ΦΥΣΙΚΗ Α΄ΛΥΚΕΙΟΥ

Κινηματική

θέση-μετατόπιση-διάστημα-χρονική στιγμή-χρονική διάρκεια-συμβάν
μέση αριθμητική ταχύτητα
ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
διανυσματική ταχύτητα
διάγραμμα (x-t),φυσική σημασία της κλίσης
διάγραμμα (υ-t)φυσική σημασία του εμβαδού

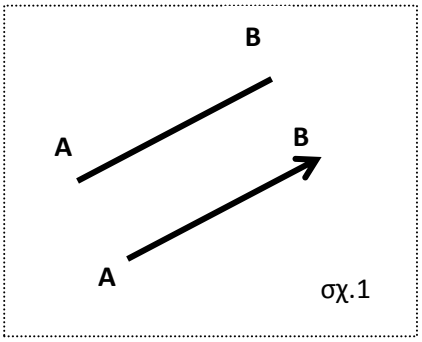
prs

2021

ΠΑΡΜΕΝΙΩΝ ΜΑΝΔΡΑΒΕΛΗΣ
ΥΛΙΚΟΝΕΤ

ΔΙΑΝΥΣΜΑ.

Το **διάνυσμα** απλά μπορούμε να πούμε ότι είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα στο οποίο έχουμε αυθαίρετα ορίσει μια φορά **διαγραφής** του .Έτσι π.χ. θεωρώντας το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ στο οποίο ορίζουμε ως φορά διαγραφής του, τη φορά από το άκρο Α προς το άκρο Β προκύπτει το διάνυσμα $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$.



σχ.1

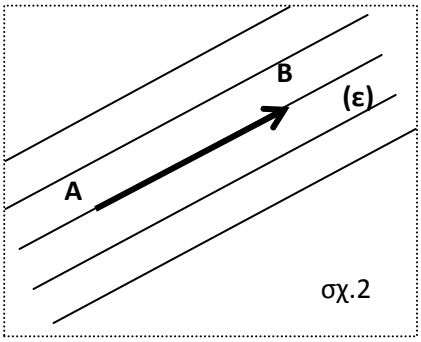
Το σημείο Α λέγεται **αρχή** του διανύσματος $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ και το Β **πέρας** του διανύσματος $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$.Το διάνυσμα έχει:

Φορέα , την ευθεία πάνω στην οποία βρίσκεται το διάνυσμα.

Διεύθυνση, το σύνολο των ευθειών που αποτελείται από τον φορέα του και κάθε άλλη ευθεία παράλληλη προς αυτόν

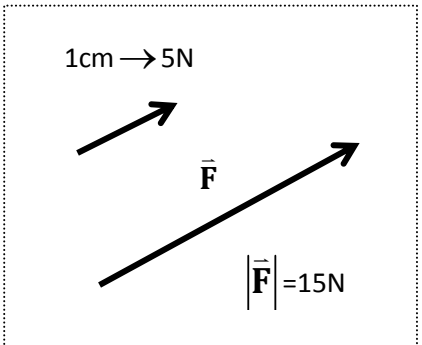
Φορά την φορά διαγραφής του.

Μέτρο,το μήκους του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ .Το μέτρο συμβολίζεται με $\left|\overrightarrow{\mathbf{AB}}\right|$



σχ.2

Στη φυσική χρησιμοποιούμε το διάνυσμα για να συμβολίσουμε ένα **διανυσματικό μέγεθος**, όπως η δύναμη ,η ταχύτητα ,η επιτάχυνση κ.α. Ο συμβολισμός ενός διανυσματικού μεγέθους γίνεται με ένα πεζό η κεφαλαίο γράμμα και ένα βελάκι πάνω από αυτό.Η σχεδίαση του διανυσματικού μεγέθους γίνεται με κλίμακα. Δηλαδή ορίζουμε αυθαίρετα ότι 1cm αντιστοιχεί σε ορισμένη τιμή του μεγέθους π.χ. 5N αν πρόκειται για δύναμη , οπότε σχεδιάζουμε στη συνέχεια το μήκους του βέλους που αποδίδει το μέγεθος.Έτσι για δύναμη $\vec{\mathbf{F}}$,μέτρου **15N** θα σχεδιάσουμε ένα βέλος μήκους **3cm**.

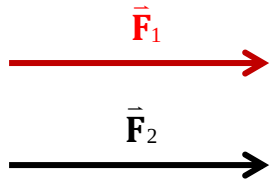


σχ.3

Ισότητα διανυσμάτων

Δύο διανύσματα είναι **ίσα** ,όταν έχουν ίδια διεύθυνση, ίδια φορά και ίδιο μέτρο.Για δύο ίσα διανύσματα $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ γράφουμε :

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2$$



$\vec{F}_1 = \vec{F}_2$

και για τα μέτρα

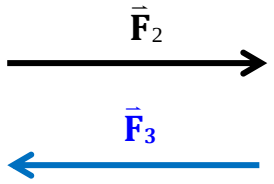
$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$

σχ.4

Αντίθετα διανύσματα

Δύο διανύσματα είναι **αντίθετα** ,όταν έχουν ίδια διεύθυνση, **αντίθετη** φορά και ίδιο μέτρο. Για δύο αντίθετα διανύσματα $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ γράφουμε :

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$



$\vec{F}_2 = -\vec{F}_3$

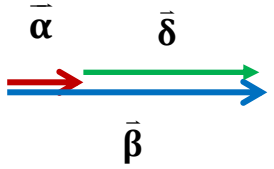
και για τα μέτρα

$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$

σχ.5

Διαφορά διανυσμάτων

Διαφορά $(\vec{\beta} - \vec{\alpha})$ δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ονομάζεται το διάνυσμα $\vec{\delta}$,το οποίο έχει ως αρχή το πέρας του διανύσματος $\vec{\alpha}$ και ως πέρας, το πέρας του διανύσματος $\vec{\beta}$.Για να σχεδιάσουμε την διαφορά καθιστούμε τα διανύσματα $\vec{\beta}$, $\vec{\alpha}$ κοινής αρχής.Το **μέτρο της διαφοράς** είναι ίσο με την **διαφορά** των μέτρων των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$,όταν αυτά είναι **ομόρροπα** $|\vec{\delta}| = |\vec{\beta}| - |\vec{\alpha}|$,σχ.6 ή ίση με το άθροισμα των μέτρων των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$,όταν αυτά είναι αντίρροπα $|\vec{\delta}| = |\vec{\beta}| + |\vec{\alpha}|$



$\vec{\delta} = \vec{\beta} - \vec{\alpha}$

σχ.6 $|\vec{\delta}| = |\vec{\beta}| - |\vec{\alpha}|$

σχ.7 $\vec{\delta} = \vec{\beta} - \vec{\alpha}$

$|\vec{\delta}| = |\vec{\beta}| + |\vec{\alpha}|$

Παρατήρηση:Η διαφορά δύο διανυσμάτων ορίζεται με βάση τη πρόσθεση των δύο

διανυσμάτων $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ και $\vec{\boldsymbol{\beta}}$ Στην παρούσα στιγμή αναφερόμαστε στην διαφορά διανυσμάτων αξιωματικά.

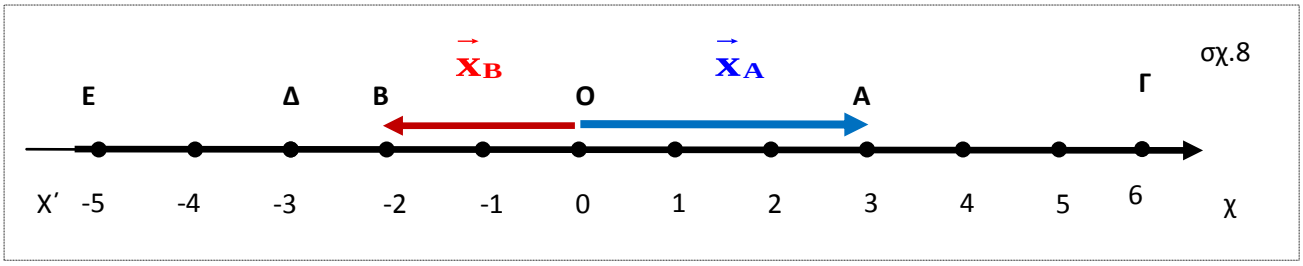
Αλγεβρική τιμή διανύσματος

Πολλές φορές τα διανυσματικά μεγέθη με τα οποία μελετάμε ένα πρόβλημα φυσικής έχουν την ίδια διεύθυνση.Σε αυτές τις περιπτώσεις μπορούμε να ορίσουμε μία φορά ως θετική και στις σχέσεις όπου εμπλέκονται διανυσματικά μεγέθη να τα αντικαταστήσουμε με τις αλγεβρικές τους τιμές.Συγκεκριμένα, λαμβάνουμε υπόψη τα άλλα δύο χαρακτηριστικά του διανύσματος ,εκτός της διεύθυνσης, που είναι κοινή ,και τα οποία είναι η φορά και το μέτρο. Έτσι ένα διάνυσμα θετικής φοράς αντικαθίσταται με πρόσημο **(+)** ακολουθούμενο από το μέτρο του και κάθε διάνυσμα αρνητικής φοράς με πρόσημο **(–)** ακολουθούμενο από το μέτρο. Το μέτρο του διανύσματος μαζί με το πρόσημο, δηλωτικό της φοράς του, απότελεί την **αλγεβρική τιμή** του διανύσματος. Η αλγεβρική τιμή του διανύσματος $\vec{\boldsymbol{\beta}}$ συμβολίζεται με **β**

ΕΝΑ ΥΛΙΚΟ ΣΗΜΕΙΟ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ (ε).ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ.

Διάνυσμα θέσης σημείου.Συντεταγμένη θέσης σημείου ή θέση σημείου

Έστω μια ευθεία (ε) και Α ένα σημείο αυτής.Έχουμε εφοδιάσει την ευθεία αυτή με ένα σύστημα αναφοράς αρχής Ο.Το **διάνυσμα θέσης** του Α συμβολίζεται με $\vec{x}_A$ και είναι το, διάνυσμα $\overrightarrow{OA}$.



Έχει:

→ **Αρχή** ,την αρχή του άξονα **Ο** και **πέρας** το σημείο **Α.**

→**Αλγεβρική τιμή** τον προσημασμένο αριθμό x_A**=+3m** , η οποία λέγεται και **συντεταγμένη θέσης του σημείου Α.**

→**Μέτρο** $|\vec{x}_A|$ **,**την **απόλυτη τιμή της συντεταγμένης θέσης.**Δηλαδή

$$|\vec{x}_A| = |x_A| = +3m$$

<u>Όμοια για το σημείο Β.</u>

Το διάνυσμα θέσης του **Β** συμβολίζεται με $\vec{x}_B$ και είναι το, διάνυσμα $\overrightarrow{OB}$.

Έχει:

→ Αρχή ,την αρχή του άξονα **Ο** και πέρας το σημείο **Β**

→**Αλγεβρική τιμή** τον προσημασμένο αριθμό x_B**=- 2m** , η οποία λέγεται και **συντεταγμένη θέσης του σημείου Β.**

→**Μέτρο** $|\vec{x}_B|$ **,**την **απόλυτη τιμή της συντεταγμένης θέσης.** Δηλαδή

$$|\vec{x}_B| = |x_B| = 2m$$

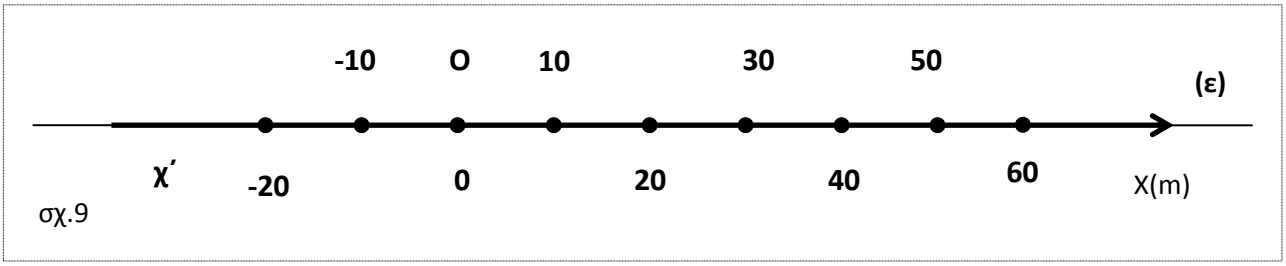
Παρατήρηση: Το μέτρο του διανύσματος θέσης ενός σημείου Σ συμπίπτει με την **απόσταση** του σημείου αυτού από την αρχή του άξονα Ο

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ Ι.

1.Να **σχεδιάσετε** στο τετράδιο σας το παραπάνω σχήμα 8 χωρίς τα σημεία Α και Β και τα διανύσματα θέσης αυτών, διατηρώντας όλα τα υπόλοιπα.Στη συνέχεια;
α.Σχεδιάστε τα **διανύσματα θέσης** των σημείων Γ,Δ και Ε με διαφορετικό χρώμα.
β.Γράψτε πάνω από κάθε ένα από τα παραπάνω διανύσματα το σύμβολο του .
γ.Γράψτε σε κάποιο χώρο, εκτός του σχήματος, τις **συντεταγμένες θέσης** αυτών των σημείων (Γ,Δ,Ε). Πως **ονομάζεται** διαφορετικά η συντεταγμένη θέσης κάθε σημείου.
δ. Γράψτε επίσης σε κάποιο χώρο εκτός του σχήματος, τα **μέτρα** των διανυσμάτων θέσης των παραπάνω σημείων.Τι **εκφράζει** το μέτρο του διανύσματος θέσης κάθε σημείου.

2.Δίνεται το παρακάτω σχήμα στο οποίο φαίνεται ένα τμήμα της ευθείας (ε)και το σύστημα αναφοράς με το οποίο έχουμε εφοδιάσει την ευθεία.Δίνονται τα σημεία Κ,Λ,Μ,Ν

με συντεταγμένες θέσης αντίστοιχα:



σχ.9

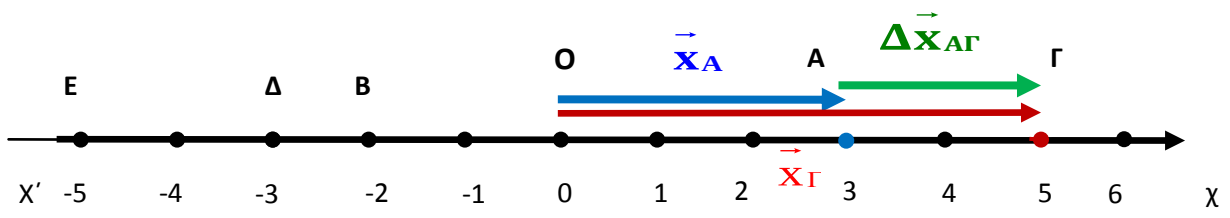
(Κ) → - 10m , (Λ) → +60m , (Μ) → + 15m , (Ν) → - 25m

α.Να **σχεδιάσετε** τα **διανύσματα θέσης** αυτών των σημείων
β.Να **γράψετε** τις **αλγεβρικές τιμές** των διανυσμάτων θέσης
γ.Να **γράψετε** τα μέτρα των διανυσμάτων θέσης.
δ.Να **σχεδιάσετε** το διάνυσμα θέσης ενός σημείου **Π** το οποίο απέχει από την αρχή **Ο** του συστήματος αναφοράς **20 m**

ΕΝΑ ΥΛΙΚΟ ΣΗΜΕΙΟ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ (ε).ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΥΜΕ ΤΗΝ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΟΥ.

Μετατόπιση απόσταση δύο σημείων του άξονα

Ένα υλικό σημείο κινείται πάνω στην ευθεία (ε) και μεταβαίνει από το σημείο Α στο σημείο Γ.



σχ.10

Η **μετατόπιση** του υλικού σημείου:

Είναι το **διανυσματικό μέγεθος** που αποδίδεται σχηματικά από το διάνυσμα $\overline{\mathbf{AΓ}}$ το οποίο έχει ως αρχή το σημείο αναχώρησης Α και ως πέρας το σημείο άφιξης Γ. →Συμβολίζεται επίσης και με $\Delta\vec{x}_{AΓ}$.

Δηλαδή $\overline{\mathbf{AΓ}} = \Delta\vec{x}_{AΓ}$

→Εκφράζεται με την διαφορά , $\Delta\vec{x}_{AΓ} = \vec{x}_Γ - \vec{x}_A$

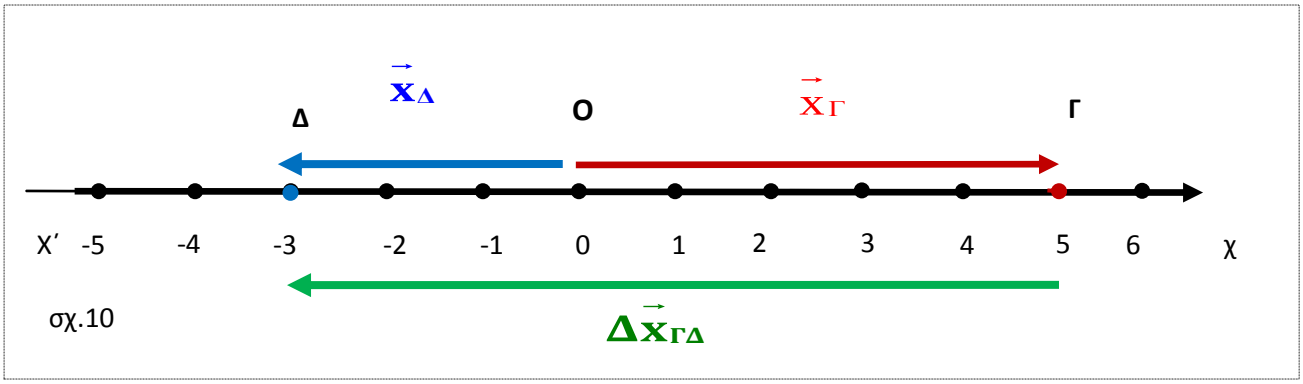
→Έχει αλγεβρική τιμή, $\Delta x_{AΓ} = x_Γ - x_A$,

$\Delta x_{AΓ} = =(+5m)- (+3m)=+2m$

→Έχει μέτρο, την απόλυτη τιμή της αλγεβρικής τιμής του η οποία συμπίπτει με την απόσταση των σημείων Α και Γ, $d_{AΓ}$.Έχουμε συνολικά

$$\left|\Delta\vec{x}_{AΓ}\right| = \left|\vec{x}_A - \vec{x}_Γ\right| = \left|\Delta x_{AΓ}\right| = \left|x_Γ - x_A\right| = d_{AΓ} = 2m$$

Θεωρούμε τώρα ότι το υλικό σημείο κινείται από το σημείο από το σημείο Γ στο σημείο Δ



σχ.10

Η **μετατόπιση** του υλικού σημείου:

Είναι το διανυσματικό μέγεθος που αποδίδεται σχηματικά από το διάνυσμα $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ το οποίο έχει ως αρχή το σημείο αναχώρησης Γ και ως πέρας το σημείο άφιξης Δ.

→Συμβολίζεται επίσης και με $\Delta\vec{x}_{\Gamma\Delta}$.

Δηλαδή $\overrightarrow{\Gamma\Delta} = \Delta\vec{x}_{\Gamma\Delta}$

→Εκφράζεται με την διαφορά , $\Delta\vec{x}_{\Gamma\Delta} = \vec{x}_\Delta - \vec{x}_\Gamma$

→Έχει αλγεβρική τιμή, $\Delta x_{\Gamma\Delta} = x_\Delta - x_\Gamma$

$\Delta x_{\Gamma\Delta} = =(-3m)- (+5m)= - 8\ m$

→Έχει μέτρο που συμβολίζεται με $\left|\Delta\vec{x}_{\Gamma\Delta}\right| = \left|\vec{x}_\Delta - \vec{x}_\Gamma\right|$ ίσο προς την απόλυτη τιμή της αλγεβρικής τιμής του , η οποία συμπίπτει με την απόσταση των σημείων Γ και Δ, $d_{\Gamma\Delta}$. Έχουμε συνολικά

$$\left|\Delta\vec{x}_{\Gamma\Delta}\right| = \left|\vec{x}_\Delta - \vec{x}_\Gamma\right| = \left|\Delta x_{\Gamma\Delta}\right| = \left|x_\Delta - x_\Gamma\right| = d_{\Gamma\Delta} = 8m$$

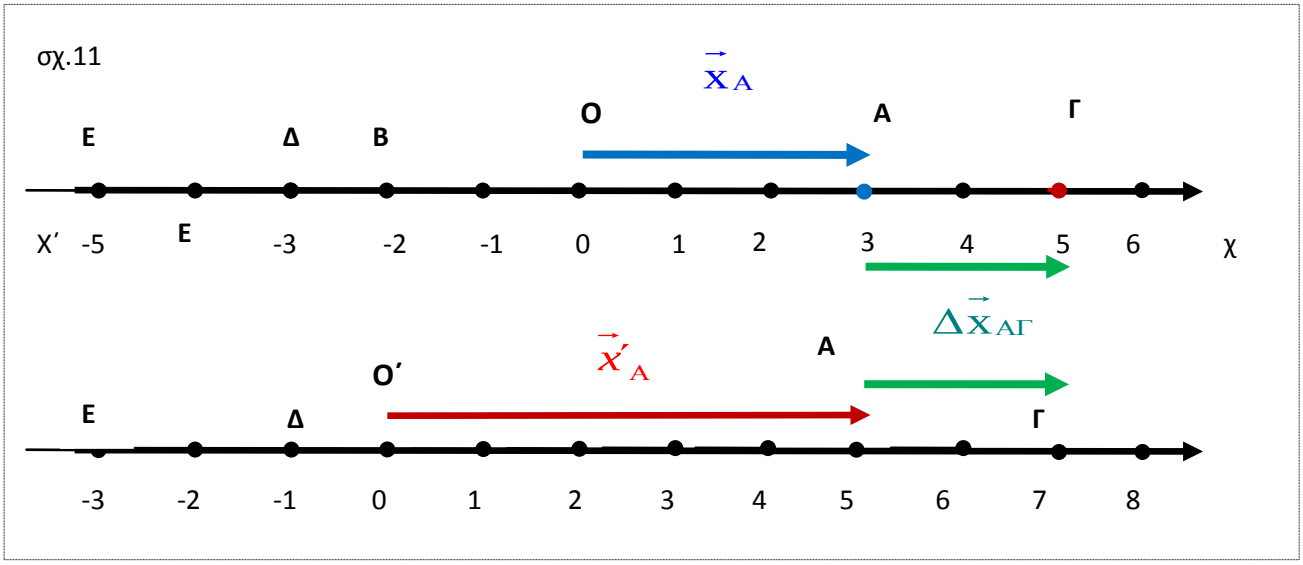
ΜΕΡΙΚΕΣ ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

α.Αν η αλγεβρική τιμή της θέσης είναι **αρνητική (x < 0)** τότε το υλικό σημείο **βρίσκεται** στον αρνητικό ημιάξονα (αριστερά από την αρχή (0)), ενώ αν η αλγεβρική τιμή της θέσης είναι **θετική** (x > 0), τότε το υλικό σημείο βρίσκεται στον **θετικό ημιάξονα** (δεξιά από την άξονα (0)),

ΠΡΟΣΟΧΗ! Η η αλγεβρική τιμή της θέσης **ΔΕΝ** μας πληροφορεί **για την κατεύθυνση** προς την οποία κινείται (μετατοπίζεται το κινητό).Αυτό το κάνει η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης.

