**

**A**

 dAB=200 m

υ2

υ1

**B**

σχ.32

**Κ1**

**Κ1**

**α.**Ποια η **αλγεβρική τιμή** της ταχύτητας του Κ1

**β.**Ποια **χρονική στιγμή** γίνεται **η συνάντηση** των δύο κινητών.

**γ.** Ποια **η απόσταση** των δύο κινητών ***τη* χρονική στιγμή** στην οποία τοκινητό **Κ2** περνά από το **σημείο Α.**

**δ.** Ποια η **απόσταση** των δύο κινητών **τη χρονική στιγμή** στην οποία τοκινητό **Κ1** περνά από το **σημείο Β.**

 **ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΙΝΗΣΗΣ x=f(x)**

**Ένα κινητό τη χρονική στιγμή t0=1s αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά από τη θέση x0 =3m ,με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής υ=2,5m/s.**



3



2

**Γ**



 **Α**

 **Ο**

X΄

χ

-4

-3

-2

-1

0

1

4

5

6

-5

 **Β**

  **Δ**

**Ε**

σχ.32



(t)

(t0)

**(x)**

**(x0)**



3

2

 **Γ**

 **Α**

 **Ο**

X΄

χ

-4

-3

-2

-1

0

1

4

5

6

-5

 **Β**

  **Δ**

**Ε**

σχ.33

(t)

(t0)

Tην τυχαία χρονική στιγμή **t** το κινητό βρίσκεται στη θέση **x** και ισχύει

 



  **t1s (x** ή   **t1s (x** (16)

Γραφικά η σχέση αυτή αποδίδεται ως εξής:

**15**

**12**

**x (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

 **3**

**2**

**6**

**1**

**9**

 13

Αν μηδενίσουμε το χρονόμετρο τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση τότε

**t0=0s,** οπότε έχουμε την εξίσωση

  **t0s (x** (17)

Γραφικά η σχέση αυτή αποδίδεται ως εξής:

**15**

**12**

**x (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

 **3**

**2**

**6**

**1**

**9**

 13

Αν μηδενίσουμε το χρονόμετρο τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση **t0=0s, και επιπλέον θεωρήσουμε την αρχική θέση του κινητού ως αρχή του άξονα(x0=0)** τότε έχουμε την εξίσωση

**(x)**



0

-1

 **Γ**

 **Α**

X΄

χ

-7

-6

-5

-4

-3

-2

1

2

3

-8

 **Β**

  **Δ**

**Ε**

σχ.34

(t)

(t0=0)

  **t0s (x**

 **x**=2,5**t t0s (x** (18)

Γραφικά η σχέση αυτή αποδίδεται ως εξής:

**15**

**12**

**x (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

 **3**

**2**

**6**

**1**

**9**

σχ.35

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ VΙIΙ**

**20.** Ένα υλικό σημείο κινείται **ευθύγραμμα και ομαλά** κατά μήκος τηςοριζόντιας ευθείας (ε) και τη χρονική στιγμή **t1=2s** διέρχεται από τη θέση **x1=8m** και την χρονική στιγμή **t2=6s** από την θέση **x2=24m.**

(t2)



24



20

**Γ**



 **Α**

 **Ο**

X΄

χ

-4

0

4

8

12

16

28

32

36

-8

σχ.36



(t1)

 **Γ**

**(x)**

**(x1)**



24

20

 **Α**

 **Ο**

X΄

χ

-4

0

4

8

12

16

28

32

36

-8

σχ.37

(t2)

(t1)

**α.**Να βρεθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος.

**β.**Να γραφεί η εξίσωση κίνησης του σώματος (**x=f(t)**) ,αν θεωρήσουμε όρι t0=0s

**γ.**Ποια η θέση του κινητού τη χρονική στιγμή **t3=4s**

**δ.**Ποια χρονική στιγμή του σώμα περνάει από τη θέση **x4=60m**

**ε.**Ποια η μετατόπιση του κινητού σε χρονικό διάστημα **Δt=4,5s**

**στ.**Πόσο διάστημα διανύει σε χρόνο **Δt=4,5s**

**ζ.**Να γίνει το διάγραμμα θέσης –χρόνου για το χρονικό διάστημα **0t10s**

**η.**Να υπολογίσετε την **εφαπτομένη** της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία που αποδίδει γραφικά τη θέση με τον άξονα του χρόνου.Να την συγκρίνετε με την **αλγεβρική τιμή της ταχύτητας** του κινητού.(Σημ: η εφαπτομένη αυτής της ευθείας ονομάζεται στα μαθηματικά , **κλίση της ευθείας** που αποδίδει γραφικά την θέση σε συνάρτηση με τον χρόνο.Θα αναφερθούμε σχετικά παρακάτω)

**21.**Να επαναληφθεί η άσκηση 20με μόνη **διαφορά** ότι την χρονική στιγμή

**t1=3s** διέρχεται από τηθέση **x1=8m** και την χρονική στιγμή **t2=7s** από τηνθέση **x2=24m.** (t0=0s και **ισχύουν τα παραπάνω** σχήματα)

**Λύση:**

**α.**   (19)

**β.**Η εξίσωση κίνησης είναι  , 

 για t1=3s , έχουμε x1=8m άρα 

 έτσι έχουμε:  (20)

**γ.**Tη στιγμή t3=4s, 

**δ.**Tη στιγμή **t4** περνάει από τη θέση **x4=60m**,

60=- 4+4t4  4t4=64 t4=16s

**ε.**Ισχύει Δx=υΔt , Δx=4.4,5=18m **Δx=18m**

**στ.**Έχουμε S=υΔt , S=4.4,5=18m

**ζ.Η σχέση x-t είναι πρώτου βαθμού ως προς τον χρόνο και η γραφική** παράσταση είναι ευθεία γραμμή.Δίνουμε τιμές στο χρόνο

**t0=0** οπότε προκύπτει **x0=0m**, και

**θ**

**-4**

 **36**

**x (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

 **9**

**2**

**18**

**1**

**27**

**9**

**8**

**10**

σχ.38

**t=10 s** οπότε προκύπτει **x=- 4+4.10=36m**

**η.** εφθ=

παρατηρούμε ότι **η εφθ** είναι **ίση** με την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας.