β.Το πρόσημο της αλγεβρικής τιμής $\Delta x = x_{\tau\varepsilon\lambda} - x_{\alpha\rho\chi}$ της μετατόπισης δείχνει την κατεύθυνση προς την οποία το υλικό σημείο μετατοπίζεται .**ΔΕΝ ΔΕΙΧΝΕΙ** τον **ΗΜΙΑΞΟΝΑ** στον οποίο στο σώμα **ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ.**

γ. Το διάνυσμα θέσης καθώς και η αλγεβρική του τιμή **εξαρτώνται** από το σημείο που επιλέξαμε ως αρχή Ο του συστήματος αναφοράς , ενώ η μετατόπιση **δεν εξαρτάται** από την επιλογή της παραπάνω αρχής.Αυτό φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



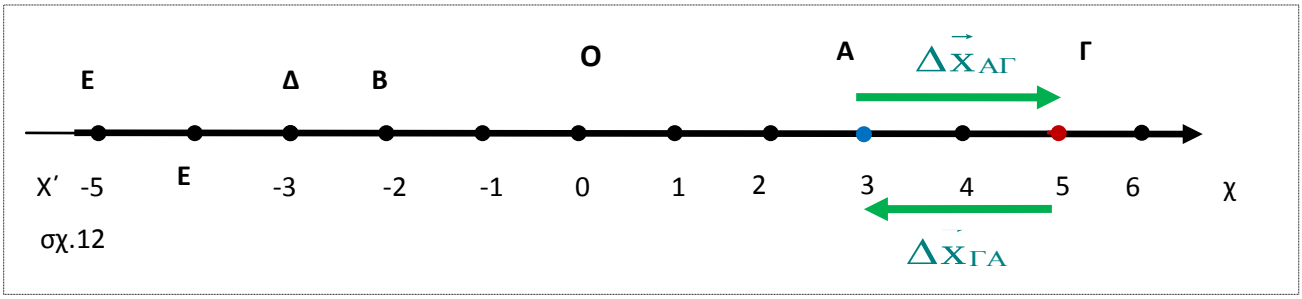
Το **διάνυσμα θέσης** όπως και η **συντεταγμένη θέσης** είναι **διαφορετικά** για το σημείο Α, όταν επιλεγεί ως αρχή του συστήματος αναφορά το σημείο Ο,μπλέ διάνυσμα, ή το σημείο Ο΄,κόκκινο διάνυσμα .Η μετατόπιση όμως του υλικού σημείου, όταν αυτό μετατοπιστεί από την θέση Α στη θέση Γ είναι η **ίδια**, πράσινο διάνυσμα, είτε επιλεγεί ως αρχή το σημείο Ο είτε το σημείο Ο΄

δ.Το **διάνυσμα θέσης** ενός σημείου Σ είναι **ανεξάρτητο** από την διαδρομή που ακολούθησε το υλικό σημείο προκειμένου να βρεθεί στο εν λόγω σημείο.

ε.Η **μετατόπιση** ενός υλικού σημείου κατά την μετάβασή του από το σημείο Α στο σημείο Γ,είναι **ανεξάρτητη** από την **διαδρομή** την οποία ακολουθεί το υλι-

κό σημείο και **εξαρτάται** μόνο από την αρχική θέση Α και τη τελική θέση Β.Η μετατόπιση είναι η **ίδια** για **όλες τις διαδρομές** που πραγματοποιούνται από το σημείο Α στο σημείο Γ

στ.Η μετατόπιση ενός κινητού είναι **αντίθετη** προς την μετατόπιση ενός δεύτερου κινητού το οποίο **ξεκίνησε** από την **τελική θέση** του πρώτου κινητού και



σχ.12

κατέληξε στην **αρχική θέση** του κινητού.Δηλαδή ισχύει

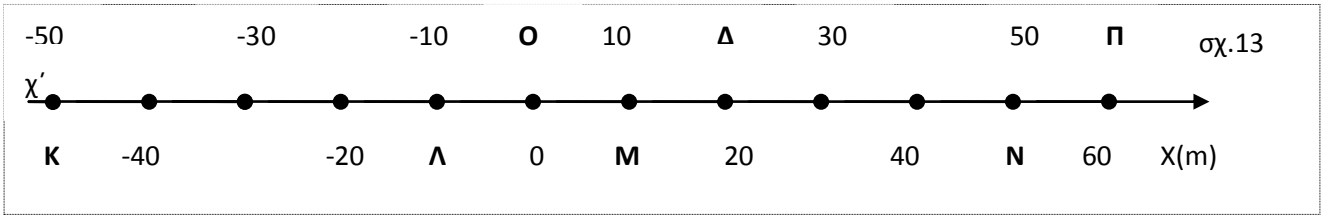
$$\Delta\vec{x}_{AΓ} = -\Delta\vec{x}_{ΓA}$$

ζ.Απόσταση **d** δύο σημείων της ευθείας πάνω στην οποία κινείται ένα υλικό σημείο είναι η ποσότητα $\mathbf{d=|x_2-x_1|}$ **,** είναι πάντα θετικός αριθμός και συμπίπτει με το μέτρο της μετατόπισης.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΙΙ.

3.Δίνονται τα σημεία Κ, Λ, Μ, Δ, Ν, Π.

α.Να **σχεδιάσετε** τα διανύσματα θέσης των σημείων αυτών.



σχ.13

β.Να **γράψετε** τις συντεταγμένες θέσης των ίδιων σημείων.

γ.Θεωρούμε ότι ένα υλικό σημείο πραγματοποιεί τις διαδρομές:

i.ΔΠ, ii.ΠΛ, iii. ΟΝ, iv.ΚΛ

Να **σχεδιάσετε** τις μετατοπίσεις που αντιστοιχούν στις παραπάνω διαδρομές ,

Να **γράψετε** τις εκφράσεις των **αλγεβρικών τιμών** των παραπάνω μετατοπίσεων και στη συνέχεια να **υπολογίσετε** τις τιμές αυτές.

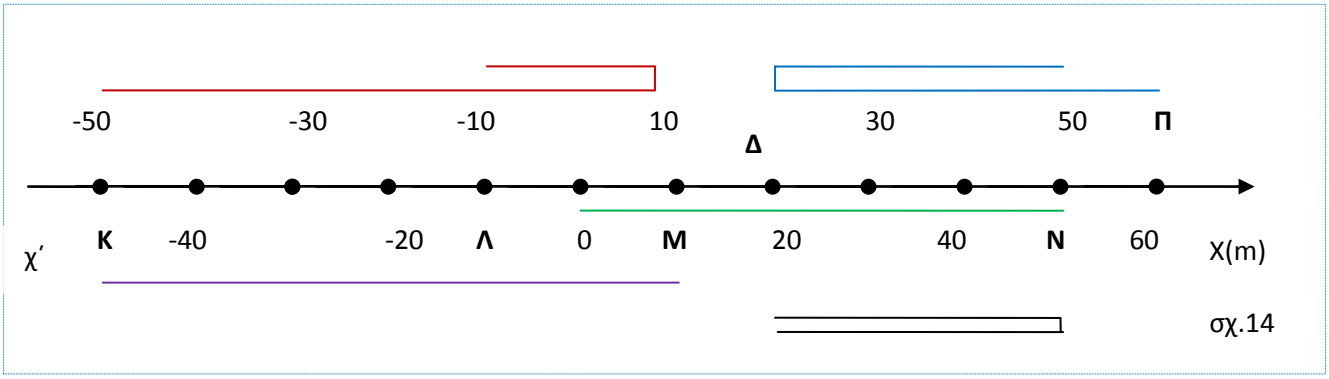
ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΜΕ ΑΛΛΑΓΗ ΤΗΣ ΦΟΡΑΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

4.Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται πέντε διαδρομές:

i.ΠΔΝ, ii.ΚΜΛ, iii. ΟΝ, iv.ΜΚ , v.ΔΝΔ

α.Να σχεδιάσετε τις μετατοπίσεις του κινητού στις παραπάνω διαδρομές

β.Να υπολογίσετε τις αλγεβρικές τιμές αυτών των μετατοπίσεων

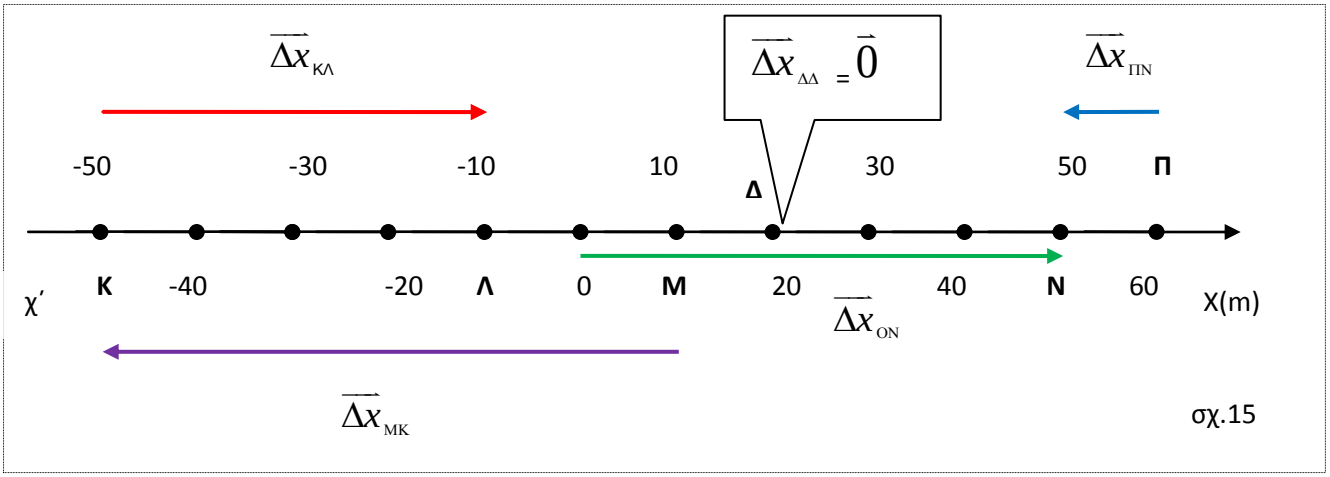


σχ.14

γ.Να υπολογίσετε τα **μήκη** των παραπάνω διαδρομών

Λύση:

α. Διαδρομή ΠΔΝ $\rightarrow$ Μετατόπιση $\overrightarrow{\Delta x}_{\Pi N}$



σχ.15

ii. Διαδρομή ΚΜΛ, $\rightarrow$ Μετατόπιση $\overrightarrow{\Delta x}_{K\Lambda}$

iii. Διαδρομή ΟΝ, $\rightarrow$ Μετατόπιση $\overrightarrow{\Delta x}_{ON}$

iv. Διαδρομή ΜΚ, $\rightarrow$ Μετατόπιση $\overrightarrow{\Delta x}_{\text{ΜΚ}}$

v. Διαδρομή ΔΝΔ, $\rightarrow$ Μετατόπιση $\overrightarrow{\Delta x}_{\Delta\Delta} = \vec{0}$

β. Αλγεβρικές τιμές μετατοπίσεων

i. Διαδρομή ΠΔΝ $\rightarrow$ $\mathbf{\Delta x_{\Pi N}} = \mathbf{x_N - x_\Pi} = 50\text{m} - 60\text{m} = -10\text{m}$

ii. Διαδρομή ΚΜΛ, $\rightarrow$ $\mathbf{\Delta x_{K\Lambda}} = \mathbf{x_\Lambda - x_K} = -10\text{m} - (-50)\text{m} = +40\text{m}$

iii. Διαδρομή ΟΝ, $\rightarrow$ $\mathbf{\Delta x_{ON}} = \mathbf{x_N - x_O} = 50\text{m} - 0 = +50\text{m}$

iv. Διαδρομή ΜΚ, $\rightarrow$ $\mathbf{\Delta x_{MK}} = \mathbf{x_K - x_M} = -50\text{m} - (-50)\text{m} = +40\text{m}$

v. Διαδρομή ΔΝΔ, $\rightarrow$ $\mathbf{\Delta x_{\Delta\Delta}} = \mathbf{x_\Delta - x_\Delta} = 20\text{m} - 20\text{m} = 0\text{m}$

γ.Μήκος διαδρομής.Το μήκος της διαδρομής το ονομάζουμε διάστημα και το συμβολίζουμε με S

i.Διαδρομή ΠΔΝ $\rightarrow$ διάστημα $\mathbf{S_{\Pi\Delta N}}$=(ΠΔ)+(ΔΝ)=40m+30m=70m

ii. Διαδρομή ΚΜΛ, $\rightarrow$ διάστημα $\mathbf{S_{K\Lambda M}}$=(ΚΜ)+(ΜΛ)=60m+20m=80m

iii. Διαδρομή ΟΝ, $\rightarrow$ διάστημα $\mathbf{S_{ON}}$=(ΟΝ)+(ΜΛ)=50m

iv. Διαδρομή ΜΚ, $\rightarrow$ διάστημα $\mathbf{S_{MK}}$=(ΜΚ)= 60m

v. Διαδρομή ΔΝΔ, $\rightarrow$ διάστημα $\mathbf{S_{\Delta N\Delta}}$=(ΔΝ)+ (ΝΔ)= 30m+30m=60m

ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ S

Το διάστημα είναι ίσο με το μήκος της διαδρομής που πραγματοποιεί ένα κινητό.Είναι μονόμετρο μέγεθος και έχει μονά δα στο S.I. Το 1m

α.Εξαρτάται όχι μόνο από την **αρχική** και **τελική** θέση του κινητού αλλά και από την **διαδρομή** που ακολουθεί το κινητό.

β.Είναι **μηδέν** μόνο όταν το κινητό **δεν κινηθεί.**

γ.Είναι **ανεξάρτητο** από το σημείο που επιλέξαμε ως **αρχή του άξονα**.

δ.Εφόσον το σώμα κινηθεί είναι ένας **θετικός αριθμός**

ε.Είναι **μη μηδενικό** ακόμη και στην περίπτωση που η μετατόπιση είναι μηδέν καθώς το κινητό πραγματοποίησε κλειστή διαδρομή.

στ.Είναι πάντοτε **μεγαλύτερο** από το **μέτρο της μετατόπισης** εκτός της περίπτωσης όπου το υλικό σημείο κινείται **σε ευθεία διαδρομή χωρίς να αλλάξει φορά κίνησης.**

ζ.Για να υπολογίσουμε το διάστημα χωρίζουμε την διαδρομή του κινητού σε επιμέρους τμήματα και στη συνέχεια προσθέτουμε τα μήκη αυτών των τμημάτων **χωρίς να λαμβάνουμε υπόψη** την φορά προς την οποία κινήθηκε το κινητό σε καθένα από τα τμήματα αυτά. Ως παραδείγματα ακολουθούν οι ερωτήσεις του βιβλίου:**5,6 στη σελίδα 63.**

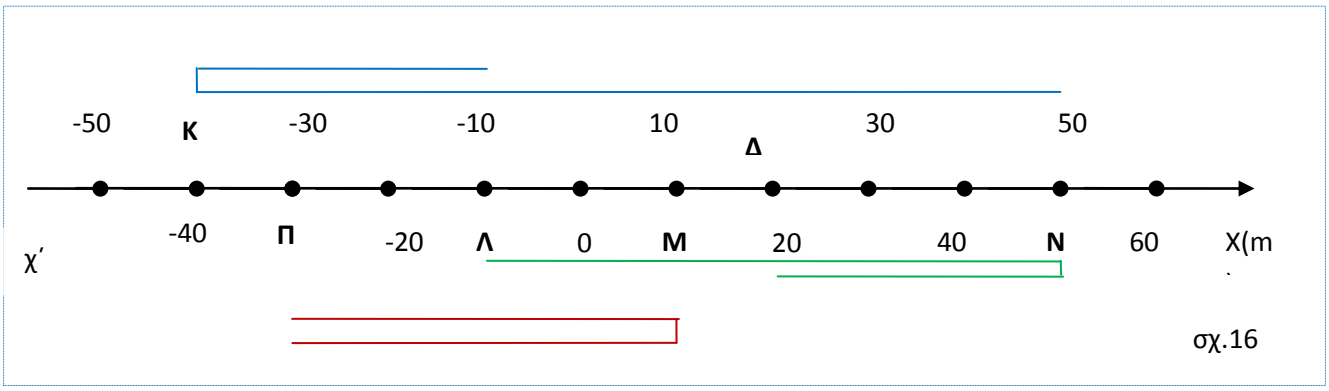
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΙΙΙ.

5.Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τρεις διαδρομές:

i.ΝΚΛ, ii.ΛΝΔ, iii. ΠΜΠ,

α.Να σχεδιάσετε τις μετατοπίσεις του κινητού στις παραπάνω διαδρομές

β.Να υπολογίσετε τις αλγεβρικές τιμές αυτών των μετατοπίσεων



σχ.16

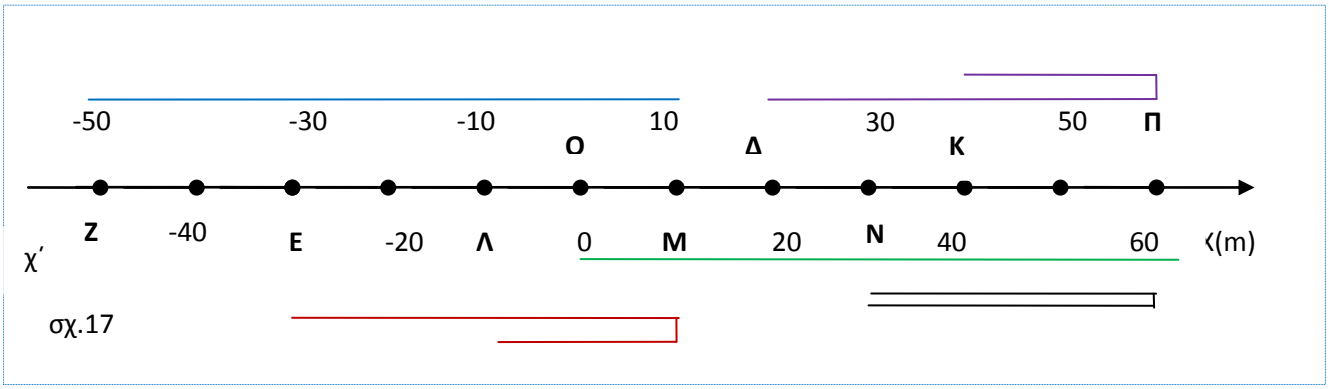
γ.Να υπολογίσετε τα μήκη των παραπάνω διαδρομών δηλαδή τα διαστήματα που διανύει το κινητό.

6.Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται πέντε διαδρομές:

i.ΖΜ, ii.ΠΟ, iii. ΔΠΚ, iv.ΛΜΕ , v.ΝΠΝ

α.Να σχεδιάσετε τις μετατοπίσεις του κινητού στις παραπάνω διαδρομές

β.Να υπολογίσετε τις αλγεβρικές τιμές αυτών των μετατοπίσεων



σχ.17

γ.Να υπολογίσετε τα μήκη των παραπάνω διαδρομών δηλαδή τα διαστήματα που διανύει το κινητό.

δ.Ποιες μετατοπίσεις είναι αντίθετες;

ε.Σε ποιες διαδρομές τα διανυόμενα **διαστήματα** είναι **ίσα**;

στ.Σε ποια η ποιες διαδρομές το διανυόμενο διάστημα **ταυτίζεται** με την **αλγεβρική τιμή της μετατόπισης.**

ζ. Σε ποια η ποιες διαδρομές το διανυόμενο **διάστημα ταυτίζεται** με το μέτρο **της μετατόπισης;**

Η ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΚΙΝΗΤΟ ΕΙΑΝΑΙ ΑΓΝΩΣΤΗ

Είναι προφανές ότι εάν δεν δίνεται με σχήμα η διαδρομή ή δεν περιγράφεται αυτή ,ώστε να μπορούμε να την σχεδιάσουμε ,**δεν είναι δυνατόν** να υπολογιστεί το διανυόμενο διάστημα. Σε αυτές τις περιπτώσεις εάν γνωρίζουμε **δύο** από τα ,$x_{αρχ}$, $x_{τελ}$, Δx υπολογίζουμε το τρίτο.Δηλαδή γράφουμε την σχέση

$$\Delta x_{ολ} = x_{τελ} - x_{αρχ}$$

στην οποία **αντικαθιστούμε τις δύο γνωστές τιμές** και λύνοντας την εξίσωση που προκύπτει, **υπολογίζουμε** την **τρίτη** άγνωστη τιμή

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ IV

7.Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας

Δx	x_1	x_2
+14m	- 32m	
0 m		13,4m
	7	-19,6m

ΔΙΑΔΟΧΙΚΕΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ

Είναι δυνατόν ένα υλικό σημείο να ακολουθήσει μια διαδρομή και στη συνέχεια μια δεύτερη ή και μια τρίτη .Σέ κάθε μια από αυτές τις διαδρομές αντιστοιχεί και μία μετατόπιση.

$\overrightarrow{\Delta x}_1$ στην 1η διαδρομή

$\overrightarrow{\Delta x}_2$ στην 2η διαδρομή

$\overrightarrow{\Delta x}_3$ στην 3η διαδρομή κ.λ.π

Αν $x_{αρχ}$ η θέση του υλικού σημείου στην αρχή αυτών των διαδρομών και $x_{τελ}$ η θέση του σημείου στο τέλος των διαδρομών ισχύει:

$$\Delta x_{ολ} = x_{τελ} - x_{αρχ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \ldots\ldots$$

8.Ένα υλικό σημείο ξεκινάει από το σημείο Α οριζόντιας ευθείας στην οποία έχουμε προσάψει ένα σύστημα αναφοράς με αρχή Ο.Το σημείο μετατοπίζεται διαδοχικά κατά:

Δx_1=8m

Δx_2=12m

Δx_3 = **-** 6m

α.Να βρείτε την **συνολική μετατόπιση** του υλικού σημείου.

β.Αν η **τελική θέση** του κινητού είναι η **αρχή του άξονα** ποια η **συντεταγμένη** θέσης του σημείου αναχώρησης Α.

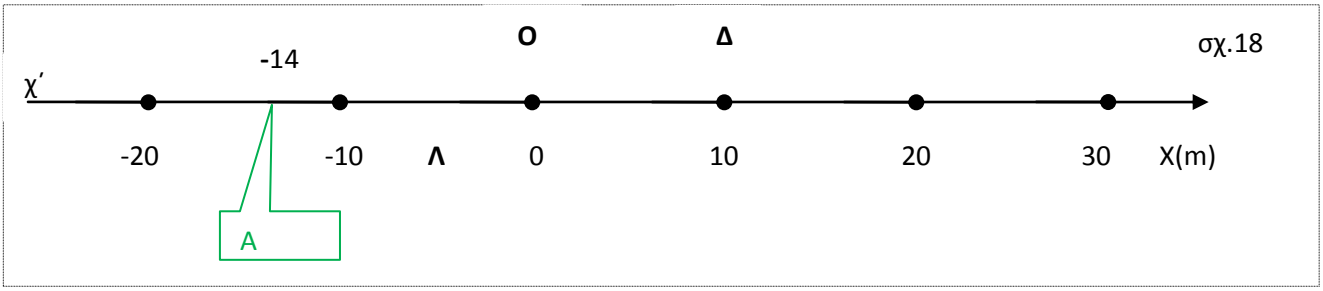
γ.Σε **ποια θέση** (x=;)βρίσκεται μετά την ολοκλήρωση της **δεύτερης** διαδρομής

Λύση:

α. $\Delta x_{ολ} = x_{τελ} - x_{αρχ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3$ =8m+12m+(**-** 6m)=+14m.

Άρα, $\Delta x_{ολ}$=+14m.

β. $\Delta x_{ολ} = x_{τελ} - x_{αρχ}$ $\rightarrow$14=0- $x_{αρχ}$ $\rightarrow$ $x_{αρχ}$ = **-** 14m , Δηλαδή **x_A=-14m**



γ.Έστω ότι μετά το τέλος της δεύτερης διαδρομής βρίσκεται στο σημείο Γ.Ισχύει

$\Delta x'_{ολ} = x_Γ - x_A = \Delta x_1 + \Delta x_2$ $\rightarrow$ $x_Γ$ –(-14)= 8m+12m $\rightarrow$ $x_Γ$ = 20m+ 14 m

$x_Γ$ = 34 m

9.Ένα υλικό σημείο ξεκινάει από το σημείο Κ οριζόντιας ευθείας στην οποία έ-χουμε προσάψει ένα σύστημα αναφοράς με αρχή Ο.Το σημείο μετατοπίζεται διαδοχικά κατά:

Δx_1=5m

Δx_2=- 8m , Δx_3

α.Αν η **συνολική μετατόπιση** το κινητού είναι ίση με **0** να υπολογιστεί η μετατόπιση **Δx_3.**

β.Αν η **αρχική θέση** του κινητού έχει συντεταγμένη **x_K = -6m ,** ποια η συντεταγμένη θέσης του σημείου **Λ** στο οποίο φτάνει το κινητό μετά τις τρεις μετατοπίσεις ;

γ.Σε ποια θέση (x=;)βρίσκεται μετά την ολοκλήρωση της **πρώτης** διαδρομής

ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΤΙΓΜΗ –ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ

Ο **χρόνος** (**t**) είναι **μονόμετρο** μέγεθος και πάντα **αυξάνεται**.Η **χρονική στιγμή** είναι η ένδειξη του χρονομέτρου.Συμβολίζεται με **t_1 , t_2** ,....και παίρνει μόνο **θετικές** τιμές. Τι σημαίνει ότι το υλικό σημείο αρχίζει να κινείται την χρονική στιγμή **t_0 =9.45΄** ;

Σημαίνει ότι αρχίζει την κίνησή του 9 ώρες και 45 πρώτα λεπτά από τα μεσάνυκτα στιγμή την οποία συμφωνήσαμε να μηδενίζουμε το χρονόμετρο.Μπορούμε την ίδια κίνηση να την μελετήσουμε και με δεύτερο χρονόμετρο το οποίο μηδενίζουμε την στιγμή που αρχίζει η κίνηση, τότε **t_0 =0 s**
Μονάδα χρόνου στο S.I. είναι το second (1s).

→Οι χρονικές στιγμές **εξαρτώνται** από την χρονική στιγμή την οποία λαμβάνουμε ο αρχή **μέτρησης** του χρόνου ,ενώ οι **χρονικές διάρκειες** προκύπτουν οι **ίδιες ανεξάρτητα** από την αρχή μέτρησης του χρόνου (Άσκηση 11).

→Η χρονική διάρκεια οριοθετείται από δύο χρονικές $t_{αρχ}$, $t_{τελ}$,συμβολίζεται με **$\Delta t = t_{τελ}, - t_{τελ}$** και παίρνει πάντοτε **θετικές** τιμές (**$\Delta t > 0$**)

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ V

10. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Δt	$t_1 = t_{αρχ}$	$t_2 = t_{τελ}$
12s	29s	
7s		23s
	13,5s	31,3

11.Ένα αεροπορικό ταξίδι Αθήνα – Μπανγκόκ διαρκεί **9ώρες και 30΄.**Στις 26 /6/1995μία ομάδα ταξιδιωτών ,αναχώρησε από το αεροδρόμιο του Ελληνικού στη Αθήνα την χρονική στιγμή **t_1=13.30΄(**τοπική ώρα).
α.Ποια χρονική στιγμή (ώρα Ελλάδας) προσγειώθηκε το αεροπλάνο στη πρωτεύουσα της Ταϊλάνδης;
β.Αν λόγω της περιστροφής της Γης, στην Ταϊλάνδη έχουν μεσάνυκτα **5 ώρες νωρίτερα** από την Ελλάδα,(αυτό σημαίνει ότι τη στιγμή που στην Ελλάδα έχουμε μεσάνυκτα, στην Ταϊλάνδη η ώρα είναι **5 το πρωί**), να βρείτε την χρονική στιγμή **t_1΄** (ώρα Ταϊλάνδης) **αναχώρησης** του αεροσκάφους στην Αθήνα.
γ. Να βρείτε την χρονική στιγμή **t_2΄** (ώρα Ταϊλάνδης), **άφιξης** του αεροσκάφους στην Μπανγκόκ.
δ.Να υπολογίσετε την **διάρκεια της πτήσης** με βάση τις χρονικές στιγμές **t_1΄**και **t_2΄** Τι παρατηρείτε; Διατυπώστε το συμπέρασμά σας.

<u>ΛΥΣΗ:</u> α.Έστω ότι το αεροπλάνο προσγειώθηκε στη Μπανγκόκ τη χρονική στιγμή t_2,(ώρα Ελλάδας) τότε έχουμε:

$\Delta t = t_{τελ} - t_{αρχ} = t_2 - t_1$ (1) Αλλά

Δt=9.30΄ και t_1 =13.30΄ οπότε η (1) γίνεται

9.30΄= t_2 – 13.30΄ η 9.30΄+ 13.30΄ =t_2 **t_2 = 23.00΄**

β. Ένα ρολόι στη Ταϊλάνδη δείχνει πάντοτε 5 ώρες περισσότερο από ένα ρολόι στην Ελλάδα .Δηλαδή ισχύει t΄ = t + 5 άρα

t_1΄ = t_1 + 5=13.30΄+ 5.00΄=18.30΄

Επομένως το αεροπλάνο **απογειώθηκε στις 18.30΄ ώρα Ταϊλάνδης**.

γ. t_2΄ = t_2 + 5=23.00΄+ 5.00΄=24.00΄+4.00΄=4.00΄

Επομένως το αεροπλάνο προσγειώθηκε **στις 4.00΄, ώρα Ταϊλάνδης.** (χαράματα 27ης, Ιουνίου)

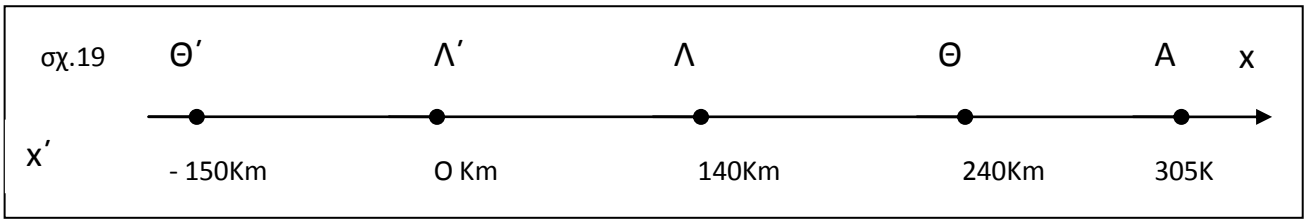
δ.$\Delta t' = t'_{τελ} - t'_{αρχ}$= t_2΄ - t_1΄=(24.00΄+4.00΄) -18.30΄= (24.00΄-18.30΄) + 4.00΄=

5.30΄+4.00΄=**9.30΄.**
Παρατηρούμε ότι η διάρκεια του ταξιδιού, υπολογιζόμενη με βάση τις χρονικές στιγμές αναχώρησης και άφιξης, μετρούμενες με ώρα Ταϊλάνδης προκύπτει **η ίδια** με αυτή που υπολογίζουμε με βάση τις χρονικές στιγμές αναχώρησης και άφιξης, μετρούμενες με ώρα Ελλάδας. Το συμπέρασμα είναι ότι οι **χρονικές** στιγμές **διαφέρουν** από χώρα σε χώρα οι **χρονικές όμως διάρκειες είναι οι ίδιες!**

ΣΥΜΒΑΝ –ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΜΒΑΝΤΟΣ

ΣΥΜΒΑΝ.Είναι ένα **διατεταγμένο ζεύγος** αριθμών της μορφής **Σ(x,t),** όπου **x** η θέση στην οποία βρίσκεται το κινητό την χρονική στιγμή **t.**

12.Ας φανταστούμε ότι η εθνική οδός Θεσσαλονίκη – Αθήνα είναι ευθεία.Θεωρούμε έναν άξονα ο ποίος έχει ως αρχή τη Λάρισα **(x=0Km)**και θετική φορά από Θεσσαλονίκη προς την Αθήνα. Σ΄ ένα Ταξίδι Θεσσαλονίκη –Αθήνα ,ένα αυτοκίνητο το οποίο θεωρείται ως υλικό σημείο πέρασε από την Κατερίνη ,η οποία έχει συντεταγμένη θέσης **x_K= -80Km** την χρονική στιγμή**t_1=12.40΄,**από την Λαμία **($x_Λ$ =140Km)** τη χρονική στιγμή **t_2=15.10΄** και από τη Θήβα **($x_Θ$=240Km)** την χρονική στιγμή **t_1=16.15΄.**



α.Να αποδώσετε συμβολικά τα συμβάντα.

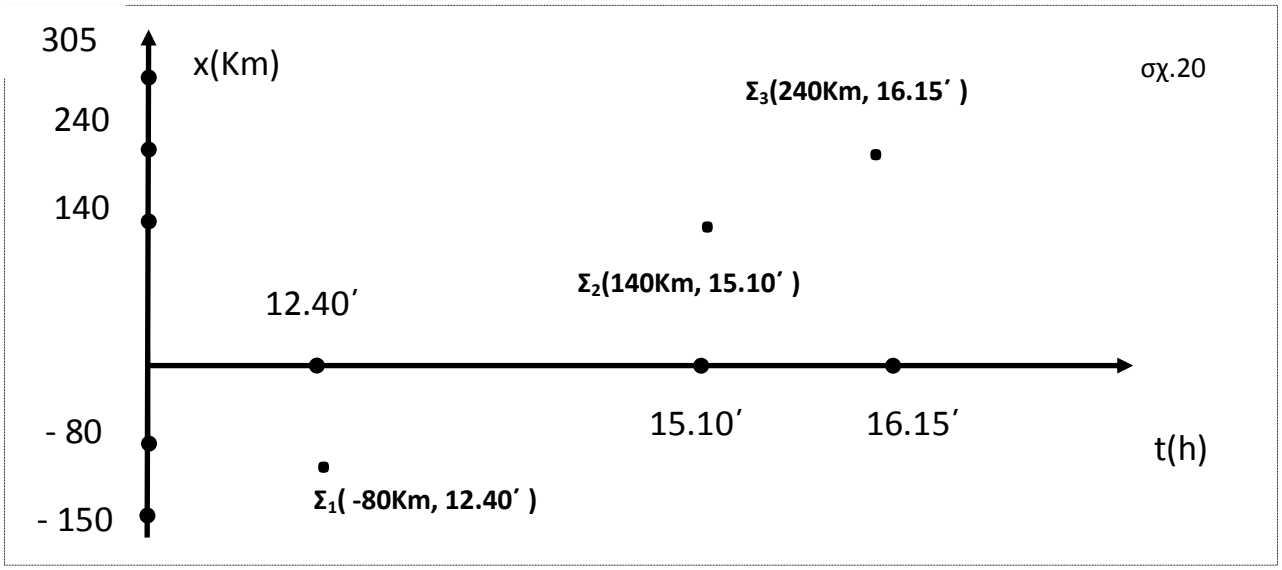
β.Να αποδώσετε γραφικά τα συμβάντα σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων xOt

ΛΥΣΗ **α. Συμβάν 1ο:** Διέλευση από Κατερίνη **$Σ_1$(-80Km, 12.40΄)**

Συμβάν 2ο: Διέλευση από Λαμία **$Σ_2$(140Km, 15.10΄)**

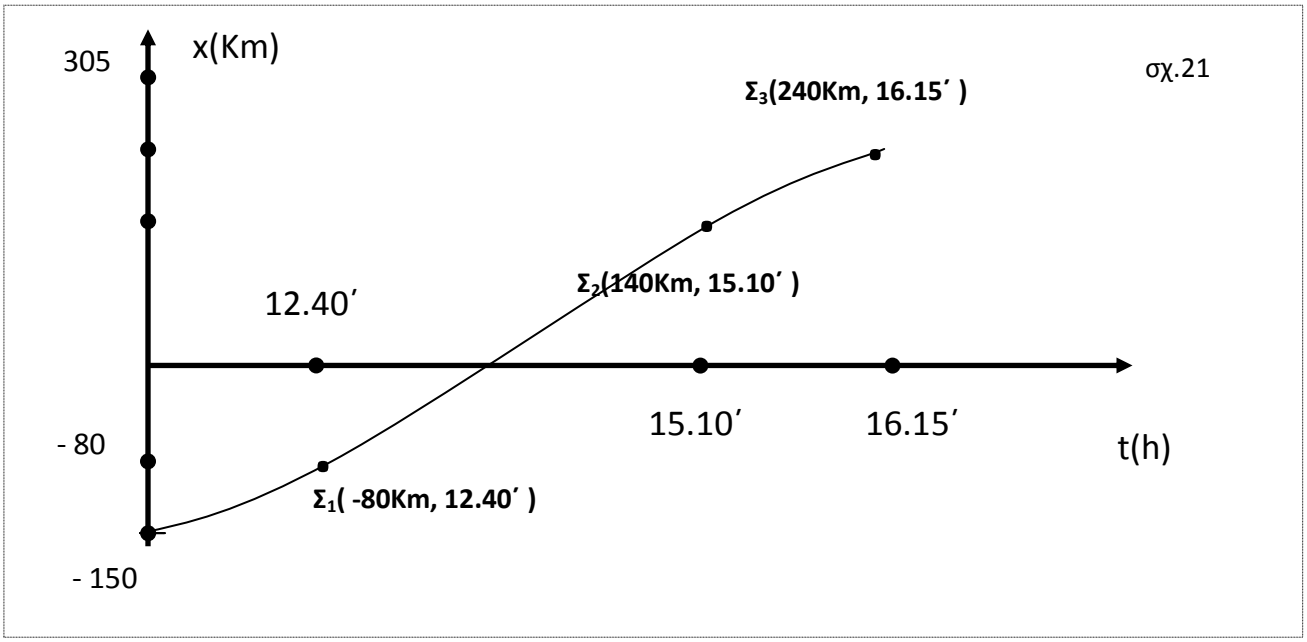
Συμβάν 3ο: Διέλευση από Θήβα **$Σ_3$(240Km, 16.15΄)**

β.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΘΕΣΗΣ - ΧΡΟΝΟΥ

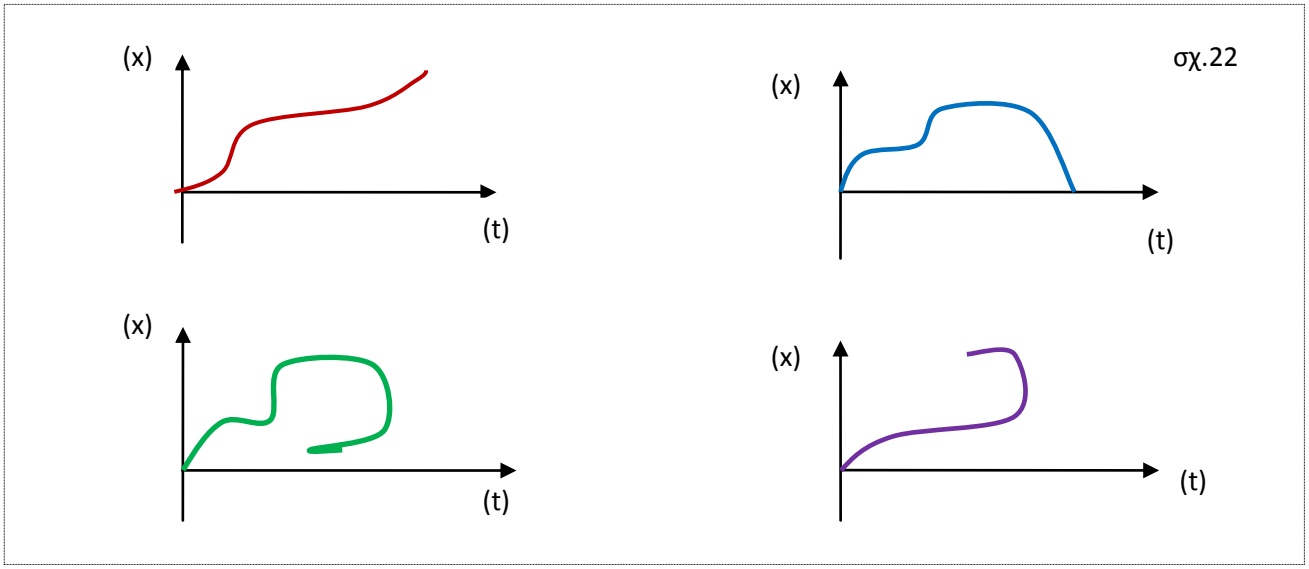
Είναι το παραπάνω διάγραμμα το οποίο αποδίδει γραφικά τα διάφορα συμβάντα.Αν αποδώσουμε όλα τα διαδοχικά συμβάντα που σχετίζονται με ένα κινητό



θα προκύψει μια συνεχής γραμμή.Είναι το διάγραμμα θέσης –χρόνου.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ V

12.Ποια από τα παρακάτω διαγράμματα είναι σωστά και ποια λανθασμένα



ΜΕΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ

Είναι το **μονόμετρο** μέγεθος που συμβολίζεται υ_{μ} και εκφράζεται με το πηλίκο

$$\upsilon_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{\Delta t_{ολ}}$$

όπου $S_{ολ}$ είναι το **συνολικό διάστημα** που διανύει το κινητό σε χρόνο $\Delta t_{ολ}$

Η μέση αριθμητική ταχύτητα ,εφόσον ένα σώμα κινηθεί είναι πάντοτε ένας **θετικός αριθμός** που δείχνει το **μέσο ρυθμό** κίνησης του σώματος.Κατά τον υπολογισμό της λαμβάνουμε υπόψη και ενσωματώνουμε στη χρονική διάρκεια $\Delta t_{ολ}$ και τυχόν χρονικά υποδιαστήματα στα οποία το κινητό παραμένει ακίνητο.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ VI

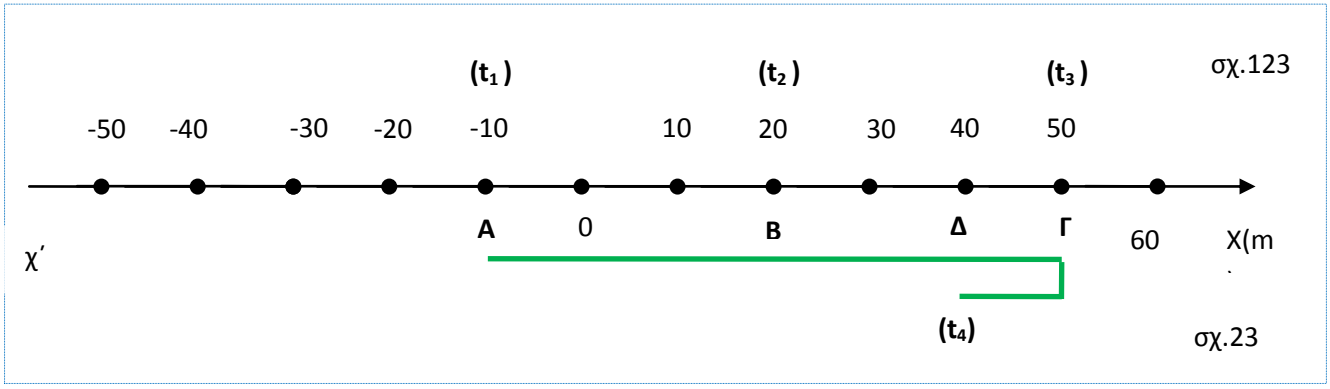
13.Ένα κινητό πραγματοποιεί τη διαδρομή ΑΒΓΔ. Οι χρονικές στιγμές στις οποίες το υλικό σημείο βρίσκεται στις θέσεις Α,Β,Γ,Δ είναι αντίστοιχα:

Θέση Α →χρονική στιγμή t_1=0s

Θέση Β →χρονική στιγμή t_1=2s

Θέση Γ→χρονική στιγμή t_1=5s

Θέση Δ →χρονική στιγμή t_1=7s



Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα στις διαδρομές:

α.ΑΒ, **β.**ΑΓΔ

Λύση:

α.Διαδρομή ΑΒ

S_{AB}=30m ,

$\Delta t_{AB}=t_2 - t_1$=2s- 0s =2s

$$\upsilon_{\mu} = \frac{S_{o\lambda}}{\Delta t_{o\lambda}} = \frac{30m}{2s} = 15\frac{m}{s}, \qquad \boldsymbol{\upsilon_{\mu} = = 15\frac{m}{s}}$$

β.Διαδρομή ΑΓΔ

$S_{A\Gamma\Delta}=d_{A\Gamma}$ **+** $d_{\Gamma\Delta}$**,** (Θυμίζουμε ότι με d συμβολίζουμε την απόσταση δύο σημείων)

$S_{A\Gamma\Delta}$=

$$|\Delta x_{A\Gamma}| + |\Delta x_{\Gamma\Delta}| = |x_{\Gamma} - x_{A}| + |x_{\Delta} - x_{\Gamma}| = |50m - (-10m)| + |40m - 50m| = 60m + 10m = 70m$$

$\Delta t_{A\Gamma\Delta}=t_4 - t_1$=7s- 0s =7s

$$\upsilon_{\mu} = \frac{S_{o\lambda}}{\Delta t_{o\lambda}} = \frac{70m}{7s} = 10\frac{m}{s}, \qquad \boldsymbol{\upsilon_{\mu} = = 10\frac{m}{s}}$$

Παρατήρηση:Δεν απαιτείται να ακολουθηθεί ο παραπάνω υπολογισμός του διανυθέντος διαστήματος.Μπορεί να υπολογιστεί και πιο γρήγορα ως εξής:

$S_{A\Gamma\Delta}$=(ΑΓ) **+ (**ΓΔ)=60m +10m=70m

*(ΑΓ)=το μέτρο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΓ

13.Τέσσερα κινητά πραγματοποιούν τις διαδρομές 1η ΖΜ,2Η ΔΠΚ, 3η ΛΜΕ, 4η ΝΠΝ. Οι χρονικές στιγμές στις οποίες τα κινητά βρίσκονται στις θέσεις Ζ,Μ,Δ,Π,Ν είναι αντίστοιχα:

1Η Διαδρομή → ΖΜ , **Θέση Ζ →χρονική στιγμή t_1=2s**

Θέση Μ →χρονική στιγμή t_2=7s

2Η Διαδρομή → ΔΠΚ , **Θέση Δ →χρονική στιγμή t_1=0s**

Θέση Π →χρονική στιγμή t_2=2,5s

Θέση Κ→χρονική στιγμή t_2=10s

3Η Διαδρομή → ΛΜΕ , **Θέση Λ →χρονική στιγμή t_1=1s**

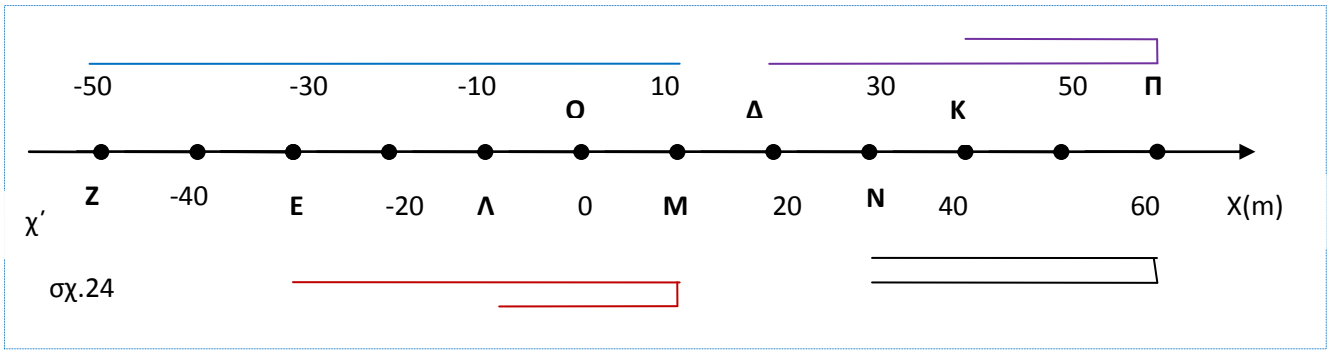
Θέση Μ →χρονική στιγμή t_2=6,1s

Θέση Ε→χρονική στιγμή t_2=16s

4Η Διαδρομή → ΝΠΝ , **Θέση Ν →χρονική στιγμή t_1=8s**

Θέση Π →χρονική στιγμή t_2=11

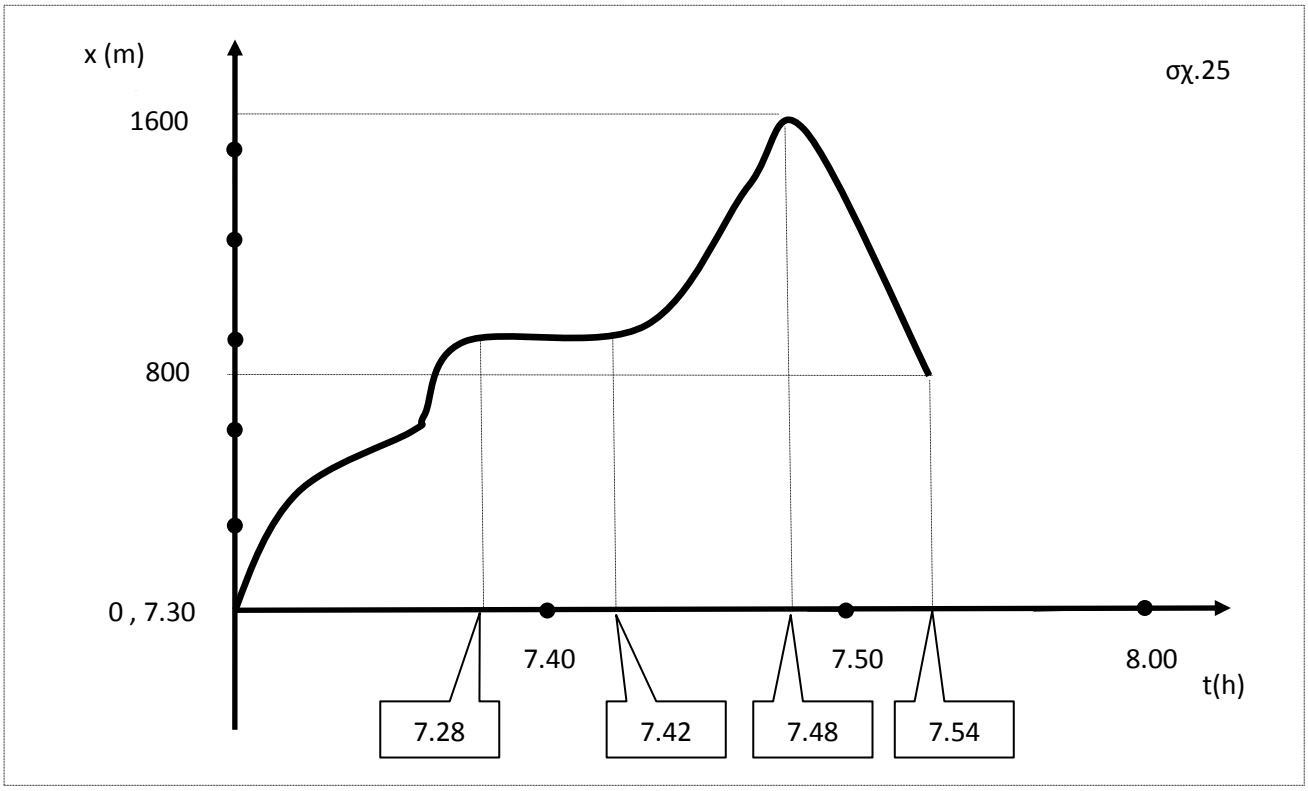
Θέση Κ→χρονική στιγμή t_2=28s



σχ.24

Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα κάθε κινητού στις παραπάνω διαδρομές:

14.