Πράγματι : **εφθ=υ=** (21)

**22.**Τοδιάγραμμα θέσης -χρόνου για ένα κινητό που εκτελεί **ευθύγραμμη** ομαλή κίνηση κατά μήκος μιας οριζόντιας ευθείας είναι το παρακάτω:

**18**

**12**

**x (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

 **3**

**2**

**6**

**1**

**9**

σχ.39

**α.**Να γραφεί η εξίσωση κίνησης**.**

**β.**Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα  **0st6s.**

**γ.**Να υπολογίσετε το εμβαδό του παραλληλογράμμου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας ,τoν άξονα του χρόνου και τα χρονικά όρια **0s**  και **6s.**Νασυγκρίνετε το εμβαδό αυτό με το μέτρο της με-τατόπισης του υλικού σημείου στο ίδιο χρονικό διάστημα. **δ**.Σε πόσο χρόνο το κινητό μετατοπίζεται κατά **15,6m** **ε.**Αν την χρονική στιγμή **t1** το σώμα βρίσκεται στη θέση Α με συντεταγμένη θέσης **xA**, πόσα δευτερόλεπτα νωρίτερα πέρασε το σώμα από την θέση Γ που βρίσκεται αριστερά του Α και σε απόσταση **4,5 m** από αυτό.

**Λύση:**

**α.**Η γραφική παράσταση της θέσης σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι **ευθεία**

**γραμμή θετικής κλίσης** και αυτό σημαίνει πως η κίνηση που περιγράφει είναι **ευθύγραμμη ομαλή** με θετικής φοράς ταχύτητα.Η εξίσωση κίνησης είναι:

 **x**=x0+υ(**t**-t0) **(α)**

από το διάγραμμα προκύπτει ότι τη χρονική στιγμή t0 =0 είναι x0=0.Επιπλέον η κλίση της ευθείας ισούται με την σταθερή ταχύτητα του κινητού.Έτσι

 

και με t1=0s , x1=0m

 t2=6s , x2=18m προκύπτει:



και η σχέση (α) γίνεται **x**=0+υ(**t**-0)  **x**=0+3(**t**-0)  **x**=3 **t** (S.I.) **(β)**

**β.**Η ταχύτητα παραμένει σταθερή με τον χρόνο, Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:

**Ο**

**υ (m/s)**

**Β**

**Δ**

**3**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

**2**

**1**

**1,5**

σχ.40

**Γ**

**γ.**Το εμβαδό του παραληλογράμμου ΟΑΓΔ είναι:

ΕΟΒΓΔ=β.υ=3.6s=18m **(γ)**

Δx=υ.Δt=3.6s=18m **(δ)**

Παρατηρούμε ότι το **εμβαδό** του παραλληλογράμμου ΟΑΓΔ ισούται αριθμητικά με την **μετατόπιση** του κινητού στο θεωρούμενο χρονικό διάστημα **0st6s.**

**δ.**Ισχύει Δx=υ.Δt, 15,6=3.Δt,  **Δt=5,2s (ε)**

**ε.**Το κινητό μετατοπίζεται κατά Δx=4,5m και ισχύει Δx=υ.Δt, 4,5=3.Δt,  **Δt=1,5s (ε)**

 **Α**

**xΑ= xΓ + 4.5**

 **xΓ**



 **Γ**

X΄

χ(m)

σχ.41

**(t1 = tΑ)**

**(tΓ= tΑ-1.5s)** tΑ\_)

 Δt=tΑ- tΓ =1,5s , tΑ- 1,5s =tΓ **, tΑ- 1,5s =tΓ**

Άρα το κινητό πέρασε από το σημείο **Γ , 1,5s νωρίτερα** από τη στιγμή

κατά την οποία πέρασε από το σημείο Α

**23.**Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με εξίσωση κίνησης:

 **x**=5**t (xm, ts)**

τη χρονική στιγμή t=5s η ταχύτητα του σώματος υποδιπλασιάζεται (υ΄=)

**α.**Να γράψετε την εξίσωση κίνησης του σώματος για το χρονικό διάστημα

 **5st15s.**

**β.**Να παραστήσετε γραφικάτη θέση του σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο

 για το χρονικό διάστημα **0st15s.**

**γ.**Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα  **0st15s.**

**δ.**Ποια η μετατόπιση του κινητού στο χρονικό διάστημα από **t1=2s** μέχρι την

 στιγμή **t2=8s.**

**ε.** Ποια η μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα **0st15s.**

Λύση:

Την χρονική στιγμή **t=5s** θέση του σώματος είναι **x=5.5=25m**. Την στιγμή αυτή αλλάζει η ταχύτητα και γίνεται **2,5m/s**.