Δίνεται το παραπάνω διάγραμμα **θέσης –χρόνου** που περιγράφει την κίνηση ενός μαθητή ο οποίος πηγαίνει το πρωί από το σπίτι του στο σχολείου.Αρχή του του συστήματος αναφοράς είναι το σπίτι του μαθητή.Το σχολείο βρίσκεται στον

ίδιο ευθύ δρόμο με το σπίτι του μαθητή, σε απόσταση 800m από αυτό.Ένας φούρνος απέχει από το σπίτι του μαθητή απόσταση 1600m.Ο μαθητής ξεκινάει από το σπίτι του στις **7.30΄** πηγαίνει στο φούρνο και επιστρέφει στο σχολείο.

α.Να βρείτε σε ποιο χρονικό διάστημα ο μαθητής συνομίλησε με ένα συμμαθητή του που συνάντησε στο δρόμο.

β.Σε πόση απόσταση (κατ΄ εκτίμηση) από το σπίτι του μαθητή έγινε η συνάντη-ση.

γ.Ποια η μέση ταχύτητα του μαθητή στη κίνησή του από το σπίτι του μέχρι τον φούρνο.

δ. Ποια η μέση ταχύτητα του μαθητή στη κίνησή του από το σπίτι του μέχρι το σχολείο λίγο πριν αρχίσει το μάθημα στις 8.00΄

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

Είναι η κίνηση ενός υλικού σημείου στην οποία η τροχιά του κινητού είναι **ευθεία γραμμή** και το κινητό πραγματοποιεί **ίσες μετατοπίσεις σε ίσα χρονικά** διαστήματα **οσοδήποτε** μικρά και αν είναι αυτά.

Η **ταχύτητα** του υλικού σημείου στην περίπτωση αυτή μπορεί να ορισθεί με τρόπο τέτοιο ώστε να έχει **διανυσματικό χαρακτήρα** για να μπορεί να περιγράψει πληρέστερα την κίνηση του σημείου.

Έτσι ορίζουμε την ταχύτητα μέσω της σχέσης :

$$\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{x}_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}}$$

Η ταχύτητα έχει :

→Ίδια διεύθυνση και φορά δηλαδή ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση $\Delta\vec{x}$

→Αλγεβρική τιμή $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{\tau\varepsilon\lambda} - x_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}}$ η οποία έχει ίδιο πρόσημο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης Δx

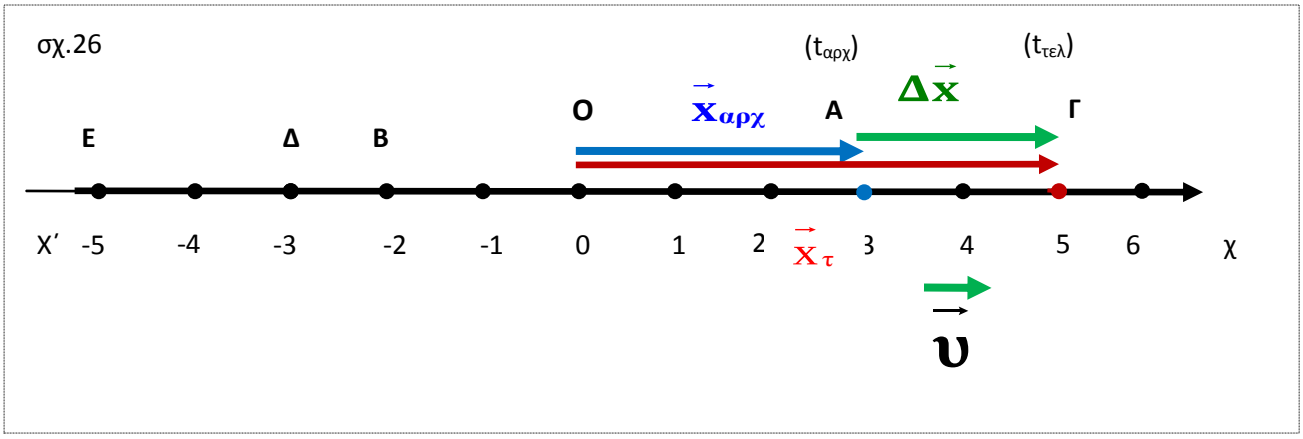
→Μέτρο $\frac{1}{\Delta t}$ του μέτρου της μετατόπισης $|\Delta\vec{x}|$ δηλαδή $|\vec{\upsilon}| = \frac{|\Delta\vec{x}|}{\Delta t}$

→Μονάδα στο S.I. το $1\frac{m}{s}$

Τα παραπάνω διευκρινίζονται με τα παραδείγματα που ακολουθούν

Ι.Κίνηση προς τα θετικά

Ας δεχτούμε ότι $t_{\alpha\rho\chi}=1s$ και $t_{\alpha\rho\chi}=5s$ τότε η ταχύτητα έχει:



→Ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση δηλαδή προς τα δεξιά

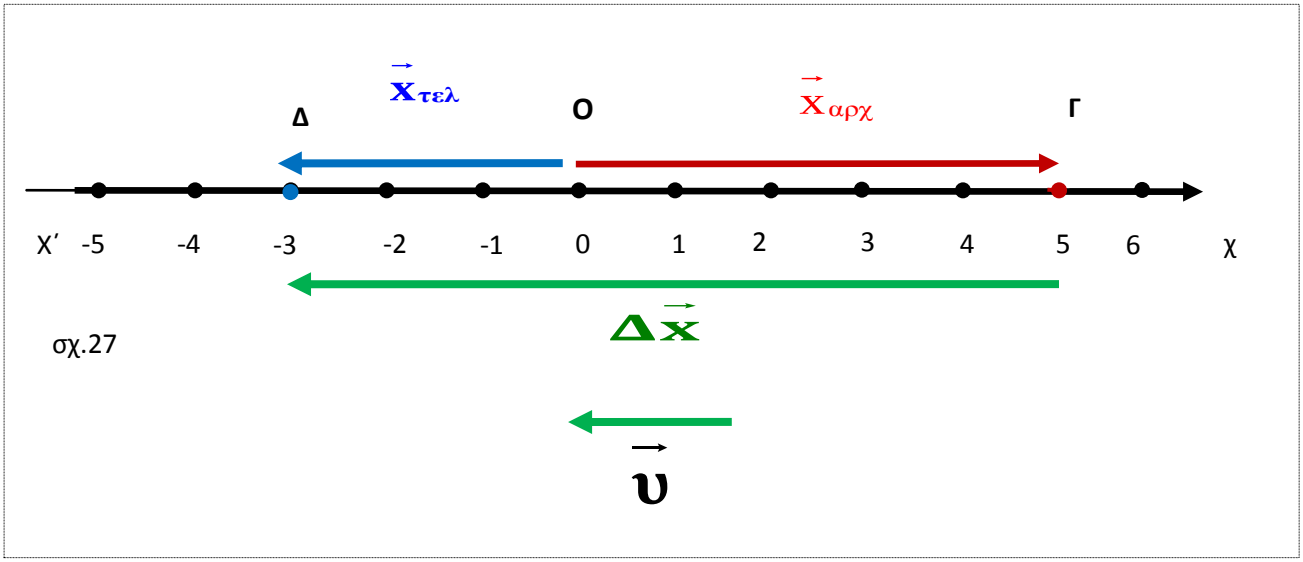
→ Αλγεβρική τιμή $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{\tau\varepsilon\lambda} - x_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}} = \frac{5m - 3m}{5s - 1s} = 0,5\frac{m}{s}$

→Μέτρο $\frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{4}$ του μέτρου της μετατόπισης $|\Delta\vec{x}| = 2m$

δηλαδή $|\vec{\upsilon}| = \frac{|\Delta\vec{x}|}{\Delta t} = 0,5\frac{m}{s}$

ΙΙ. Κίνηση προς τ΄ αρνητικά

Ας δεχτούμε ότι **$t_{\alpha\rho\chi}$=1,8s** και **$t_{\alpha\rho\chi}$=6,8s** τότε η ταχύτητα έχει:



→Ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση δηλαδή προς τα αριστερά

→ Αλγεβρική τιμή $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{\tau\varepsilon\lambda} - x_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}} = \frac{-3m - 5m}{6,8s - 1,8s} = \frac{-8m}{5s} = -1,6\frac{m}{s}$

→Μέτρο $\frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{5}$ του μέτρου της μετατόπισης $|\Delta\vec{x}| = 8m$

δηλαδή $|\vec{\upsilon}| = \frac{|\Delta\vec{x}|}{\Delta t} = 1.6\frac{m}{s}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση το κινητό δεν αλλάζει φορά κίνησης .Επομένως η μετατόπιση έχει μέτρο που συμπίπτει με το διάστημα που διανύει το κινητό.Ισχύει:

$$|\Delta\vec{x}| = |\Delta x| = S$$

και

$$|\vec{\upsilon}| = |\upsilon| = \frac{S}{\Delta t}$$

ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΣΤΗΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας Δx δίνεται από τη σχέση

$$\Delta x = \upsilon\Delta t$$

και το διάστημα από τη σχέση $S = |\upsilon|\Delta t$

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ VII

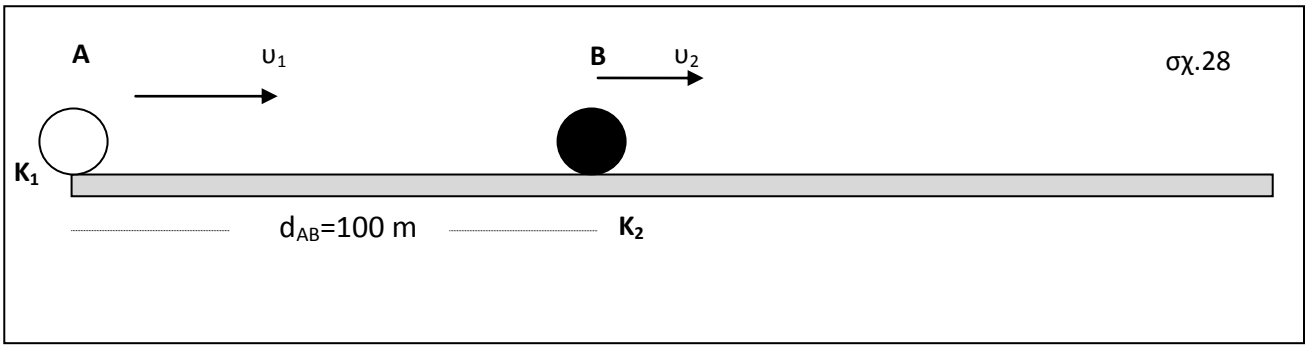
15.Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και διανύει διάστημα S=20m σε χρόνο Δt=8s.

α.να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κινητού.

β.πόσο διάστημα S_1 διανύει σε χρόνο Δt=13s.

γ.Σε πόσο χρόνο το σώμα διανύει διάστημα S_2 =30m.

16.Δύο υλικά σημεία **K_1** και **K_2** ηρεμούν στα σημεία **A** και **B** μιας ευθείας τα οποία απέχουν απόσταση **d_{AB}=100m**.Την χρονική στιγμή **t_0 =0s** τα δύο σώματα αρχίζουν να κινούνται με σταθερές ταχύτητεα των οποίων οι αλγεβρικές τιμές είναι αντί-στοιχα **υ_1=30m/s** και **υ_2=20m/s.**



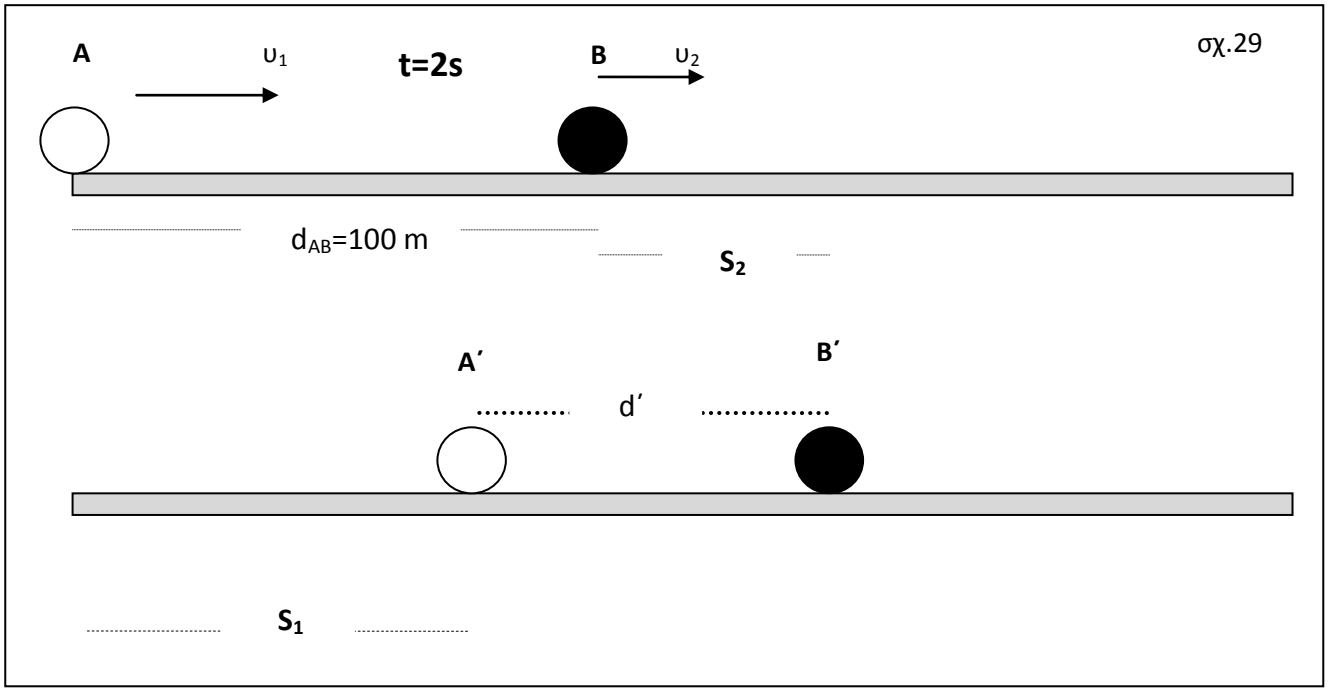
α.Ποια η απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή **t_1=2s.**

β.Ποια χρονική στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά.

γ.Πόσο προπορεύεται το κινητό **K_1 του κινητούK2** (απόσταση των K_1, K_2) 2s μετά την συνάντησή τους.

Λύση:

α.Στο χρονικό διάστημα από t_0 =0s μέχρι t_1=2s το κινητό K_1 διανύει διάστημα



$S_1=|\upsilon_1|\Delta t = 30\frac{m}{s}.2s = 60m$ (1)

και το κινητό K_2 διανύει διάστημα $S_2=|\upsilon_2|\Delta t = 20\frac{m}{s}.2s = 40m$. (2)

Καθώς η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων είναι 100m είναι προφανές ότι στο K_2 προπορεύεται του K_1.Έτσι το σχήμα που αποδίδει την εικόνα με τα δύο κινητά είναι η παραπάνω.

Από την γεωμετρία του σχήματος προκύπτει ότι:

$$\mathbf{d_{AB} + S_2 = S_1 + d'} \qquad (3)$$

(1) ,(2) ,(3) 100+40=60+ $\mathbf{d'}$ $\rightarrow$ $\mathbf{d' = 80m}$ (4)

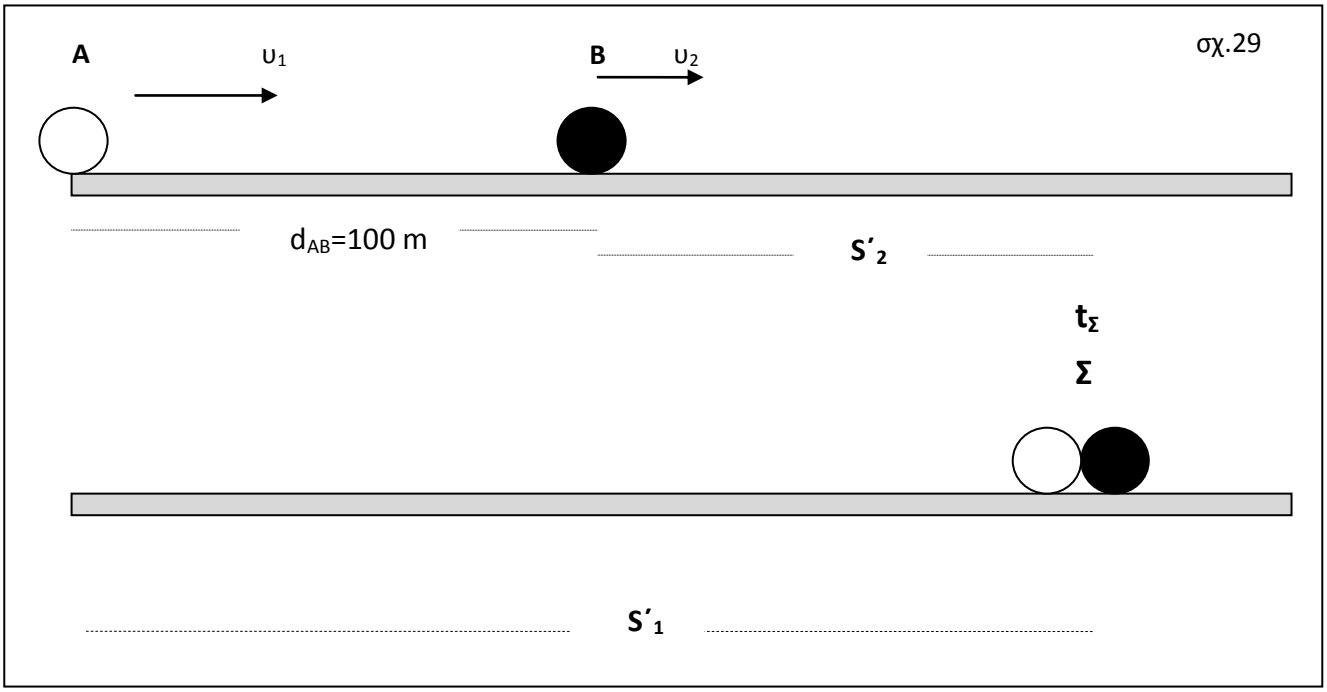
β.Έστω ότι τα δύο υλικά σημεία συναντώνται στο σημείο **Σ** τη χρονική στιγμή $\mathbf{t_\Sigma}$**.**

Από το σχήμα προκύπτει ότι:

$$\mathbf{d_{AB} + S'_2 = S'_1} \qquad (5)$$

$$S'_1 = 30\Delta t = 30(t_\Sigma - 0) = 30\, t_\Sigma \qquad (6)$$

$$S'_2 = 20\Delta t = 20(t_\Sigma - 0) = 20\, t_\Sigma \qquad (7)$$



(5),(6), (7) , $100+ 20\, t_\Sigma = 30 t_\Sigma \rightarrow 100 = 10 t_\Sigma \rightarrow$ **$t_\Sigma = 10s$** (8)

γ.(Λύση χωρίς σχήμα)

Στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0s$ μέχρι $t_2 = t_\Sigma + 2s = 10s+2s=12s$

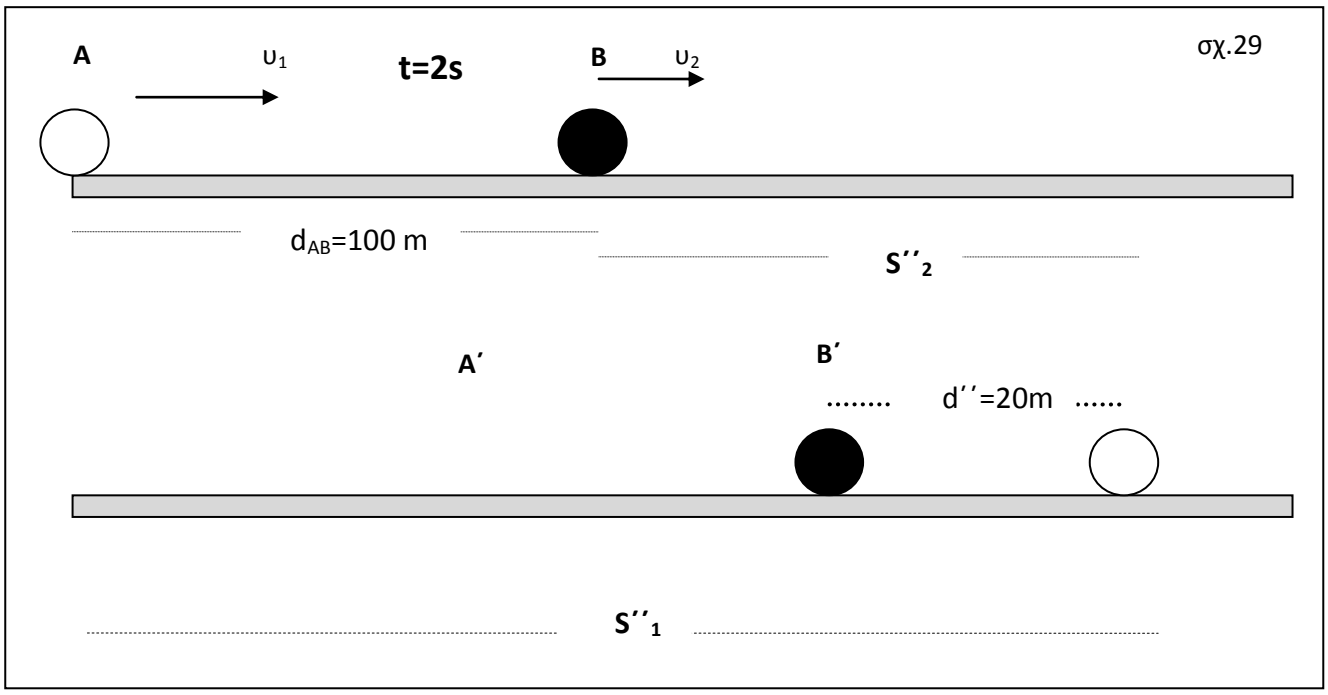
το κινητό K_1 διανύει διάστημα $S''_1 = |\upsilon_1|\Delta t = 30\frac{m}{s}.12s = 360m$ (9)

και το κινητό K_2 διανύει διάστημα $S''_2 = |\upsilon_2|\Delta t = 20\frac{m}{s}.12s = 240m$. (10)

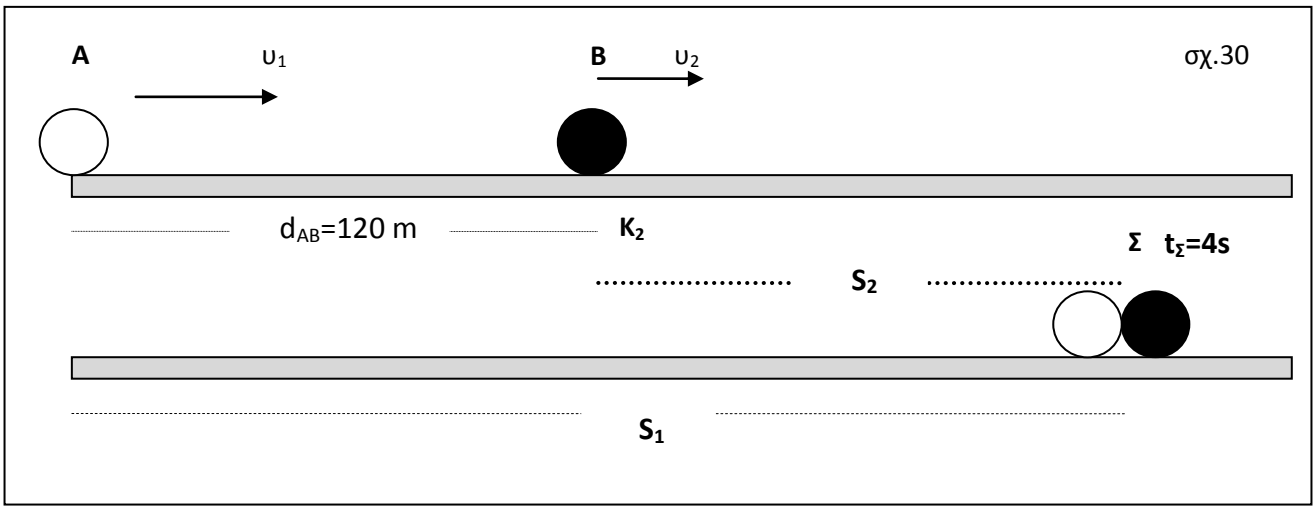
Δηλαδή το κινητό K_1 διένυσε 120 m περισσότερο από το K_2

Καθώς η **αρχική απόσταση** των δύο σωμάτων ήταν **100m** είναι προφανές ότι στο K_1 προπορεύεται του K_2 κατά 20m.Άρα 2 s Μετά την συνάντηση των δύο κινητών η απόσταση των δύο σωμάτων είναι 20m

(και για όποιον επιθυμεί να έχει και το σχήμα ,αυτό ακολουθεί)



17. Δύο υλικά σημεία **K_1** και **K_2** ηρεμούν στα σημεία **A** και **B** μιας ευθείας τα οποία απέχουν απόσταση **d_{AB}=120m**.Την χρονική στιγμή **t_0 =0s** τα δύο σώματα αρχίζουν να κινούνται με σταθερές ταχύτητες των οποίων οι αλγεβρικές τιμές είναι αντίστοιχα **υ_1=40m/s** και **υ_2.**



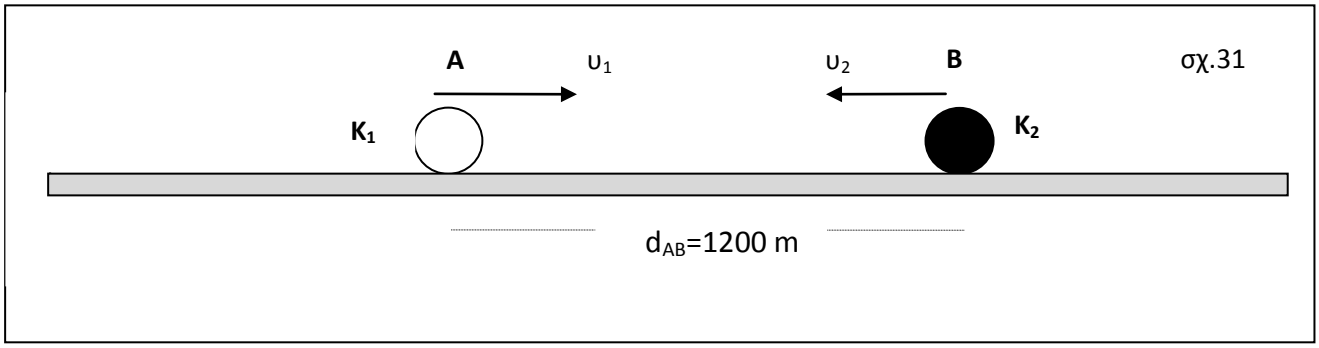
α.Ποια η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού **K_2**

β.Ποια χρονική στιγμή **t_1** προπορεύεται το κινητό **K_2** κατά **90m** του κινητού **K_1**

γ.Πόσο προπορεύεται το κινητό **K_1 του κινητού K_2** (απόσταση των K_1, K_2) **5s** μετά την χρονική στιγμή **t_1**.