(Στο σημείο αυτό να τονίσουμεότι είναι αδύνατον **ακαριαία** η ταχύτητα να μει-ωθεί στο μισό της αρχικήςτιμής. Επομένως η περίπτωση που μελετάμε είναι υ-ποθετική).
H **νέα** κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή και αρχίζει στη θέση **25m** την στιγμή **5s** έτσι στην εξίσωση κίνησης θέ-τουμε **x0=25m** , **t0=5s** οπότε έχουμε:

 **x**=x0+υ΄(**t**-t0) ,

 **x**=25+2,5(**t**-5) **t 5s.**  **(α)**

**Συνολικά έχουμε**

 **x**=5**t** 0st5s (xm, )

**x**= **(β)**

 **x**=25+2,5(**t**-5) 5 st15s (xm, )

**γ**.Τα ζεύγη τιμών που προκύπτουν από την εξίσωση κίνησης είναι

t=0s x=0m

t=5s x=25m

t=15s x=50m

**Το ζητούμενο διάγραμμα είναι**

**50**

**40**

**x (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**14**

**6**

**8**

**10**

**12**

 **10**

 **4**

 **20**

**2**

 **30**

σχ.42

**15**

**25**

**5**

**δ. Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:**

**5**

**υ (m/s)**

**t(s)**

**(0,0)**

**14**

**6**

**8**

**10**

**12**

**4**

 **2,5**

**2**

σχ.43

**15**

**5**

**ε.Με βάση την εξίσωση κίνησης έχουμε:**

 **x**=5**t** 0st5s (xm, )

**x**=

 **x**=25+2,5(**t**-5) 5 st15s (xm, )

t1=2s , x1=5.2=**10m**

t2=8s , x2=25+2,5(**t**-5 )= 25+2,5(**8**-5 )= 25+2,5(**3** )= 25+2,5(**3** )=**32,5m**

**Δx=x2- x1**=32,5-10=22,5m**, Δx= =22,5m (γ)**

**ε. , (δ)**

**S=50m , tολ=15s, =, υμ= (δ)**

**24.**Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με εξίσωση κίνησης:

 **x**=4**t (xm, ts)**

τη χρονική στιγμή **t=5s** η ταχύτητα του σώματος διπλασιάζεται **(υ΄=2υ)**

**α.**Να γράψετε την εξίσωση κίνησης του σώματος για το χρονικό διάστημα

 **5st10s.**

**β.**Να παραστήσετε γραφικάτη θέση του σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο

 για το χρονικό διάστημα **0st10s.**

**γ.**Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα  **0st10s.**

**δ.**Ποια η μετατόπιση του κινητού στο χρονικό διάστημα από **t1=2s** μέχρι την

 στιγμή **t2=8s.**

**ε.** Ποια η μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα **0st10s.**

**26.**Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και το διάγραμμα θέσης –χρόνου δίνεται από το παρακάτω σχήμα.

**-40**

**θ**

**60**

**x (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

 **15**

**2**

**30**

**1**

**45**

**9**

**8**

**10**

σχ.44

**α.**Να γραφεί η εξίσωση κίνησης

**β**.Σε πόσο χρόνο το κινητό μετατοπίζεται κατά **15,6m**

**γ.**Αν την χρονική στιγμή **t1** το σώμα βρίσκεται στη θέση Α με συντεταγμένη θέσης **xA**, πόσα δευτερόλεπτα νωρίτερα πέρασε το σώμα από την θέση Γ που βρίσκεται αριστερά του Α και σε απόσταση **4,5 m** από αυτό.

**δ.**Πόσος χρόνος απαιτείται για να κινηθεί το σώμα από τη θέση Γ μέχρι τη θέση

Δ η οποία βρίσκεται δεξιά του Γ και σε απόσταση 12 m από αυτό:

**ε.** Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα  **0st6s.**

27.Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και το διάγραμμα θέσης –χρόνου δίνεται από το παρακάτω σχήμα.

**15**

**12**

**x (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

 **3**

**2**

**6**

**1**

**9**

σχ.45

**α.**Να γράψετε την εξίσωση κίνησης για το χρονικό διά-στημα

**0st6s.**

**β.**Να παραστήσε-τε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγε-βρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα  **0st6s.**

**γ.** Ποια η μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα **0st6s.**

**δ.**Πόσος χρόνος απαιτείται για να μεταβεί το σημείο από τη θέση **x1=6m**μέχρι τη θέση **x2=12m**

**28.** Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και το διάγραμμα θέσης –χρόνου δίνεται από το παρακά-τω σχήμα.(Το κι-νητό είναι υπο-θετικό )

**15**

**12**

**x (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

 **3**

**2**

9

**1**

**12**

σχ.46

**α.**Να γράψετε την **εξίσωση κί-νησης** για το χρονικό διάστη-μα

**0st7s.**

**β.**Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα  **0st7s.**

**γ.** Ποια η μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα **0st7s.**

**δ.**Ποια χρονική στιγμή το υλικό σημείου περνά από τη θέση **x1=6m**και σε ποια θέση βρίσκεται το σημείο τη στιγμή **t=6s**

Λύση:

**α.Από το διάγραμμα προκύπτουν**

t1=0s x1=0m

t2=3s x2=12m

t3=7s x3=0m

Το υλικό σημείο πραγματοποιεί δύο ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις

**1η , στο χρονικό διάστημα από 0s έως 3s με ταχύτητα που δίνεται από τη σχέση :**

,  

**2η , στο χρονικό διάστημα από 3s έως 7s με ταχύτητα που δίνεται από τη σχέση :**

, 

Η εξίσωση κίνησης είναι

 **x**=4**t** 0st3s (xm, )

**x**=

 **x**=12-3(**t**-3) =21-3**t**  3 st7s (xm, )

**β. Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:**

**4**

**υ (m/s)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

**2**

 **2**

**1**

σχ.47

 **-3**

**γ. . , (δ)**

**S=**12m+12m**=24m , tολ=7s, =, υμ= (δ)**

**δ.**Η εξίσωση κίνησης είναι

 **x**=4**t** για t=t1 είναι x1 =6 άρα **6**=4**t1** , **t1**= **** **(ε)**

**x**=

 **x**=12-3(**t**-3) =21-3**t**  για t=6s είναι x=21-3.**6**  άρα **x=3m**  **(στ)**

 **ΚΙΝΗΣΗ ΔΥΟ ΚΙΝΗΤΩΝ.ΜΕΛΕΤΗ ΜΕ ΕΞΙΣΩΞΕΙΣ ΚΙΝΗΣΗΣ**

Έστω δύο κινητά Κ1και Κ2 πραγματοποιούν **ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις** με εξισώσεις κίνησης

 **x1**=x1,0+υ1**t**  t0=0 και **x2**=x2,0+υ2**t** t0=0

σχηματίζουμε την διαφορά :

 **x1** – **x2**=(x1,0 –x2,0)+(υ1 –υ2)**t**  και

Αν κάποια χρονική στιγμή t είναι

 **x1** – **x2>0 τότε** τη στιγμή αυτή το κινητό Κ1 προπορεύεται του κινητού Κ2, δηλαδή βρίσκεται σε μεγαλύτερη απόσταση από την αρχή Ο , απ΄ ότι το κινητό Κ2 και προς τα θε-τικά του άξονα.

 **x1** – **x2<0 τότε**

 τη στιγμή αυτή το κινητό Κ2 προπορεύεται του κινητού Κ1, δηλαδή βρίσκεται σε μεγαλύτερη απόσταση από την αρχή Ο , απ΄ ότι το κινητό Κ1και προς τα θε-τικά του άξονα.

 **x1** – **x2=0 τότε**

τη στιγμή αυτή το κινητό Κ2 συναντιέται με το Κ1.

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ ΙΧ**

**29.** Έστω δύο κινητά Κ1και Κ2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις με εξισώσεις κίνησης

 **x1**=12+3**t**  **(x1m, ts)** και **x2**=21+**t** **(x1m, ts)**

**α.**Ποιο κινητό προπορεύεται τη χρονική στιγμή **t1=3s.**

**β.**Ποια στιγμή το κινητό Κ2 προπορεύεται κατά **1m.**

**γ.**Ποια στγμή το κινητό Κ1 προπορεύεται κατά **5m.**

**δ.**Ποια στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά.

**ε.**Ποια στιγμή τα δύο κινητά απέχουν απόσταση **6m**

**στ.** Να κάνετε την γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0st7s.**

**ζ.**Να κάνετε την γραφική παράσταση θέσης –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0st7s.**

**η.**Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο την διαφορά x1-x2

**0st7s.**

Λύση:

**α.**Την χρονική στιγμή **t0=0** η εικόνα της ευθείας πάν ω στην οποία κινούνται τα δύο σώματα είναι:



 **Γ**



24

20

 **Α**

 **Ο**

X΄

x(m)

-4

0

4

8

12

16

28

32

36

-8

σχ.43

(t0=0)

21

K1

K2

Είναι: **x1** – **x2**=(12 –21)+(3 –1)**t**  =-9+2t (1)

τη χρονική στιγμή **t1=3s**  , **x1** – **x2** =-9+2.3= -3m <0, άρα προπορεύεται το κινητό Κ2 κατά 3m.H εικόνα με τα δύο κινητά είναι η παρακάτω.

24

20

 **Ο**

X΄

x(m)

-4

0

4

8

12

16

28

32

36

-8

σχ.44

**(t1=3s)**

21

K1

K2

**β.Αφού προπορεύεται το κινητό Κ2 έχουμε**

**x1** – **x2**=-1m, -9+2t = -1 , **t2=4s** (2)

**γ. Προπορεύεται το Κ1 κατά 5m.Aρα έχουμε**

**x1** – **x2**=5, -9+2t = 5 , **t3=7s** (3)

K2

K1

24

20

 **Ο**

X΄

x(m)

-4

0

4

8

12

16

28

32

36

-8

σχ.44

**(t3=7s)**

33

K2

K1

24

20

 **Ο**

X΄

x(m)

-4

0

4

8

12

16

28

32

36

-8

σχ.44

**(tΣ=4,5s)**

25,5

**δ. Τ η στιγμή κατά την οποία συναντώνται**

**x1** – **x2**=0m, -9+2t = 0 , **tΣ=4,5s** (4)

**ε**.Η απόσταση των δύο σημείων είναι **d12=6m** και μπορεί να προηγείται είτε το Κ2 , οπότε **x1** – **x2**=- 6 m (5)

είτε το Κ1 οπότε **x1** – **x2**= 6 m (6)