***δ.**Να βρείτε την συναρτησιακή σχέση ανάμεσα στην απόσταση **d_{12}** των δύο υλικών σημείων και τον χρόνο.(Προαιρετικό ερώτημα)

18. Δύο υλικά σημεία **K_1** και **K_2** ηρεμούν στα σημεία **A** και **B** μιας ευθείας τα οποία απέχουν απόσταση **d_{AB}=1200m**.Την χρονική στιγμή **t_0 =0s** τα δύο σώματα αρχίζουν να κινούνται με σταθερές ταχύτητες αντίθετης φοράς των οποίων οι αλγεβρικές τιμές είναι αντίστοιχα **$υ_1$=10m/s** και **$υ_2$=-15m/s.**



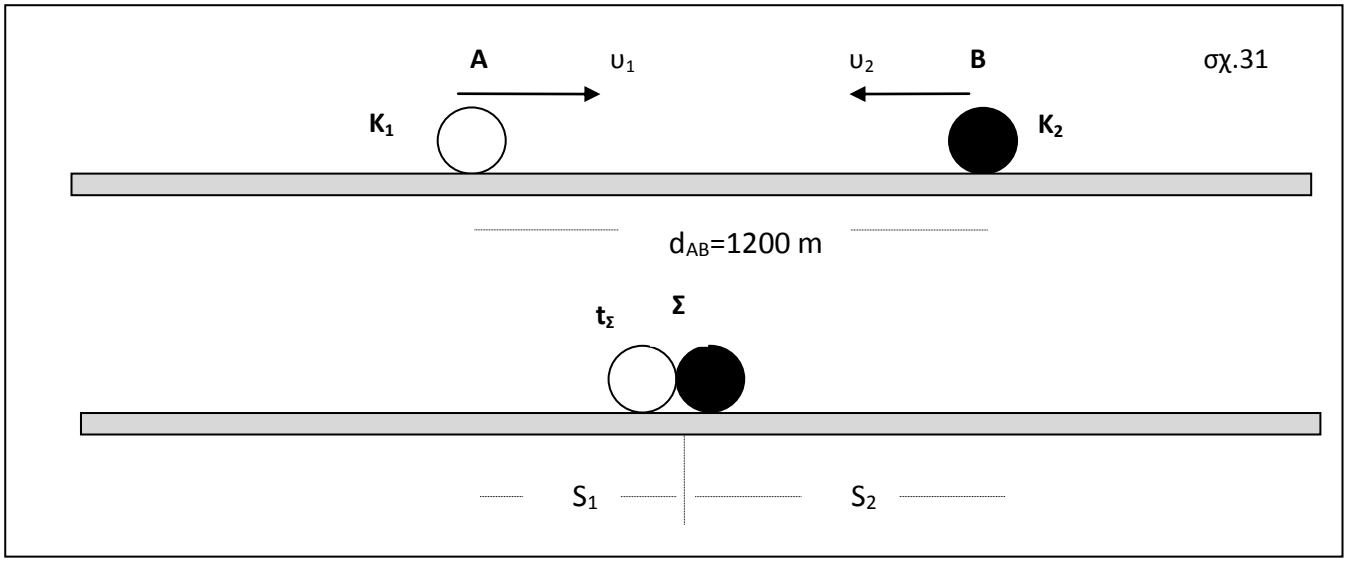
α.Ποια χρονική στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά

β.Ποια η απόσταση των δύο κινητών **8s** πριν την συνάντησή τους

γ. Ποια η απόσταση των δύο κινητών τη χρονική στιγμή **t_2=150s**

Λύση:

α. Έστω ότι τα δύο υλικά σημεία συναντώνται στο σημείο **Σ** τη χρονική στιγμή $\mathbf{t_\Sigma}$.



Από το σχήμα προκύπτει ότι:

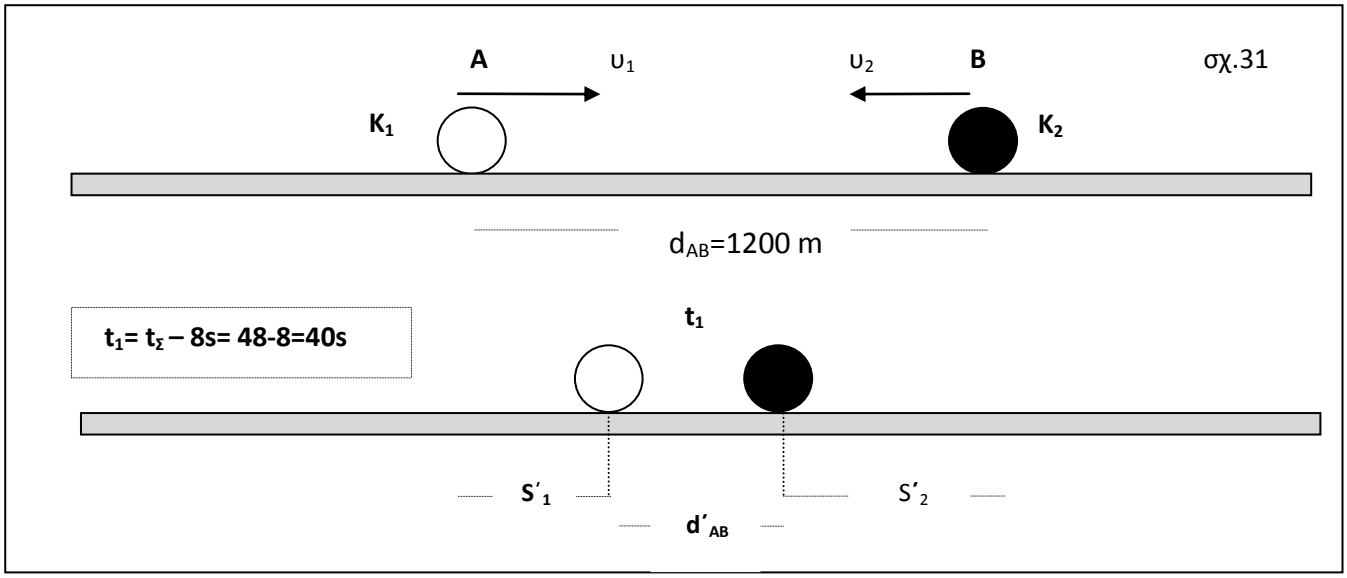
$$\mathbf{d_{AB} = S_1 + S_2} \qquad (5)$$

$$S_1=\upsilon_1\Delta t \;\rightarrow\; S_1=10\Delta t \;\rightarrow\; S_1= 10(t_\Sigma -0) = 10\, t_\Sigma \quad (6)$$

$$S_2=|\upsilon_2|\Delta t \;\rightarrow\; S_2=15\Delta t \;\rightarrow\; S_2=15(t_\Sigma -0) = 15\, t_\Sigma \quad (7)$$

$$1200=10\, t_\Sigma + 15\, t_\Sigma \;\rightarrow\; 1200=25\, t_\Sigma \;\rightarrow\; \mathbf{t_\Sigma = 48s} \quad (8)$$

β. Έστω ότι τα δύο υλικά σημεία απέχουν απόσταση $\mathbf{d'_{AB}}$, **8s** πριν την συνάντη-



σή τους.Με βάση το σχήμα προκύπτει:

$$\mathbf{1200= S'_1 + S'_2 + d'_{AB}}$$

$S'_1=\upsilon_1\Delta t \rightarrow S_1=10.40 \rightarrow S_1= 400m$ (9)

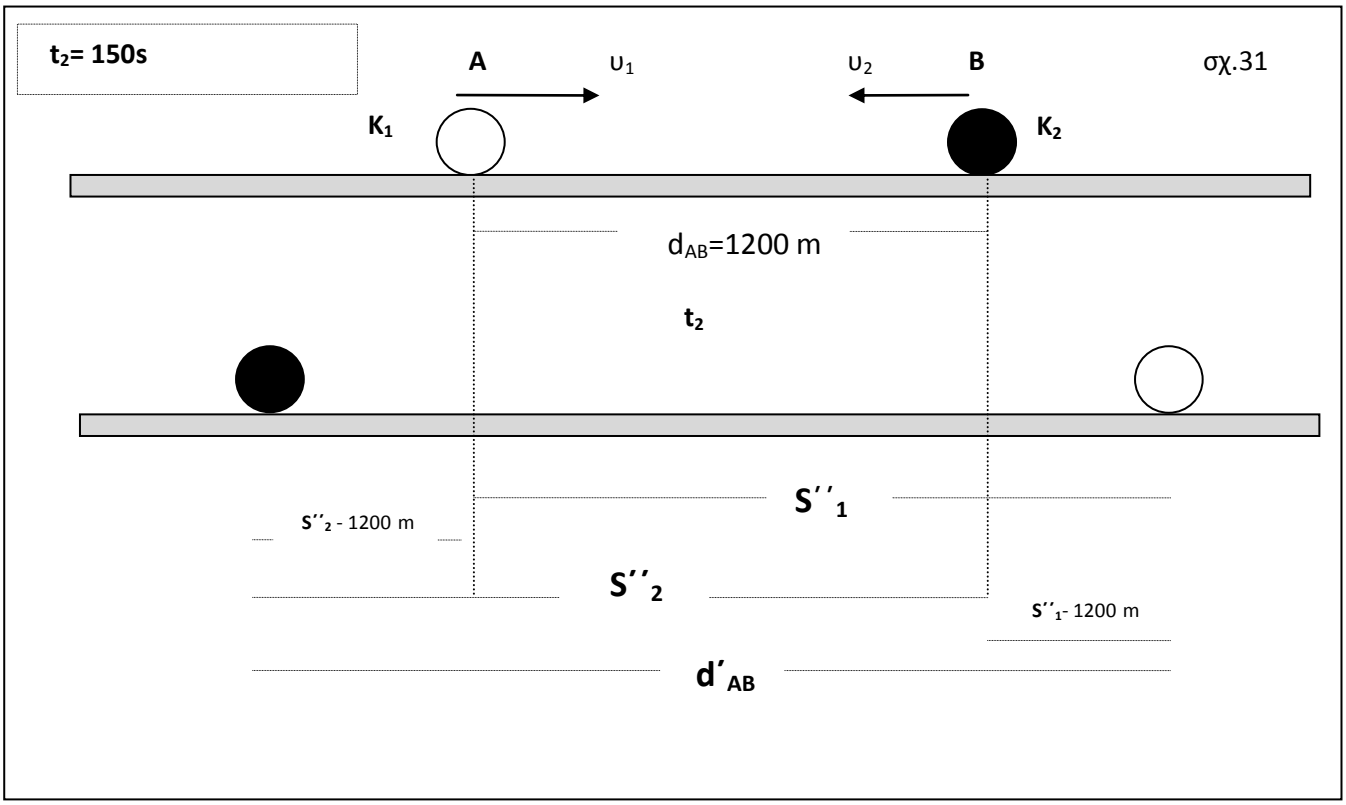
$S'_2=|\upsilon_2|\Delta t \rightarrow S_2=15.40 \rightarrow S_2=600m$ (10)

$1200= 400 + 600 + d'_{AB} \rightarrow 1200= 1000 + d'_{AB} \rightarrow \mathbf{d'_{AB} =200m}$ (11)

γ. Έστω ότι τα δύο υλικά σημεία απέχουν απόσταση $\mathbf{d''_{AB}}$ 12s μετά την συνάντησή τους.

$S''_1=\upsilon_1\Delta t' \rightarrow S''_1=10.150 \rightarrow S_1= 1500m$ (12)

$S''_2=|\upsilon_2|\Delta t \rightarrow S''_2=15.150 \rightarrow S_2=2250m$ (13)



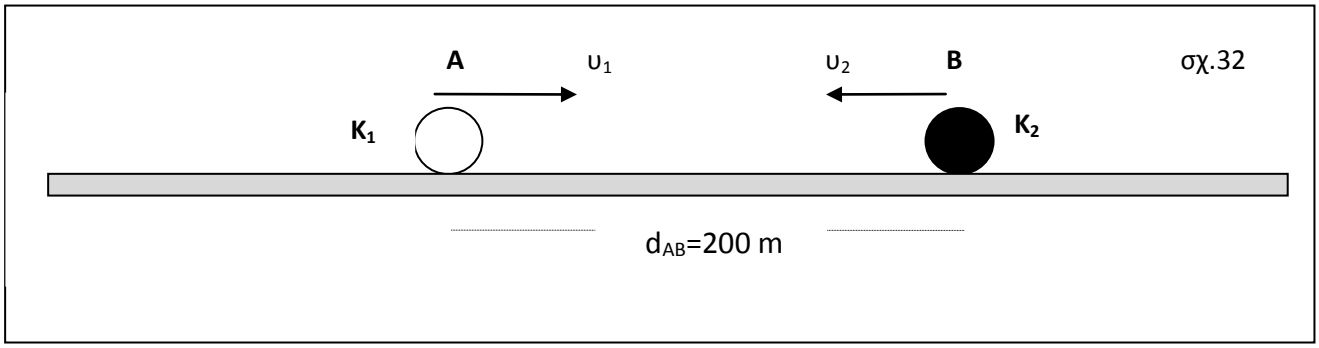
Με βάση το σχήμα προκύπτει:

$$d'_{AB} = (S''_2 - 1200) + 1200 + (S''_1 - 1200) \qquad (14)$$

$$d'_{AB} = (1500 - 1200) + 1200 + (2250 - 1200)$$

$$d'_{AB} = 300 + 2250 = 2550m, \qquad \mathbf{d'_{AB} = 2550m} \qquad (15)$$

19. Δύο υλικά σημεία **K_1** και **K_2** ηρεμούν στα σημεία **Α** και **Β** μιας ευθείας τα οποία απέχουν απόσταση **d_{AB}=200m.**Την χρονική στιγμή **t_0 =0s** τα δύο σώματα αρχίζουν να κινούνται με σταθερές ταχύτητες αντίθετης φοράς των οποίων οι αλγεβρικές τιμές είναι αντίστοιχα **υ_1** και **υ_2=-5m/s.**Μετά από χρόνο **Δt=2s** από



την στιγμή της συνάντησής τους απέχουν **απόσταση 40m.**

α.Ποια η **αλγεβρική τιμή** της ταχύτητας του K_1

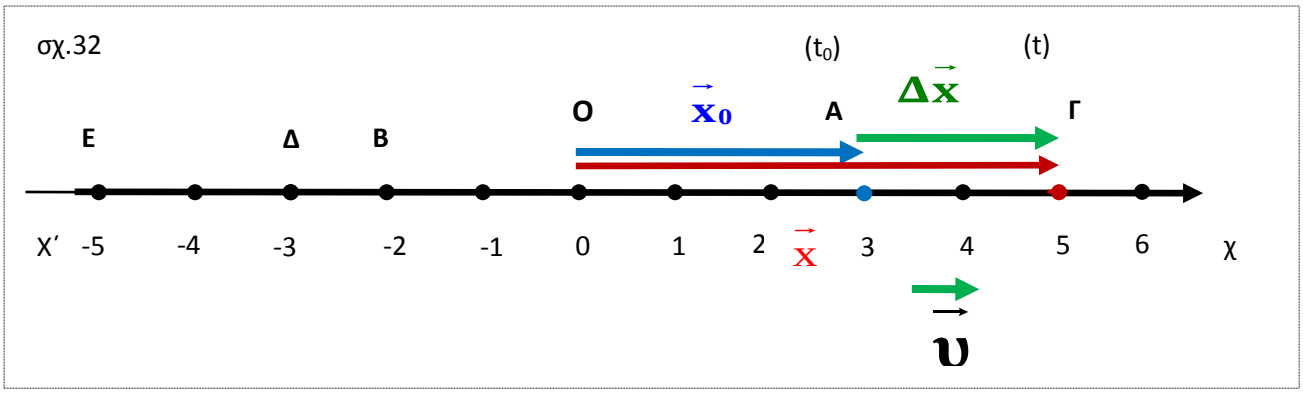
β.Ποια **χρονική στιγμή** γίνεται **η συνάντηση** των δύο κινητών.

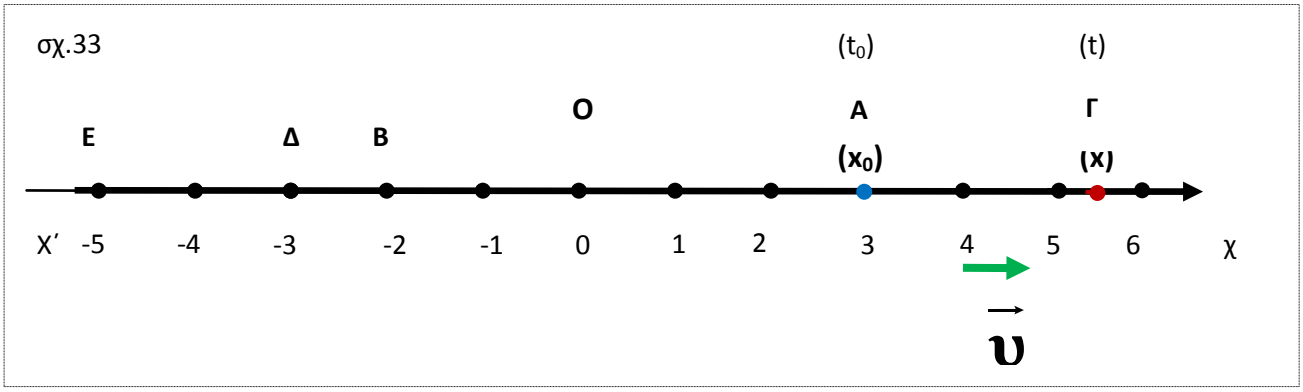
γ. Ποια **η απόσταση** των δύο κινητών ***τη* χρονική στιγμή** στην οποία το κινητό **K_2** περνά από το **σημείο Α.**

δ. Ποια η **απόσταση** των δύο κινητών **τη χρονική στιγμή** στην οποία το κινητό **K_1** περνά από το **σημείο Β.**

ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΙΝΗΣΗΣ x=f(x)

Ένα κινητό τη χρονική στιγμή t_0=1s αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά από τη θέση x_0 =3m ,με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής υ=2,5m/s.