Η (5) καταλήγει στην τιμή **t=1,5s** και η (6) στην τιμή t=5s

**στ.**

**υ1,υ2 (m/s)**

 **4**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

 **1**

**2**

**2**

**1**

**3**

σχ.45

K1

K2

**ζ.Δίνοντας**

**36**

**5**

**32**

**28**

 **12**

 **24**

**20**

**16**

**x1, x2 (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**6**

 **4**

**2**

**8**

**1**

σχ.46

 21

 33

 4,5

K1

K2

 25,5

**τις τιμές στο χρόνο**

**t=0s**

**t=4,5s**

**t=7s,**

**βρίσκουμε**

**τις αντίστοιχες**

**τιμές των**

**x1, x2 και σχεδιάζουμε το διπλανό διάγραμμα**

**η. x1** – **x2** =-9+2t

**t0=0 , x1** – **x2** =-9+2.0 =-9m , **x1 – x2 =-9m**

**t=4,5s, x1** – **x2** =-9+2.4,5=0m , **x1 – x2 =0m**

**t=7s, x1** – **x2** =-9+2.7=5m , **x1 – x2 =5m**

**4**

**5**

**3**

**6**

 **-9**

**-3**

**-6**

**x1- x2 (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**6**

**2**

**1**

σχ.47

 4,5

 5

**30.** Έστω δύο κινητά Κ1και Κ2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις με εξισώσεις κίνησης

 **x1**=8+2**t**  **(x1m, ts)** και **x2**=12+4**t** **(x1m, ts)**

 **α.**Τοποθετήστε τα δύο κινητά στις θέσεις που βρίσκονται την **t0=0**

K2

K1

 **Ο**

x(m)

(t0=0)

**β.**Ποια η αρχική απόσταση των δύο κινητών .

**γ.**Ποια στιγμή η απόσταση των δύο κινητών γίνεται διπλάσια της αρχικής;  **δ.**Θα συναντηθούν κάποια στιγμή τα δύο κινητά; Αν ναι ποια στιγμή θα συμβεί αυτό; **ε.** Να κάνετε την γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0st5s.**

**στ.**Να κάνετε την γραφική παράσταση θέσης –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0st5s.**

**ζ.**Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο την διαφορά **x2-x1**

**0st5s.**

**31.** Έστω δύο κινητά Κ1και Κ2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις με εξισώσεις κίνησης

 **x1**=**-**10+4**t**  **(x1m, ts)** και **x2**=10+2**t** **(x1m, ts)**

**α.**Ποιο κινητό προπορεύεται τη χρονική στιγμή **t1=4s.**

**β.**Ποια στιγμή το κινητό Κ2 προπορεύεται κατά **8m.**

**γ.**Ποια στγμή το κινητό Κ1 προπορεύεται κατά **6m.**

**δ.**Ποια στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά.

**ε.**Ποια στιγμή τα δύο κινητά απέχουν απόσταση **10m**

**στ.** Να κάνετε την γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0st13s.**

**ζ.**Να κάνετε την γραφική παράσταση θέσης –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0st13s.**

**η.**Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο την διαφορά **x1-x2**

**0st13s.**

**32.** Έστω δύο κινητά Κ1και Κ2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις με εξισώσεις κίνησης

 **x1**=30-3**t** **(x1m, ts)** και **x2**=**-**10+5**t**  **(x2m, ts)**

**α.**Ποιες χρονικές στιγμές τα δύο κινητά διέρχονται από την αρχή του άξονα**.**

**β.**Ποιο κινητό προπορεύεται την χρονική στιγμή **t=4s** και ποιο την χρονικήστιγ-μή  **t=6s**

**γ.**Ποια στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά και σε ποιο σημείο γίνεται η συνά-ντηση

**δ.**Ποιες στιγμές τα δύο κινητά απέχουν απόσταση **16m**.

**ε.** Να κάνετε την γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0st6s.**

**στ.**Να κάνετε την γραφική παράσταση θέσης –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοι-νό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0st6s.**

**ζ.**Να βρείτε την σχέση που δίνει την απόσταση d12 των δύο υλικών σημείων σε συνάρτηση με τον χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά για το χρονικό διάστημα **0st6s.**

**Λύση:**

**α.**Την χρονική στιγμή **t0=0** η εικόνα της ευθείας πάνω στην οποία κινούνται τα δύο σώματα είναι:

K1

K2



 **Γ**



25

20

 **Α**

 **Ο**

X΄

x(m)

-10

-5

0

5

10

15

30

35

40

-15

σχ.49

(t0=0)

Tη στιγμή t1το υλικό σημείο Κ1 περνά από την αρχή του άξονα πότε έχουμε

x1=0,30-3**t1** =0, **t1** **=10s**

Tη στιγμή t2το υλικό σημείο Κ2 περνά από την αρχή του άξονα πότε έχουμε

x2=0, **-**10+5**t1** =0, **t1** **=2s**

**β. x1** – **x2**=30-3**t** ­– (**-**10+5**t )** =40-8t

**t=4s, x1** – **x2**=40-8.4=8m>0 άρα προπορεύεται το κινητό Κ1

**t=6s, x1** – **x2**=40-8.6=-8m<0 άρα προπορεύεται το κινητό Κ2

**γ**.Τ α κινητά συναντώνται τη χρονική στιγμή tΣ στην οποία ισχύει

 **x1** = **x2 ,** 30-3**tΣ** = **-**10+5**tΣ**  , 40=8tΣ, **tΣ=5s**

η συνάντηση γίνεται στη θέση **x1**=**x2 =-**10+5**.5= 15m**

K1

K2

 **Σ**

25

20

 **Ο**

X΄

x(m)