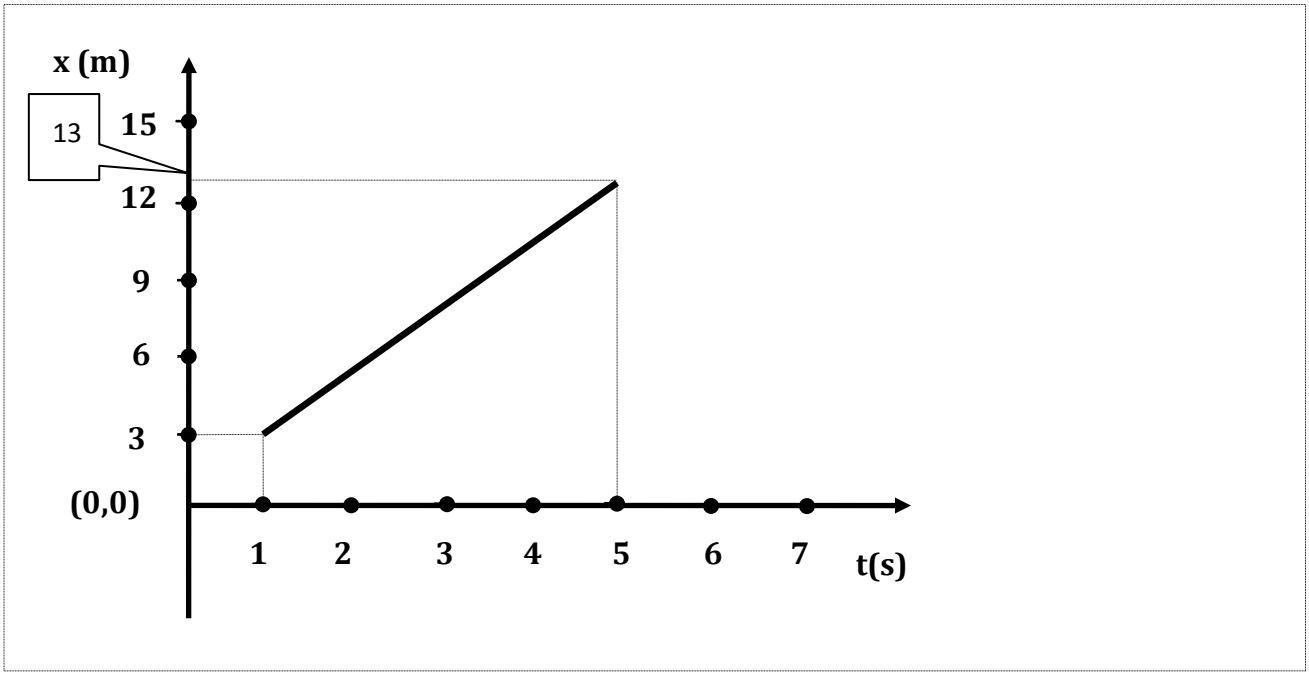
Την τυχαία χρονική στιγμή **t** το κινητό βρίσκεται στη θέση **x** και ισχύει

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{x-3}{t-1} \rightarrow$$

$$2,5 = \frac{x-3}{t-1} \quad \uparrow 2,5(t-1) = x-3 \quad \uparrow x-3 = 2,5(t-1) \quad \uparrow x = 3 + 2,5(t-1)$$

$$\rightarrow \mathbf{x = 3 + 2,5(t-1) \quad t \geq 1s \quad (x \rightarrow m)} \text{ ή } \boxed{\mathbf{x = 0,5 + 2,5t \quad t \geq 1s \quad (x \rightarrow m)}} \quad (16)$$

Γραφικά η σχέση αυτή αποδίδεται ως εξής:

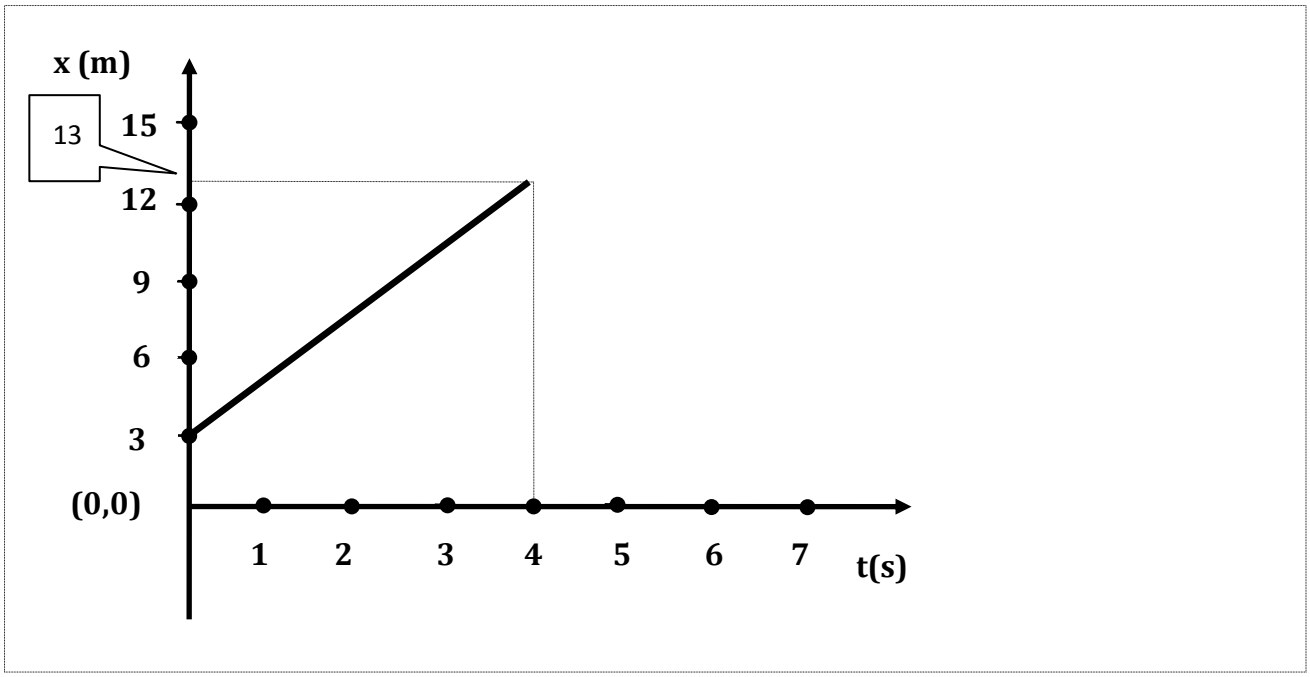


Αν μηδενίσουμε το χρονόμετρο τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση τότε

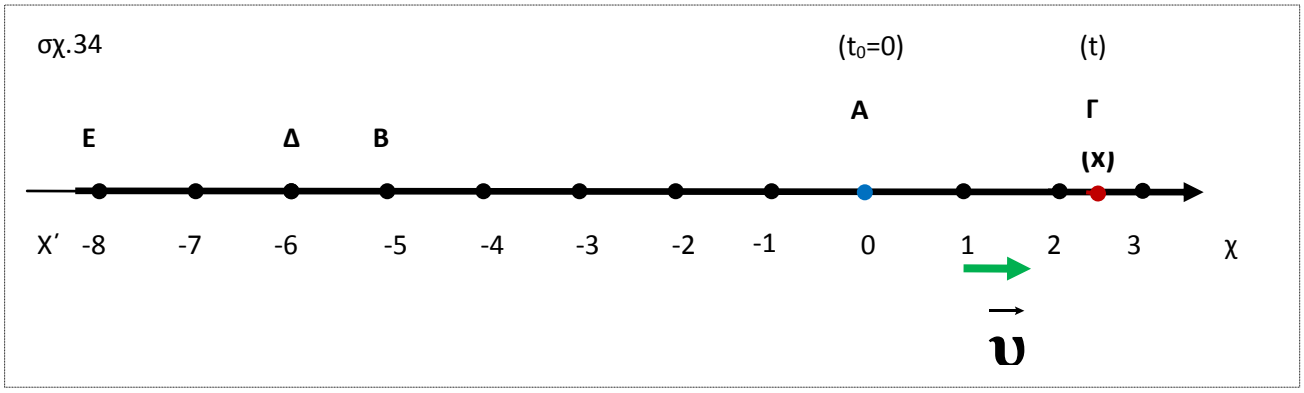
t_0=0s, οπότε έχουμε την εξίσωση

$$\boxed{\mathbf{x} = 3 + 2{,}5(\mathbf{t} - 0) \rightarrow \mathbf{x} = 3 + 2{,}5\mathbf{t}} \quad \mathbf{t} \geq \mathbf{0s} \quad (\mathbf{x} \rightarrow m) \qquad (17)$$

Γραφικά η σχέση αυτή αποδίδεται ως εξής:



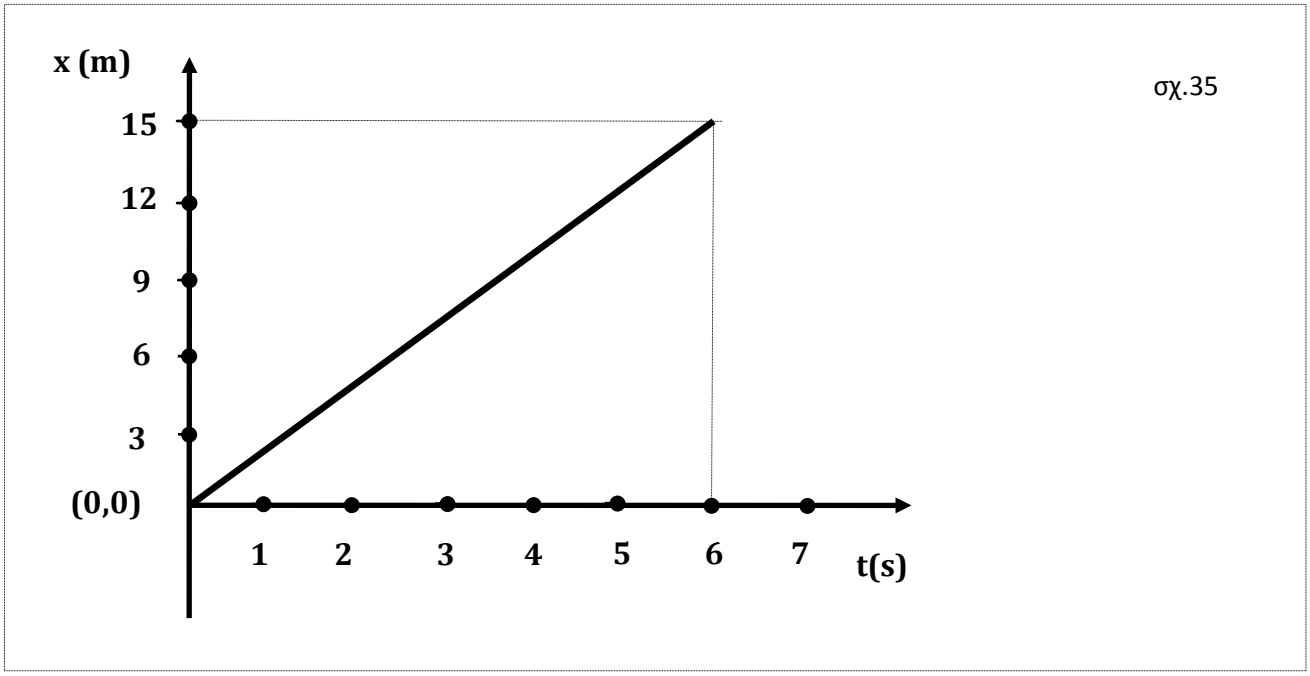
Αν μηδενίσουμε το χρονόμετρο τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση **t_0=0s, και επιπλέον θεωρήσουμε την αρχική θέση του κινητού ως αρχή του άξονα(x_0=0)** τότε έχουμε την εξίσωση



$$\mathbf{x} = 0 + 2{,}5(\mathbf{t} - 0) \rightarrow \mathbf{x} = 0 + 2{,}5\mathbf{t} \rightarrow \mathbf{x} = 2{,}5\mathbf{t} \quad \mathbf{t} \geq \mathbf{0s} \quad (\mathbf{x} \rightarrow m)$$

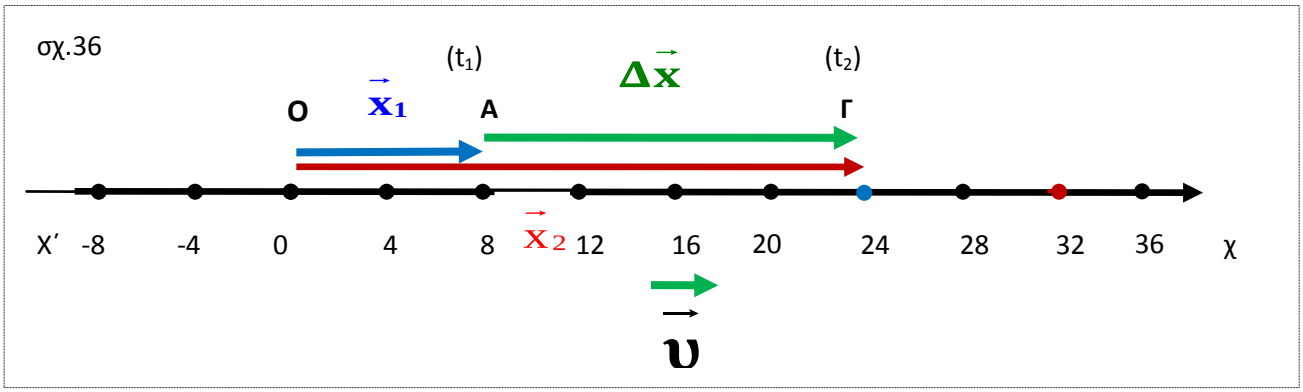
$$\boxed{\mathbf{x}=2{,}5\mathbf{t} \qquad \mathbf{t} \geq \mathbf{0s} \qquad (\mathbf{x} \rightarrow m)} \quad (18)$$

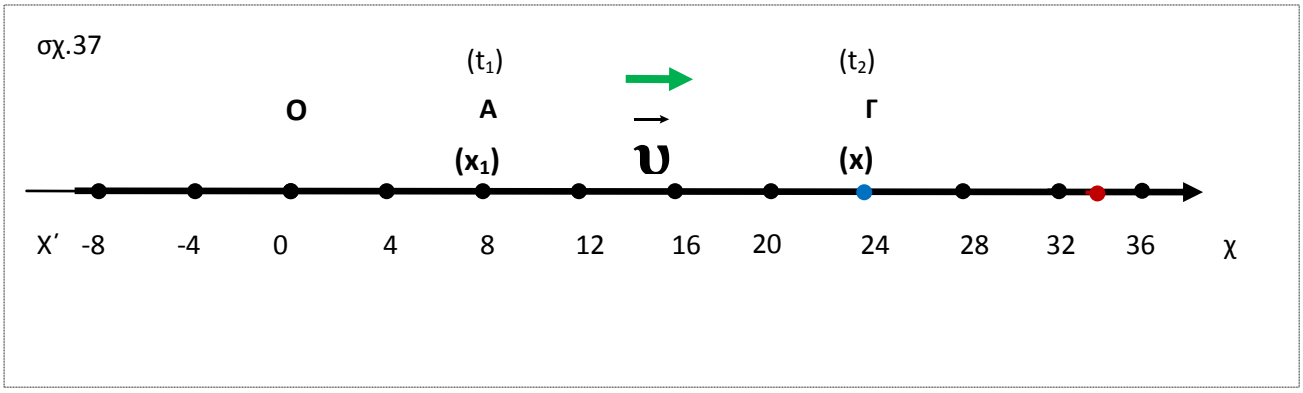
Γραφικά η σχέση αυτή αποδίδεται ως εξής:



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ VIII

20. Ένα υλικό σημείο κινείται **ευθύγραμμα και ομαλά** κατά μήκος της οριζόντιας ευθείας (ε) και τη χρονική στιγμή t_1**=2s** διέρχεται από τη θέση x_1**=8m** και την χρονική στιγμή t_2**=6s** από την θέση x_2**=24m.**





α.Να βρεθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος.

β.Να γραφεί η εξίσωση κίνησης του σώματος (**x=f(t)**) ,αν θεωρήσουμε όρι t_0=0s

γ.Ποια η θέση του κινητού τη χρονική στιγμή t_3**=4s**

δ.Ποια χρονική στιγμή του σώμα περνάει από τη θέση x_4**=60m**

ε.Ποια η μετατόπιση του κινητού σε χρονικό διάστημα **Δt=4,5s**

στ.Πόσο διάστημα διανύει σε χρόνο **Δt=4,5s**

ζ.Να γίνει το διάγραμμα θέσης –χρόνου για το χρονικό διάστημα **0≤t≤10s**

η.Να υπολογίσετε την **εφαπτομένη** της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία που αποδίδει γραφικά τη θέση με τον άξονα του χρόνου.Να την συγκρίνετε με την

αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού.(Σημ: η εφαπτομένη αυτής της ευθείας ονομάζεται στα μαθηματικά , **κλίση της ευθείας** που αποδίδει γραφικά την θέση σε συνάρτηση με τον χρόνο.Θα αναφερθούμε σχετικά παρακάτω)

21.Να επαναληφθεί η άσκηση 20 με μόνη **διαφορά** ότι την χρονική στιγμή

t_1=3s διέρχεται από τη θέση **x_1=8m** και την χρονική στιγμή **t_2=7s** από την θέση **x_2=24m.** (t_0=0s και **ισχύουν τα παραπάνω** σχήματα)

Λύση:

α. $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{24m - 8m}{7s - 3s} = \frac{16m}{4s} = 4\frac{m}{s}$ $\qquad \boldsymbol{\upsilon = 4\frac{m}{s}}$ (19)

β.Η εξίσωση κίνησης είναι $\rightarrow \mathbf{x} = x_0 + \upsilon(\mathbf{t} - t_0)$, $\rightarrow \mathbf{x} = x_0 + 4(\mathbf{t} - t_0)$

για t_1=3s , έχουμε x_1=8m άρα $\mathbf{8} = x_0 + 4(\mathbf{3} - 0) \rightarrow \mathbf{8} = x_0 + 12 \rightarrow x_0 = -4m$

έτσι έχουμε: $\boxed{\mathbf{x = -4 + 4t\ (S.I.)\ t \geq 0s}}$ (20)

γ.Τη στιγμή t_3=4s, $x = -4 + 4.4 = 12m \rightarrow \mathbf{x = 12m}$

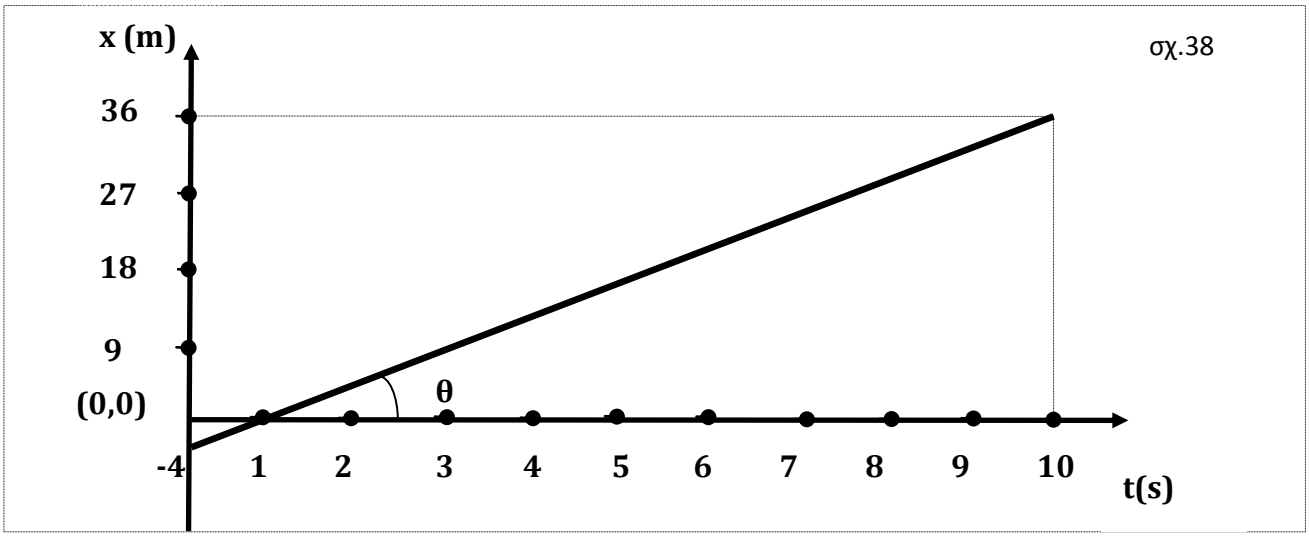
δ.Τη στιγμή **t_4** περνάει από τη θέση **x_4=60m**,

60=- 4+4t_4 $\rightarrow$ 4t_4=64 $\rightarrow t_4$=16s

ε.Ισχύει Δx=υΔt , Δx=4.4,5=18m **Δx=18m**

στ.Έχουμε S=υΔt , S=4.4,5=18m

ζ.Η σχέση x-t είναι πρώτου βαθμού ως προς τον χρόνο και η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή.Δίνουμε τιμές στο χρόνο



σχ.38

t_0=0 οπότε προκύπτει **x_0=0m**, και

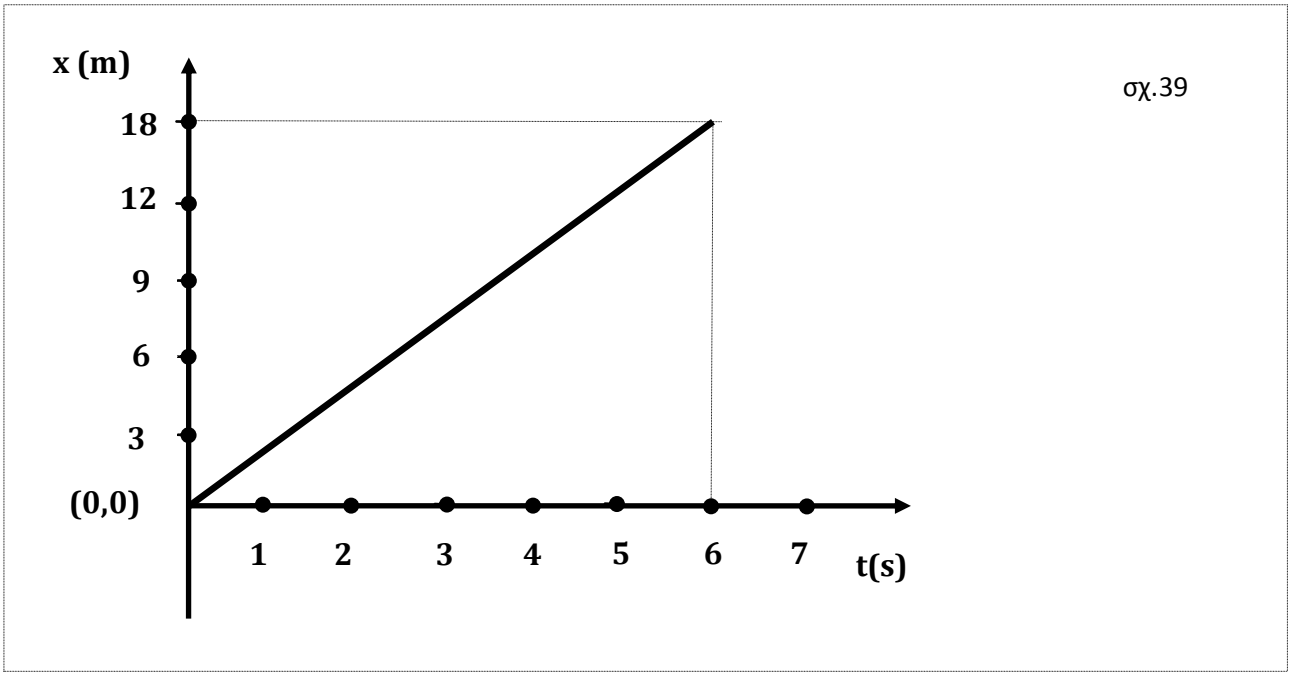
t=10 s οπότε προκύπτει **x=- 4+4.10=36m**

η. $\varepsilon\varphi\theta = \frac{36m}{9s} = \frac{4m}{s}$,

παρατηρούμε ότι **η εφθ** είναι **ίση** με την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας.

Πράγματι : $\boxed{\varepsilon\varphi\theta = \upsilon = \frac{4m}{s}}$ (21)

22.Το διάγραμμα θέσης -χρόνου για ένα κινητό που εκτελεί **ευθύγραμμη** ομαλή



σχ.39

κίνηση κατά μήκος μιας οριζόντιας ευθείας είναι το παρακάτω:

α.Να γραφεί η εξίσωση κίνησης.

β.Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα **0s ≤ t ≤ 6s.**

γ.Να υπολογίσετε το εμβαδό του παραλληλογράμμου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας ,τον άξονα του χρόνου και τα χρονικά όρια **0s** και **6s.**Να συγκρίνετε το εμβαδό αυτό με το μέτρο της μετατόπισης του υλικού σημείου στο ίδιο χρονικό διάστημα.
δ.Σε πόσο χρόνο το κινητό μετατοπίζεται κατά **15,6m**
ε.Αν την χρονική στιγμή $\mathbf{t_1}$ το σώμα βρίσκεται στη θέση Α με συντεταγμένη θέσης $\mathbf{x_A}$, πόσα δευτερόλεπτα νωρίτερα πέρασε το σώμα από την θέση Γ που βρίσκεται αριστερά του Α και σε απόσταση **4,5 m** από αυτό.

Λύση:

α.Η γραφική παράσταση της θέσης σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι **ευθεία γραμμή θετικής κλίσης** και αυτό σημαίνει πως η κίνηση που περιγράφει είναι **ευθύγραμμη ομαλή** με θετικής φοράς ταχύτητα.Η εξίσωση κίνησης είναι:

$$\mathbf{x}=x_0+\upsilon(\mathbf{t}-t_0) \qquad \textbf{(α)}$$

από το διάγραμμα προκύπτει ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ είναι $x_0=0$.Επιπλέον η κλίση της ευθείας ισούται με την σταθερή ταχύτητα του κινητού.Έτσι

$$\upsilon=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$$

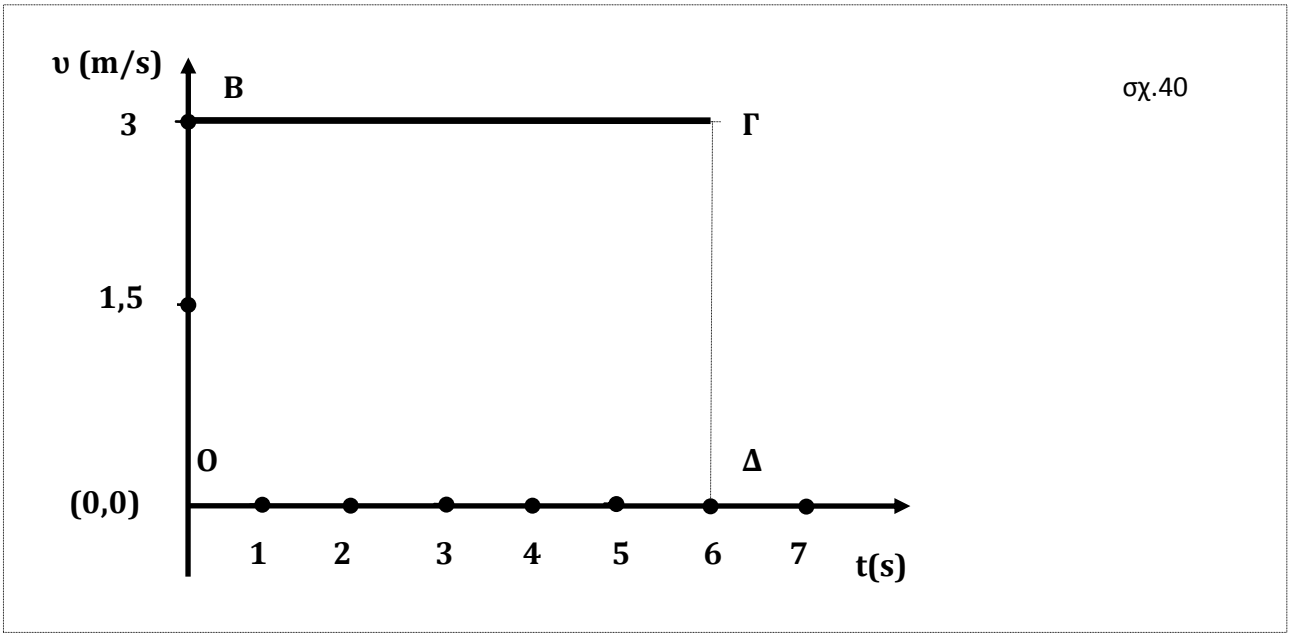
και με $t_1=0s$, $x_1=0m$

$t_2=6s$, $x_2=18m$ προκύπτει:

$$\upsilon=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{18m-0m}{6s-0s}=\frac{18m}{6s}=4\frac{m}{s}$$

και η σχέση (α) γίνεται $\mathbf{x}=0+\upsilon(\mathbf{t}-0) \rightarrow \mathbf{x}=0+3(\mathbf{t}-0) \rightarrow \boxed{\mathbf{x}=3\,\mathbf{t}}$ (S.I.) **(β)**

β.Η ταχύτητα παραμένει σταθερή με τον χρόνο, Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



σχ.40

γ.Το εμβαδό του παραληλογράμμου ΟΑΓΔ είναι:

$E_{ΟΒΓΔ}= \beta.\upsilon=3\frac{m}{s}.6s=18m$ **(γ)**

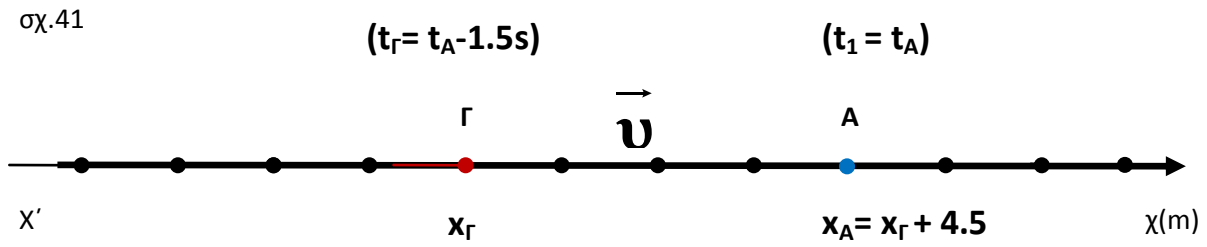
$\Delta x=\upsilon.\Delta t=3\frac{m}{s}.6s=18m$ **(δ)**

Παρατηρούμε ότι το **εμβαδό** του παραλληλογράμμου ΟΑΓΔ ισούται αριθμητικά με την **μετατόπιση** του κινητού στο θεωρούμενο χρονικό διάστημα $\mathbf{0s \le t \le 6s}$**.**

δ.Ισχύει $\Delta x=\upsilon.\Delta t$, $15,6=3.\Delta t$, $\mathbf{\Delta t=5,2s}$ **(ε)**

ε.Το κινητό μετατοπίζεται κατά $\Delta x=4,5m$ και ισχύει $\Delta x=\upsilon.\Delta t$, $4,5=3.\Delta t$, $\mathbf{\Delta t=1,5s}$ **(ε)**

σχ.41



$\Delta t = t_A - t_\Gamma = 1{,}5s$, $t_A - 1{,}5s = t_\Gamma$, $\mathbf{t_A - 1{,}5s = t_\Gamma}$

Άρα το κινητό πέρασε από το σημείο **Γ , 1,5s νωρίτερα** από τη στιγμή κατά την οποία πέρασε από το σημείο Α

23.Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με εξίσωση κίνησης:

$$\mathbf{x=5t \ (x \rightarrow m, \ t \rightarrow s)}$$

τη χρονική στιγμή t=5s η ταχύτητα του σώματος υποδιπλασιάζεται ($\upsilon' = \frac{\upsilon_1}{2}$)

α.Να γράψετε την εξίσωση κίνησης του σώματος για το χρονικό διάστημα $\mathbf{5s \leq t \leq 15s}$.

β.Να παραστήσετε γραφικά τη θέση του σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $\mathbf{0s \leq t \leq 15s}$.

γ.Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα $\mathbf{0s \leq t \leq 15s}$.

δ.Ποια η μετατόπιση του κινητού στο χρονικό διάστημα από $\mathbf{t_1=2s}$ μέχρι την στιγμή $\mathbf{t_2=8s}$.

ε. Ποια η μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα $\mathbf{0s \leq t \leq 15s}$.

Λύση:

Την χρονική στιγμή **t=5s** θέση του σώματος είναι **x=5.5=25m**. Την στιγμή αυτή αλλάζει η ταχύτητα και γίνεται **2,5m/s**.

(Στο σημείο αυτό να τονίσουμε ότι είναι αδύνατον **ακαριαία** η ταχύτητα να μειωθεί στο μισό της αρχικής τιμής. Επομένως η περίπτωση που μελετάμε είναι υποθετική).
Η **νέα** κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή και αρχίζει στη θέση **25m** την στιγμή **5s** έτσι στην εξίσωση κίνησης θέ-τουμε $\mathbf{x_0=25m}$, $\mathbf{t_0=5s}$ οπότε έχουμε:

$$\mathbf{x} = x_0 + \upsilon'(\mathbf{t} - t_0) \ ,$$

$$x=25+2,5(t-5) \quad t \geq 5s. \qquad (\alpha)$$

Συνολικά έχουμε

$$x=\begin{cases} x=5t & 0s \leq t \leq 5s \quad (x \rightarrow m,\ ) \\ x=25+2,5(t-5) & 5\ s \leq t \leq 15s \quad (x \rightarrow m,\ ) \end{cases} \qquad (\beta)$$

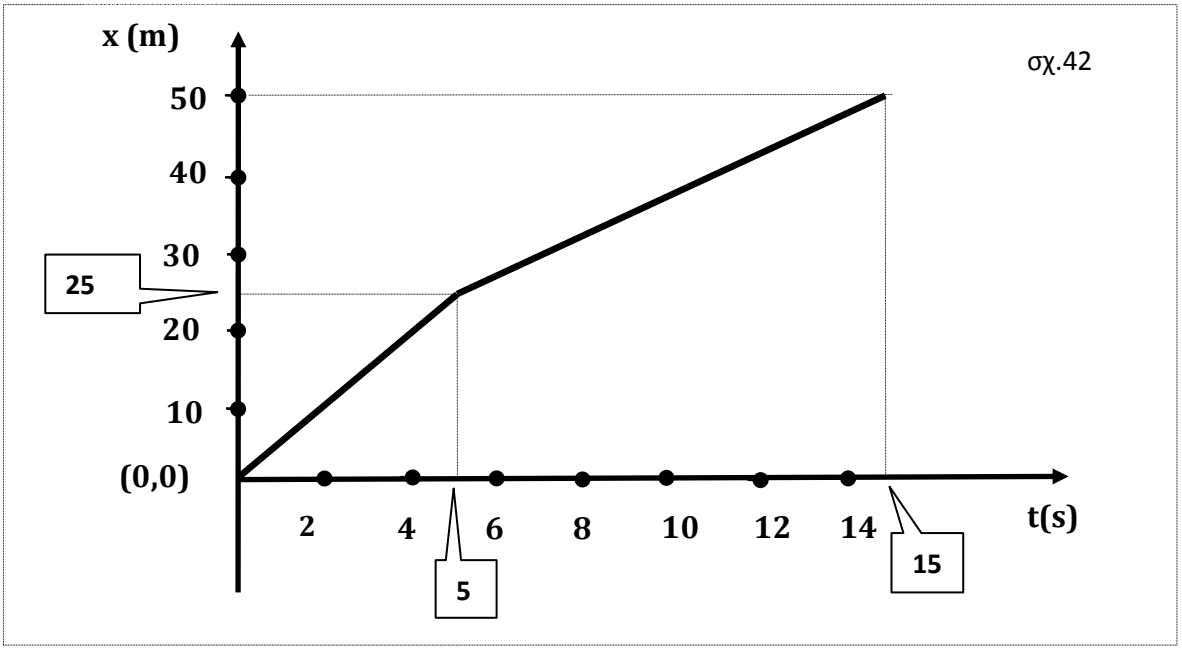
γ.Τα ζεύγη τιμών που προκύπτουν από την εξίσωση κίνησης είναι

t=0s x=0m

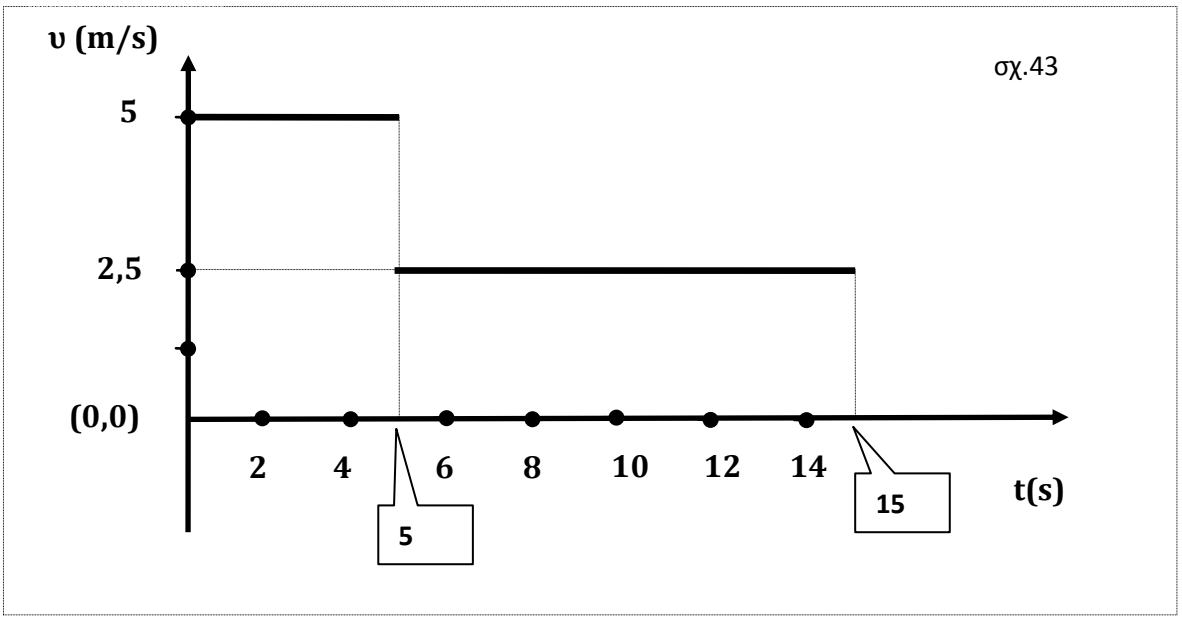
t=5s x=25m

t=15s x=50m

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι



δ. Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



ε.Με βάση την εξίσωση κίνησης έχουμε:

$$\mathbf{x}=\begin{cases} \mathbf{x}=5\mathbf{t} & 0s\leq t\leq 5s \quad (x\rightarrow m,\ ) \\ \mathbf{x}=25+2,5(\mathbf{t}-5) & 5\ s\leq t\leq 15s \quad (x\rightarrow m,\ ) \end{cases}$$

t_1=2s , x_1=5.2=**10m**

t_2=8s , x_2=25+2,5(**t**-5)= 25+2,5(**8**-5)= 25+2,5(**3**)= 25+2,5(**3**)=**32,5m**

Δx=x_2- x_1=32,5-10=22,5m**,** **Δx= =22,5m** **(γ)**

ε. $\upsilon_{\mu}=\frac{S_{ολ}}{t_{ολ}}$**, (δ)**

S=50m , $t_{ολ}$=15s, $\upsilon_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{50}{15}\frac{m}{s}$, $\boxed{\upsilon_{\mu}=\frac{10}{3}\frac{m}{s}}$ **(δ)**

24.Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με εξίσωση κίνησης:

$$x=4t \quad (x \rightarrow m,\ t \rightarrow s)$$

τη χρονική στιγμή **t=5s** η ταχύτητα του σώματος διπλασιάζεται **(υ′=2υ)**

α.Να γράψετε την εξίσωση κίνησης του σώματος για το χρονικό διάστημα **5s≤t≤10s.**

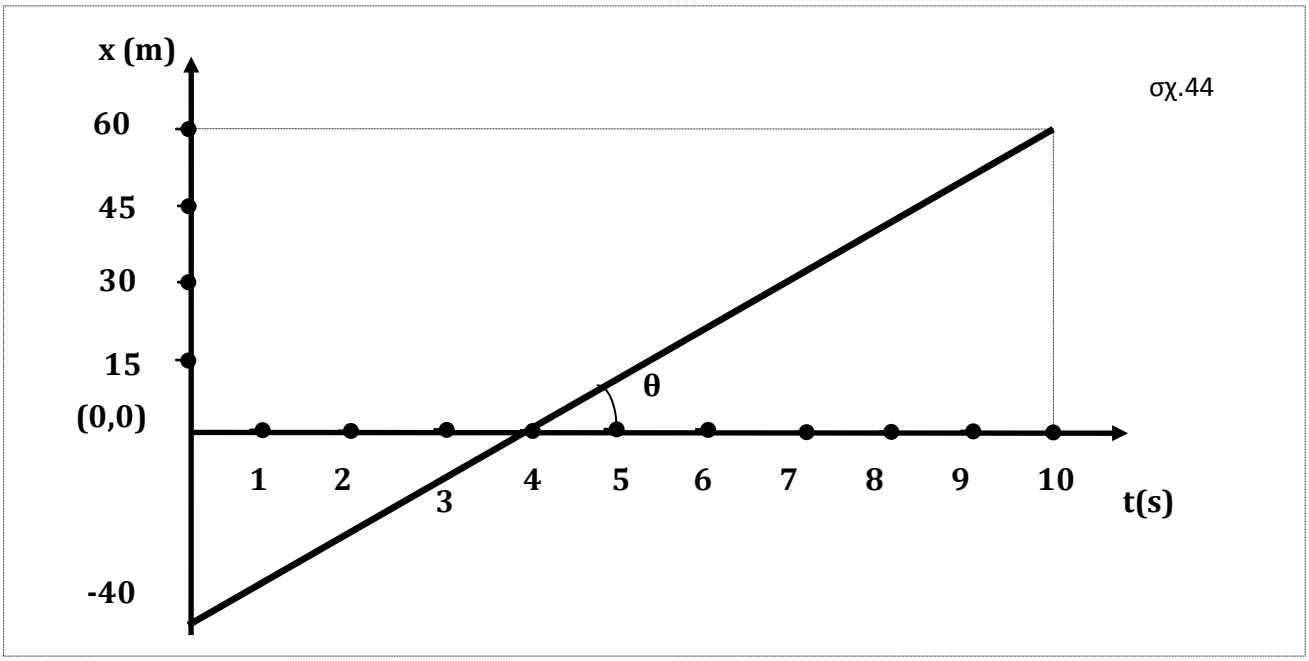
β.Να παραστήσετε γραφικά τη θέση του σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα **0s≤t≤10s.**

γ.Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα **0s≤t≤10s.**

δ.Ποια η μετατόπιση του κινητού στο χρονικό διάστημα από **t_1=2s** μέχρι την στιγμή **t_2=8s.**

ε. Ποια η μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα **0s≤t≤10s.**

26.Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και το διάγραμμα θέσης –χρόνου δίνεται



σχ.44

από το παρακάτω σχήμα.

α.Να γραφεί η εξίσωση κίνησης

β.Σε πόσο χρόνο το κινητό μετατοπίζεται κατά **15,6m**

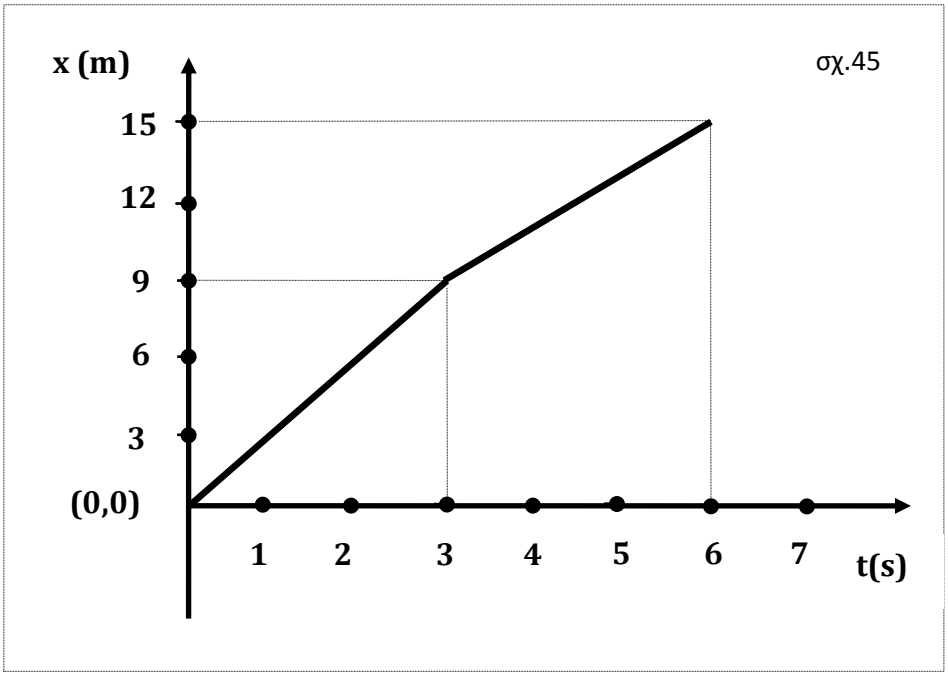
γ.Αν την χρονική στιγμή $\mathbf{t_1}$ το σώμα βρίσκεται στη θέση Α με συντεταγμένη θέσης $\mathbf{x_A}$, πόσα δευτερόλεπτα νωρίτερα πέρασε το σώμα από την θέση Γ που βρίσκεται αριστερά του Α και σε απόσταση **4,5 m** από αυτό.

δ.Πόσος χρόνος απαιτείται για να κινηθεί το σώμα από τη θέση Γ μέχρι τη θέση

Δ η οποία βρίσκεται δεξιά του Γ και σε απόσταση 12 m από αυτό:

ε. Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα **$0s \le t \le 6s$.**

27.Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και το διάγραμμα θέσης –χρόνου δίνεται από το παρακάτω σχήμα.



α.Να γράψετε την εξίσωση κίνησης για το χρονικό διά-στημα

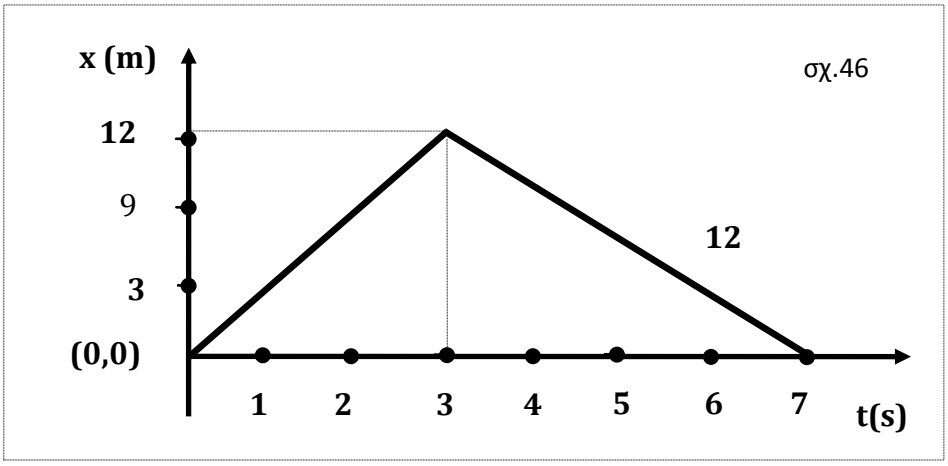
$0s \le t \le 6s$.

β.Να παραστήσε-τε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγε-βρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα **$0s \le t \le 6s$.**

γ. Ποια η μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα **$0s \le t \le 6s$.**

δ.Πόσος χρόνος απαιτείται για να μεταβεί το σημείο από τη θέση **x_1=6m** μέχρι τη θέση **x_2=12m**

28. Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και το διάγραμμα θέσης –χρόνου δίνεται από το παρακάτω σχήμα.(Το κινητό είναι υποθετικό)



α.Να γράψετε την **εξίσωση κίνησης** για το χρονικό διάστημα

0s ≤ t ≤ 7s.

β.Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα **0s ≤ t ≤ 7s.**

γ. Ποια η μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα **0s ≤ t ≤ 7s.**

δ.Ποια χρονική στιγμή το υλικό σημείου περνά από τη θέση **x_1=6m** και σε ποια θέση βρίσκεται το σημείο τη στιγμή **t=6s**

Λύση:

α.Από το διάγραμμα προκύπτουν

t_1=0s x_1=0m

t_2=3s x_2=12m

t_3=7s x_3=0m

Το υλικό σημείο πραγματοποιεί δύο ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις

1η , στο χρονικό διάστημα από 0s έως 3s με ταχύτητα που δίνεται από τη σχέση :

$$\upsilon_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}, \qquad \upsilon_1 = \frac{12-0}{3-0} = 4\frac{m}{s} \qquad \boldsymbol{\upsilon_1 = 4\frac{m}{s}}$$

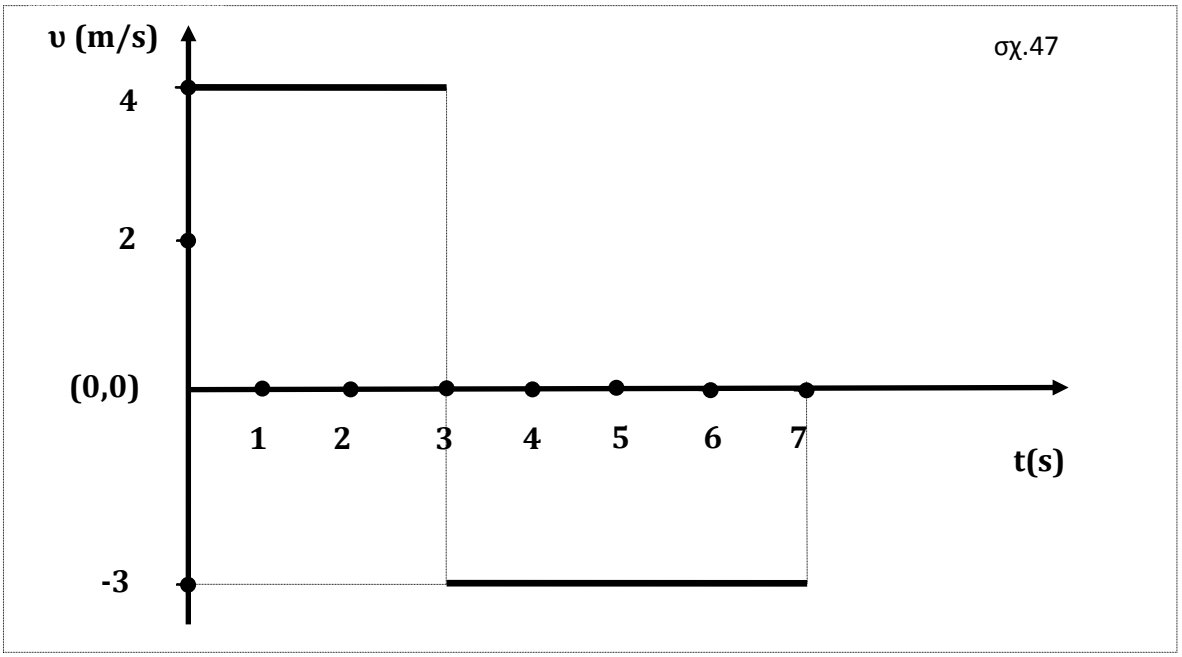
2η , στο χρονικό διάστημα από 3s έως 7s με ταχύτητα που δίνεται από τη σχέση :

$$\upsilon_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} = \frac{0-12}{7-3} = -3\frac{m}{s}, \qquad \boldsymbol{\upsilon_2 = -3\frac{m}{s}}$$

Η εξίσωση κίνησης είναι

$$\mathbf{x} = \begin{cases} \mathbf{x}=4\mathbf{t} & 0s \le t \le 3s \quad (x \to m,\ ) \\ \mathbf{x}=12-3(\mathbf{t}-3) = 21-3\mathbf{t} & 3\ s \le t \le 7s \quad (x \to m,\ ) \end{cases}$$

β. Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



γ. . $\upsilon_\mu = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}}$, **(δ)**

S=12m+12m**=24m , $t_{ολ}$=7s,** $\upsilon_\mu = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{24}{7}\frac{m}{s}$, $\boxed{\boldsymbol{\upsilon_\mu = \frac{24}{7}\frac{m}{s}}}$ **(δ)**

δ.Η εξίσωση κίνησης είναι

$$\mathbf{x} = \begin{cases} \mathbf{x}=4\mathbf{t} & \text{για } t=t_1 \text{ είναι } x_1=6 \text{ άρα } \mathbf{6}=4\mathbf{t_1},\ \mathbf{t_1}=\frac{3}{2}\mathbf{s}=\mathbf{1{,}5s} \quad (\varepsilon) \\ \mathbf{x}=12-3(\mathbf{t}-3) = 21-3\mathbf{t} & \text{για } t=6s \text{ είναι } x=21-3.\mathbf{6} \text{ άρα } \mathbf{x=3\,m} \quad (\sigma\tau) \end{cases}$$

ΚΙΝΗΣΗ ΔΥΟ ΚΙΝΗΤΩΝ.ΜΕΛΕΤΗ ΜΕ ΕΞΙΣΩΞΕΙΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

Έστω δύο κινητά K_1και K_2 πραγματοποιούν **ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις** με εξισώσεις κίνησης

$$\boxed{x_1 = x_{1,0} + \upsilon_1 t \qquad t_0 = 0} \qquad \text{και} \qquad \boxed{x_2 = x_{2,0} + \upsilon_2 t \quad t_0 = 0}$$

σχηματίζουμε την διαφορά :

$$\boxed{x_1 - x_2 = (x_{1,0} - x_{2,0}) + (\upsilon_1 - \upsilon_2)\, t} \qquad \text{και}$$

Αν κάποια χρονική στιγμή t είναι

→ $x_1 - x_2 > 0$ **τότε**

τη στιγμή αυτή το κινητό K_1 προπορεύεται του κινητού K_2, δηλαδή βρίσκεται σε μεγαλύτερη απόσταση από την αρχή Ο , απ΄ ότι το κινητό K_2 και προς τα θετικά του άξονα.