-10

-5

0

5

10

15

30

35

40

-15

σχ.50

**(tΣ=5s**)

**δ.** d12=**,** 16**= ,**

 x1 - x2 =16 ήx1 - x2 =-16

 40-8t=16 ή 40-8t =-16

 **t=3s** ή **t=7s**

**ε.**Διάγραμμα αλγεβρικών τιμών ταχυτήτων με χρόνο

**υ1,υ2 (m/s)**

 **4**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**4**

**5**

**6**

 **2**

**2**

**4**

**1**

**6**

σχ.51

K2

K1

**-3**

**5**

 **12**

 **-10**

**30**

**5**

**25**

**20**

 **15**

**10**

 **5**

**x1, x2 (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**3**

**4**

**6**

**2**

**-5**

**1**

σχ.52

 K1

K2

**στ.**Δίνοντας τις τιμές στο χρόνο **t=0s, t=5s ,t=6s,** βρίσκουμε τις αντίστοιχες

τιμές των x1, x2 και σχεδιάζουμε το διπλανό διάγραμμα

**ζ.**

d12=**= **

**t0=0** d12**=  = **

 **t=5s,** d12**=  = **

**t=6s,** d12**=  = **

 **-10**

**30**

**5**

**25**

**20**

 **6**

 **15**

**10**

 **5**

**d12 (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**3**

**4**

**2**

**-5**

**1**

σχ.53

 **40**

 **35**

**33.** Έστω δύο κινητά Κ1και Κ2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις με εξισώσεις κίνησης

 **x1**=- 20+5**t** **(x1m, ts)** και **x2**=40**-** 5**t**  **(x2m, ts)**

**α.**Όταν το ένα κινητό διέρχεται από την αρχή του άξονα σε ποια θέση βρίσκεται το άλλο κινητό.

 **β.**Ποιο κινητό προπορεύεται την χρονική στιγμή **t=4s** και ποιο την χρονικήστιγμή  **t=8s**

**γ.**Ποια στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά και σε ποιο σημείο γίνεται η συνά-ντηση

**δ.**Ποιες στιγμές τα δύο κινητά απέχουν απόσταση **30m**.

**ε.** Να κάνετε την γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0st8s.**

**στ.**Να κάνετε την γραφική παράσταση θέσης –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0st8s.**

**ζ.**Να βρείτε την σχέση που δίνει την απόσταση d12 των δύο υλικών σημείων σε συνάρτηση με τον χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά για το χρονικό διάστημα **0st8s.**

**ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ –ΧΡΟΝΟΥ**

**και**

**ΘΕΣΗΣ – ΧΡΟΝΟΥ.**

**ΦΥΣΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ του ΕΜΒΑΔΟΥ και της ΚΛΙΣΗΣ**

**Διάγραμμα αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου.Φυσική σημασία του εμβαδου.**

 **Ε=υ(tτελ- tαρχ)=Δx>0**

**υ**

**t**

 **tτελ**

**tαρχ**

σχ.54

 υ

 **υ>0**

Επειδή η ταχύτητα είναι **σταθερή**, το διά-γραμμα **αλγεβρικής τιμής ταχύτητας** – χρόνου είναι μια **ευ-θεία γραμμή** **παράλ-ληλη στον άξονα του χρόνου**, όπως ήδη έ-χουμε δει στις εφαρ-μογές που προηγήθη-καν.Η γραμμή αυτή βρίσκε-ται **πάνω από** τον οριζόντιο άξονα (άξονα του χρόνου) όταν η ταχύτητα είναι **θετική** και **κάτω από αυτόν** όταν η ταχύτητα είναι **αρνητική**.

Τοεμβαδό του πα-

**Ε=υ(tτελ- tαρχ)=Δx<0**

**υ**

**t**

 **tτελ**

**tαρχ**

σχ.55

 υ

 **υ < 0**

ραλληλογράμμου που ορίζεται από την ευ-θεία που απoδίδει γραφικά την αλγε-βρική τιμή της τα-χύτητας ,τον άξονα του χρόνου και τα χρονικά όρια tαρχ, tτελ, της κίνησης **ισούται** **αριθμητικά** με τη μετατόπιση του κι-νητού.

**Ε=υ(tτελ- tαρχ)=Δx**

**Πράγματι:**

**Παρατήρηση**:Όταν ένα υλικό σημείο παραμένει **ακίνητο** η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι μια **ευθεί-α** γραμμή η οποία βρί-σκεται **πάνω** στον άξονα του χρόνου.

 **Ε=Δx=0**

**υ**

**t**

 **tτελ**

***tαρχ***

σχ.56

 0, 0

 **υ = 0**

**Διάγραμμα θέσης –χρόνου.Φυσική σημασία της κλίσης**

Η σχέση που δίνει τη θέση του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο δηλαδή η εξί-σωση κίνησης είναι **πρώτου βαθμού** ως προς τον χρόνο και κατά συνέπεια η γραφική παράσταση της θέση σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι **ευθεία γραμμή.**

Η ευθεία αυτή είναι **«ανοδική»** όταν το κινητό έχει **θετική** ταχύτητα και **«καθο-δική»** όταν η ταχύτητα είναι **αρνητική.**Για χάρη απλότητας θα θεωρήσουμε ότι t0=0 οπότε η εξίσωση κίνησης είναι:

 **x**=x0+υ**t π.x.**

 **x**=10+5**t (S.I.) ή x**=20**-**4**t (S.I.)**

**A**

**Γ**

**θ΄**

**θ**

**B**

 **x1**

**x0**

**x**

**t**

**t2**

 **x2**

**t1**

σχ.58

**θ**

**B**

**A**

 **x1**

**x2**

**x**

**t**

**t2**

 **x0**

**t1**

**Γ**

σχ.57

Από τα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι η **κλίση της ευθείας** είναι ο αριθμός που δείχνει πόσο απότομα **«ανεβαίνει »** η **«κατεβαίνει» η** ευθεία .Ισούται και με τον **συντελεστή** του χρόνου στη σχέση **x**=x0+υ**t** που στην περίπτωσή μας είναι η **αλγεβρική τιμή της ταχύτητας** αλλά υπολογίζεται και μέσω της εφαπτομέ-νης της γωνίας θ .Δηλαδή **κλίση = εφθ**

Στο σχήμα 57 κλίση = εφθ=****

Στο σχήμα 58 κλίση = εφθ= - εφθ΄ **=-**

**Παρατήρηση**:Όταν ένα υλικό σημείο παραμένει ακίνητο η γραφική παράσταση της θέσης σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι μια ευθεία γραμμή η οποία είναι πα-ράλληλη στον άξονα του χρόνου.

**x**

**x**

**t**

σχ.59

 **EΦΑΡΜΟΓΕΣ Χ**

**34.** Έστω δύο κινητά Κ1και Κ2 πραγματο-ποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις .Το κοινό διάγραμμα θέσης-χρόνου για τα δύο κινητά είναι το διπλανό.

 K1

K2

 **35**

**60**

**5**

**50**

**40**

 **30**

**20**

**10**

**x1, x2 (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**3**

**4**

**6**

**2**

**1**

σχ.60

 **α.**Να υπολογίσετε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο κινητών **.**

 **β.**Ποια η απόσταση των δύο σωμάτων τις χρονικές στιγμές **t1=3s** και **t2=7s**

 **γ.**Ποια χρονική στιγμή τα δύο κινητά απέχουν απόσταση **10m.**

 **δ.**Όταν το κινητό **Κ1** περνά από την αρχή του άξονα που βρίσκεται το κινητό **Κ2**

  **ε**.Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο τις αλγεβρικές τιμές

 των ταχυτήτων των δύο κινητών

**35.** Έστω δύο κινητά Κ1 και Κ2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινή-σεις .Το κοινό διάγραμμα θέσης-χρόνου για τα δύο κινητά είναι το διπλανό.Τη χρονική στιγμή t0 =0 τα δύο κινητά απέχουν από-σταση 10m. Την χρονική στιγμή tΣ τα δύο κινητά συναντώνται.

 K1

K2

**5**

**4**

 **2**

**υ1, υ2 (m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**3**

**4**

**6**

**2**

**1**

σχ.61

**α.**Αντην χρονική στιγμή **t0 =0** το κινητό Κ1 βρί-σκεται στη αρχή του άξο-να να γράψετε τις εξισώ-σεις κίνησης των δύο κι-νητών.

**β.**Να κάνετε το κοινό **διάγραμμα θέσης –χρόνου** για τα δύο κινητά από τη χρονική στιγμή **t0 =0** έως τη χρονική στιγμή tΣ

 **ΑΛΛΑΓΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ**

**Από το διάγραμμα (x-t) κατασκευάζουμε το διάγραμμα (υ-t)**

**37.To διάγραμμα θέσης – χρόνου για ένα υλικό σημείο που κινείται ευθύ-γραμμα είναι το διπλανό (η κίνηση είναι υποθετική).**

**α.Να υπολογίσετε τις αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού στα διάφορα χρονι-κά διαστήματα.**

**4**

**5**

**3**

**6**

**-3**

**-6**

**x(m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**7**

**3**

**6**

**2**

**1**

σχ.62

**β.Να κάνετε το διάγραμμα ταχύ-τητας-χρόνου για όλη τη διάρκεια της κίνησης.**

**γ.Ν υπολογίσετε την μέση ταχύτη-τα του κινητού για το χρονικό διάστημα από 0s**

**έως 6s.**

**δ.Να γράψετε την χρονική εξίσωση της θέσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα **

**Λύση:**

α.Από τη χρονική στιγμή **t0=0s** μέχρι την χρονική στιγμή **t1=4s** το υλικό σημείο πραγματοποιεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση** προς την **θετική** κατεύθυνση με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής **υ1**.

Από τη χρονική στιγμή **t1=4s** μέχρι την χρονική στιγμή **t4=5s** το υλικό σημείο παραμένει **ακίνητο(υ2=0)** στη θέση **x=6m**,(η ακαριαία μετάβαση από την κί-νηση στην ακινησία δεν είναι δυνατή και για το λόγο αυτό το διάγραμμα περι-γράφει μία υποθετική κίνηση)

Από τη χρονική στιγμή **t2=5s** μέχρι την χρονική στιγμή **t3=6s** ,το υλικό σημείο πραγματοποιεί **ευθύγραμμη ομαλή** κίνηση προς την αρνητική κατεύθυνση ,με

με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής **υ3**.

Υπολογίζουμε τις τιμές **υ1, υ3**

  ,  ,  **(α)**

  ,  **(β)**

**β.Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:**

**γ. , (δ)**

**5**

**- 6**

 **3**

**υ1(m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**3**

**4**

**6**

**2**

**1**

σχ.63

**S=**12m+0μ+6m**=18m , tολ=6s, =, υμ= (ε)**

 **x=-** 6+3t 0t4s (xm)

**δ. x=**6m 4t5s

 **x=** 6 - 3t 5t6s (xm)

**Από το διάγραμμα (υ-t) κατασκευάζουμε το διάγραμμα (χ-t)**

**36.**To διάγραμμα αλ-γεβρικής τιμής ταχύ-τητας – χρόνου για ένα υλικό σημείο που κινείται ευθύγραμ-μα είναι το διπλανό (η κίνηση είναι υπο-θετική).Τη χρονική στιγμή **t0=0** το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση **x0=-25m**

**10**

**15**

**3**

**5**

 **-6**

**υ(m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**20**

**5**

σχ.64

**α.**Να προσδιορίσετε τις θέσεις του κινητού τις χρονικές στιγμές **5s, 10s, 15s,20s** υπολογίσετε τις αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητούστα διάφοραχρο-νικά διαστήματα.

**β.**Να κάνετε το διάγραμμα θέσης- χρόνου για το χρονικό διάστημα ****

**γ.**Ν υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα από **0s έως 20s.**

**δ.**Να γράψετε την χρονική εξίσωση της θέσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 

**Λύση:**Καθένα από τα εμβαδά Ε1, Ε2, Ε3, Ε4 ισούται αριθμητικά με τις μετατοπίσεις Δx1 ,Δx2, Δx3, Δx4 αντίστοιχα.Δηλαδή έχουμε:

**10**

**15**

**3**

**5**

 **-6**

**υ(m)**

**t(s)**

**(0,0)**

**20**

**5**

σχ.65

Ε4

Ε3=0

Ε2

Ε1

Ε1= Δx1 , Ε2= Δx2, Ε3= Δx3, Ε4= Δx4

Η αντιστοιχία χρονικών στιγμών και θέσεων είναι:

**t0**=0s , **x0**=-25m

**t0**=5s , **x1**

**t2**=10s , **x2**

**t3**=15s , **x3**

**t3**=20s , **x4**

Η σχέση που συνδέει κάθε επόμενη θέση με την προηγούμενη είναι

**xτελ = xαρχ +Δx ή xτελ = xαρχ + Ε**

αυτό είναι άμεση συνέπεια της **Δx = xτελ  - xαρχ**

**Έτσι έχουμε:**

 **x1 = - 25 +Ε1**

x1 = x0 +Δx1 , x1 = x0 +Ε1 , x1 = - 25 +Ε1 , x1 = - 25 +βυ , x1 = - 25 +5.5 =0, **x1 =0m**

**x2 = x1 +Ε2**

x2 = 0+Ε2 , x2 =βυ , x2=3.5 =15, **x2 =15m**

**x3 = x2+Ε3**

x3 = 15 +0, **x3 =15m**

**x4 = x3+Ε4**

x4 = x3 +βυ , x4 = 15 +(-6.5) =0, x4 =15 **-**30, **x4 =-**15**m**

**(0,0)**

**20**

**15**

**-15**

**-25**

**x(m)**

**t(s)**

**15**

**10**

**5**

σχ.66

**γ. ,**

**S=**25m+15m+30m=**70m , tολ=20s, =, υμ=**

 **x=-** 25+5t 0t5s (xm)

**δ. x=**0+3(t-5) 5st10s (xm)

 **x=** 15m 10st15s (xm)

 **x=1**5-6(t -15) 15st20s (xm)

 **ΜΕΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΙΙ**

**37.**Υλικό σημείο κινείται **ευθύγραμμα και ομαλά** για χρονικό διάστημα **Δt1=3s** με ταχύτητα μέτρου **υ1=2m/s.**  Στη συνέχεια ,χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης ,κινείται επίσης ευθύγραμμα και ομαλά , για χρονικό διάστημα **Δt2=4s** με ταχύτητα μέτρου **υ2=4m/s.** Να υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του υλικού ση-μείου.

**Λύση:**Στο χρονικό διάστημα Δt1=3s το διανυόμενο διάστημα είναι:

S1=υ1 Δt1 , S1=2.3= 6m

και στο χρονικό διάστημα Δt2=4s το διανυόμενο διάστημα είναι:

S2=υ2 Δt2 , S2=4.4=24m

Sολ= S1+ S2=6m +24m=30m **Sολ=30m**

Δtολ=Δt1+ Δt2=3s +4s=7s **Δtολ= 7s**

**,**

**=, υμ=**

Παρατήρηση:

Μπορούμε να γράψουμε ένα γενικό τύπο για τη μέση ταχύτητα σρ ανάλογες περιπτώσεις.

 ** , **

**Παραλλαγή στο ίδιο θέμα**

Υλικό σημείο κινείται **ευθύγραμμα και ομαλά** για χρονικό διάστημα **Δt1=5s** με ταχύτητα μέτρου **υ1=2m/s.** Στη συνέχεια ,χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης ,κινείται επίσης ευθύγραμμα και ομαλά , για χρονικό διάστημα **Δt2=10s** ,με ταχύ-τητα μέτρου **υ2.** Να υπολογίσετε την τιμή της **υ2 αν η μέση ταχύτητα** στην διάρκεια του συνολικού χρόνου **Δt1+ Δt2=15s, είναι** ίση με **5m/s.**

**38.**Υλικό σημείο κινείται **ευθύγραμμα και ομαλά** για χρονικό διάστημα **Δt1**  με ταχύτητα μέτρου **υ1=2υ**  Στη συνέχεια ,χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης ,κινείται επίσης ευθύγραμμα και ομαλά , για χρονικό διάστημα **Δt2=3 Δt1**με τα-χύτητα μέτρου **υ2=υ.** Να υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του υλικού σημείου σε συνάρτηση με τη τιμή **υ**.

**Λύση:**

**Εφαρμόζουμε την σχέση: **

** , **

****

**39.** Υλικό σημείο κινείται **ευθύγραμμα και ομαλά** για χρονικό διάστημα **Δt1**  με ταχύτητα μέτρου **υ1=υ**  διανύοντας διάστημα **S** .Στη συνέχεια ,χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης ,κινείται επίσης ευθύγραμμα και ομαλά , για χρονικό διά-στημα **Δt2 ,**με ταχύτητα μέτρου **υ2=2υ**και διανύει διάστημα **3S.** Να υπολογίσετε την μέ-ση ταχύτητα του υλικού σημείου σε συνάρτηση με τη τιμή **υ**.

**Λύση:**

**Εφαρμόζουμε την σχέση: **

****