→ $x_1 - x_2 < 0$ **τότε**

τη στιγμή αυτή το κινητό K_2 προπορεύεται του κινητού K_1, δηλαδή βρίσκεται σε μεγαλύτερη απόσταση από την αρχή Ο , απ΄ ότι το κινητό K_1και προς τα θετικά του άξονα.

→ $x_1 - x_2 = 0$ **τότε**

τη στιγμή αυτή το κινητό K_2 συναντιέται με το K_1.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΙΧ

29. Έστω δύο κινητά K_1και K_2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις με εξισώσεις κίνησης

$$x_1 = 12 + 3t \quad (x_1 \to m,\ t \to s) \qquad \text{και} \qquad x_2 = 21 + t \quad (x_1 \to m,\ t \to s)$$

α.Ποιο κινητό προπορεύεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 3s$.

β.Ποια στιγμή το κινητό K_2 προπορεύεται κατά **1m.**

γ.Ποια στγμή το κινητό K_1 προπορεύεται κατά **5m.**

δ.Ποια στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά.

ε.Ποια στιγμή τα δύο κινητά απέχουν απόσταση **6m**

στ. Να κάνετε την γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0s≤t≤7s.**

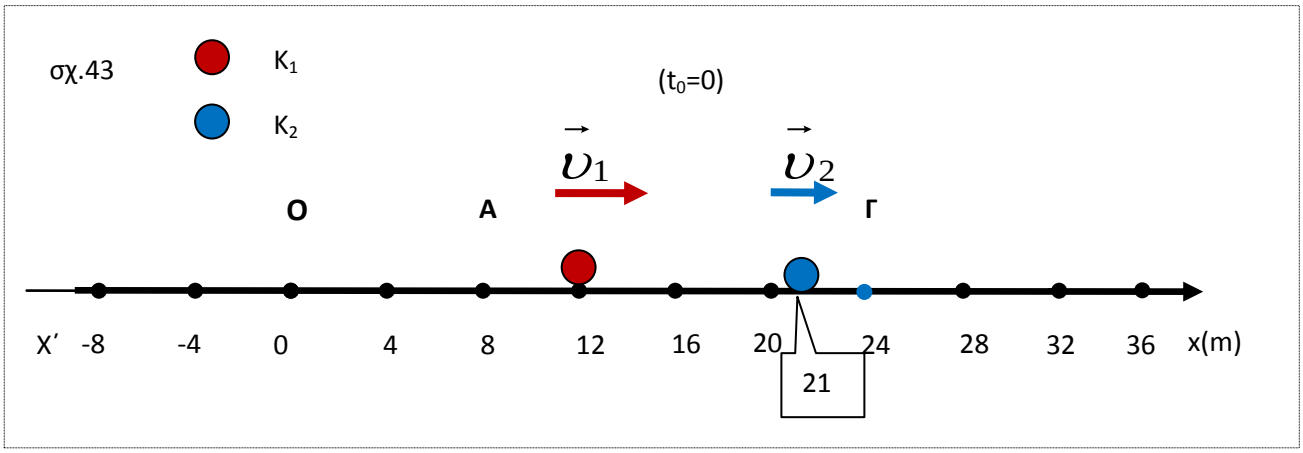
ζ.Να κάνετε την γραφική παράσταση θέσης –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα **0s≤t≤7s.**

η.Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο την διαφορά x_1-x_2

0s≤t≤7s.

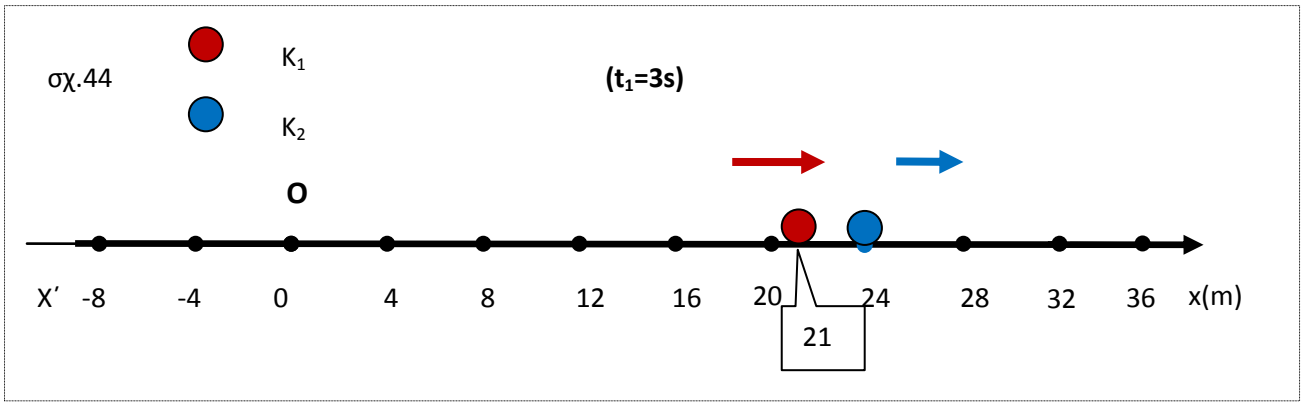
Λύση:

α.Την χρονική στιγμή $\mathbf{t_0=0}$ η εικόνα της ευθείας πάν ω στην οποία κινούνται τα δύο σώματα είναι:



Είναι: $\mathbf{x_1 - x_2}$=(12 –21)+(3 –1) **t** =-9+2t (1)

τη χρονική στιγμή $\mathbf{t_1=3s}$, $\mathbf{x_1 - x_2}$ =-9+2.3= -3m <0, άρα προπορεύεται το κινητό K_2 κατά 3m.Η εικόνα με τα δύο κινητά είναι η παρακάτω.

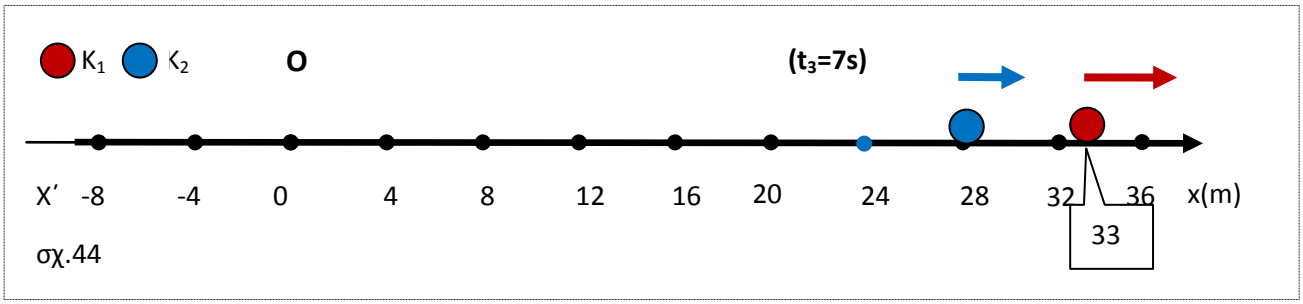


β.Αφού προπορεύεται το κινητό K_2 έχουμε

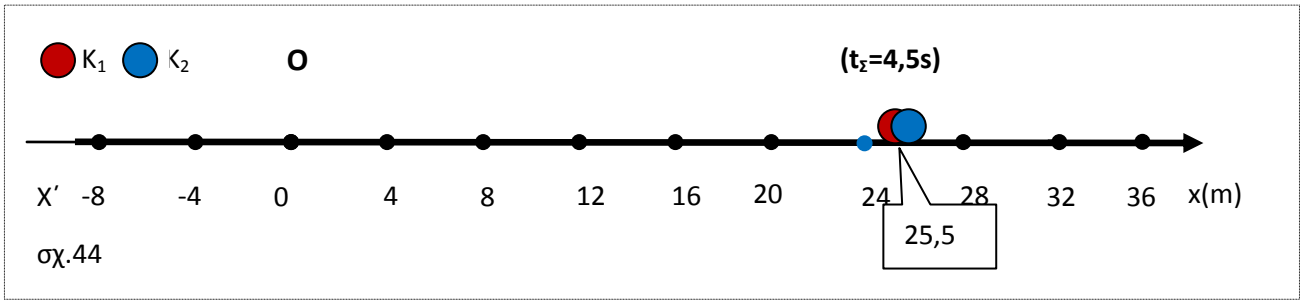
$\mathbf{x_1 - x_2}$=-1m, -9+2t = -1 , $\mathbf{t_2=4s}$ (2)

γ. Προπορεύεται το K_1 κατά 5m.Αρα έχουμε

$\mathbf{x_1 - x_2}$=5, -9+2t = 5 , $\mathbf{t_3=7s}$ (3)



σχ.44



σχ.44

δ. Τ η στιγμή κατά την οποία συναντώνται

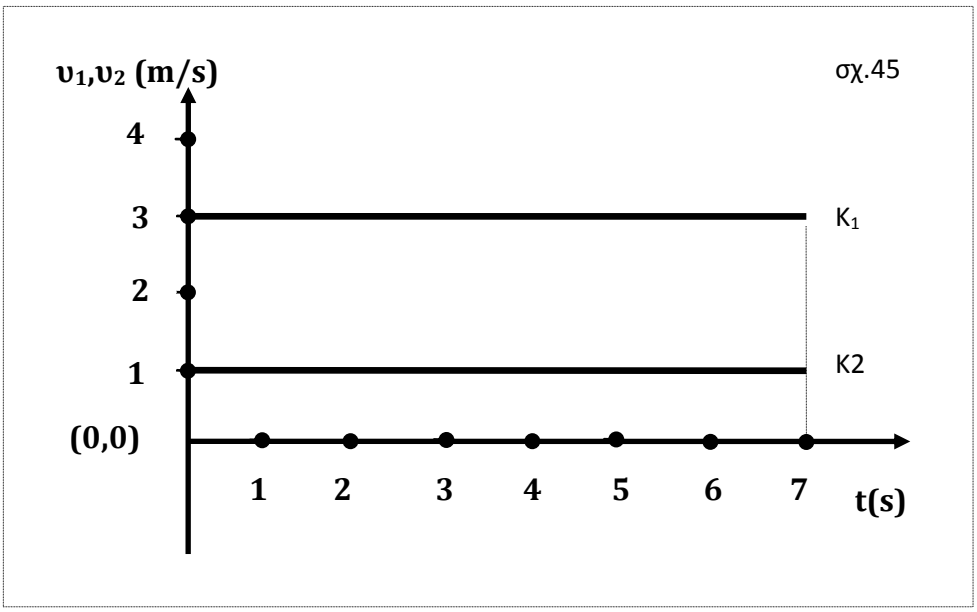
$\mathbf{x_1 - x_2}$=0m, -9+2t = 0 , $\mathbf{t_\Sigma=4,5s}$ (4)

ε.Η απόσταση των δύο σημείων είναι $\mathbf{d_{12}=6m}$ και μπορεί να προηγείται είτε το K_2 , οπότε $\mathbf{x_1 - x_2}$=- 6 m (5)

είτε το K_1 οπότε $\mathbf{x_1 - x_2}$= 6 m (6)

Η (5) καταλήγει στην τιμή **t=1,5s** και η (6) στην τιμή t=5s

στ.



ζ.Δίνοντας τις τιμές στο χρόνο

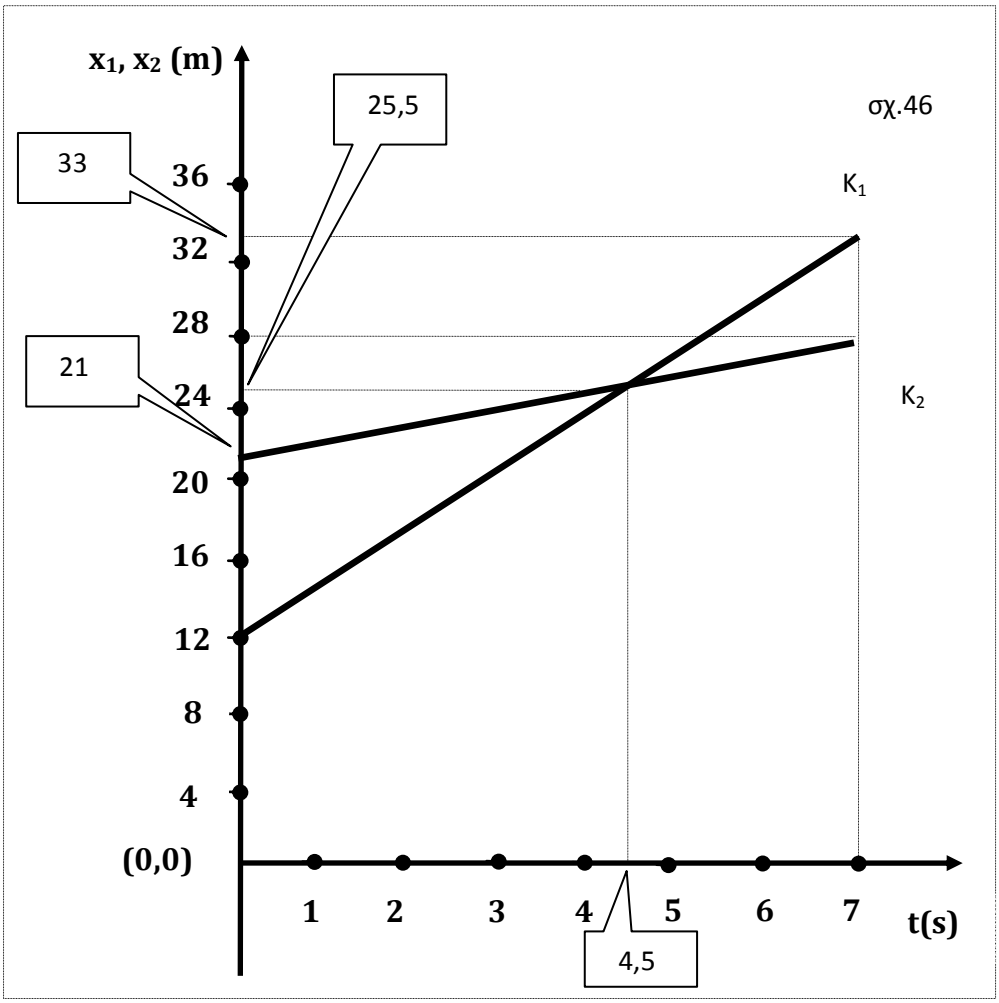
t=0s

t=4,5s

t=7s,

βρίσκουμε τις αντίστοιχες τιμές των

x_1, x_2 και σχεδιάζουμε το διπλανό διάγραμμα

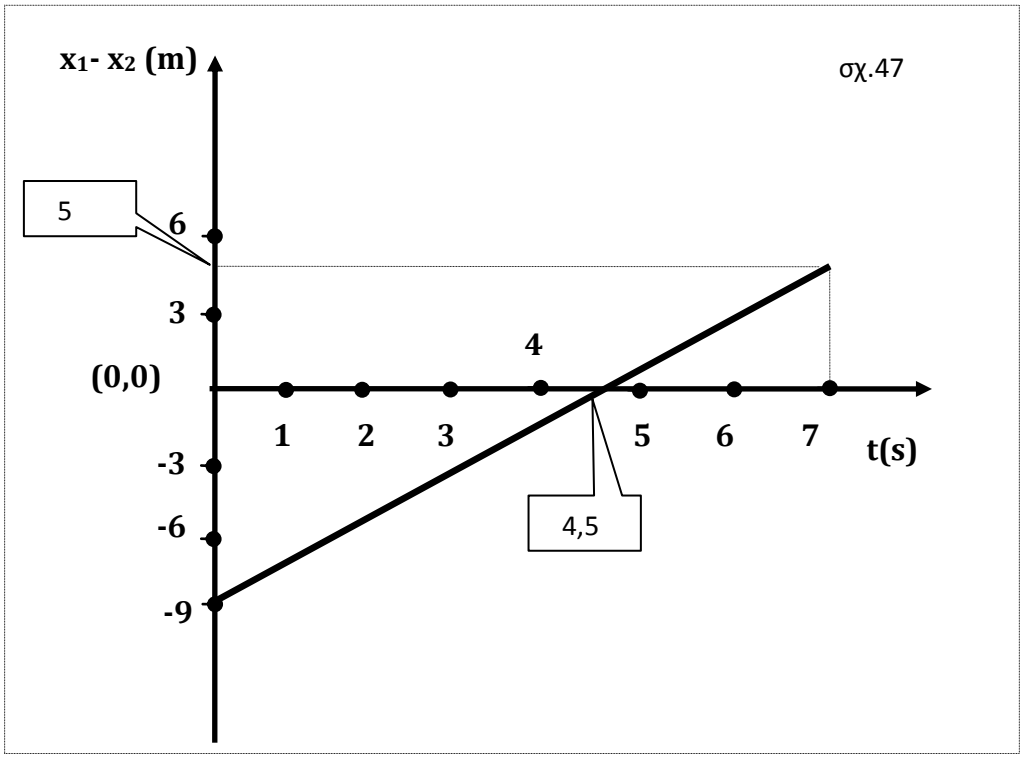


η. $x_1 - x_2 = -9+2t$

$t_0=0$, $x_1 - x_2 = -9+2.0 = -9m$, $x_1 - x_2 = -9m$

$t=4,5s$, $x_1 - x_2 = -9+2.4,5=0m$, $x_1 - x_2 = 0m$

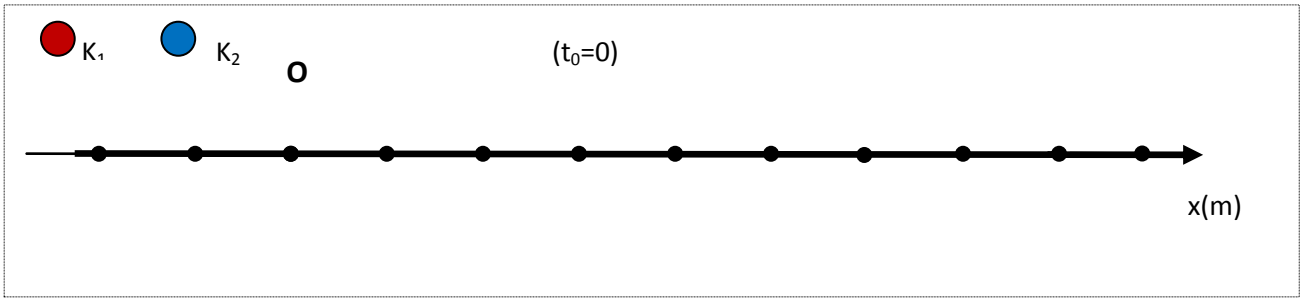
$t=7s$, $x_1 - x_2 = -9+2.7=5m$, $x_1 - x_2 = 5m$



30. Έστω δύο κινητά K_1και K_2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις με εξισώσεις κίνησης

$x_1 = 8+2t$ $(x_1 \rightarrow m,\ t \rightarrow s)$ και $x_2 = 12+4t$ $(x_1 \rightarrow m,\ t \rightarrow s)$

α.Τοποθετήστε τα δύο κινητά στις θέσεις που βρίσκονται την $t_0=0$



β.Ποια η αρχική απόσταση των δύο κινητών .

γ.Ποια στιγμή η απόσταση των δύο κινητών γίνεται διπλάσια της αρχικής;
δ.Θα συναντηθούν κάποια στιγμή τα δύο κινητά; Αν ναι ποια στιγμή θα συμβεί αυτό;
ε. Να κάνετε την γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα $\mathbf{0s \le t \le 5s}$.

στ.Να κάνετε την γραφική παράσταση θέσης –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα $\mathbf{0s \le t \le 5s}$.

ζ.Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο την διαφορά $\mathbf{x_2 - x_1}$

$\mathbf{0s \le t \le 5s}$.

31. Έστω δύο κινητά K_1και K_2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις με εξισώσεις κίνησης

$$x_1 = -10+4t \quad (x_1 \to m,\ t \to s) \quad \text{και} \quad x_2 = 10+2t \quad (x_1 \to m,\ t \to s)$$

α.Ποιο κινητό προπορεύεται τη χρονική στιγμή $\mathbf{t_1 = 4s}$.

β.Ποια στιγμή το κινητό K_2 προπορεύεται κατά **8m.**

γ.Ποια στγμή το κινητό K_1 προπορεύεται κατά **6m.**

δ.Ποια στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά.

ε.Ποια στιγμή τα δύο κινητά απέχουν απόσταση **10m**

στ. Να κάνετε την γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα $\mathbf{0s \le t \le 13s}$.

ζ.Να κάνετε την γραφική παράσταση θέσης –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα $\mathbf{0s \le t \le 13s}$.

η.Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο την διαφορά $\mathbf{x_1 - x_2}$

$\mathbf{0s \le t \le 13s}$.

32. Έστω δύο κινητά K_1και K_2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις με εξισώσεις κίνησης

$$x_1 = 30-3t \quad (x_1 \rightarrow m,\ t \rightarrow s) \qquad \text{και} \qquad x_2 = -10+5t \quad (x_2 \rightarrow m,\ t \rightarrow s)$$

α.Ποιες χρονικές στιγμές τα δύο κινητά διέρχονται από την αρχή του άξονα**.**

β.Ποιο κινητό προπορεύεται την χρονική στιγμή **t=4s** και ποιο την χρονική στιγμή **t=6s**

γ.Ποια στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά και σε ποιο σημείο γίνεται η συνάντηση

δ.Ποιες στιγμές τα δύο κινητά απέχουν απόσταση **16m**.

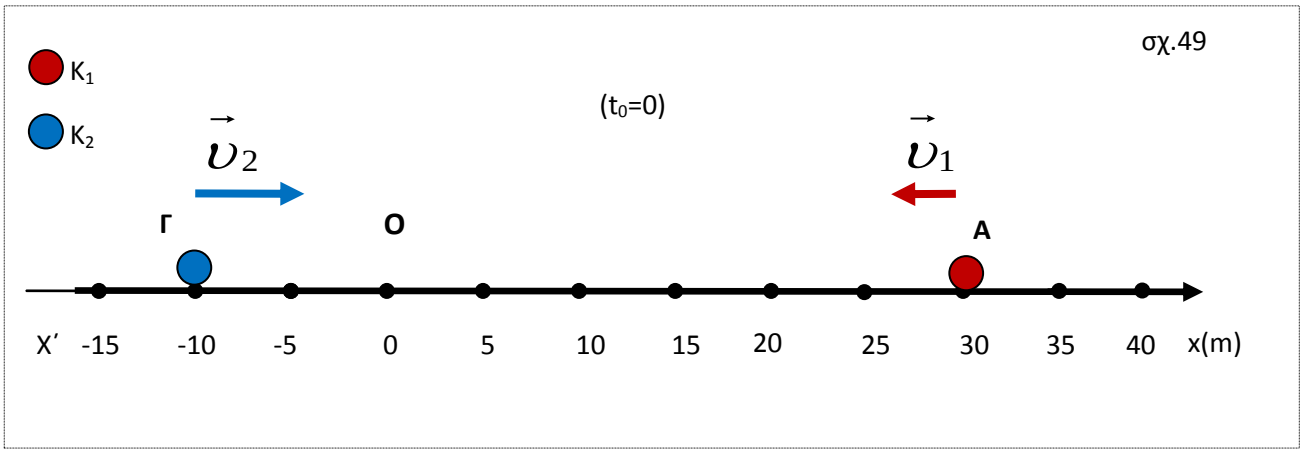
ε. Να κάνετε την γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 6s$.

στ.Να κάνετε την γραφική παράσταση θέσης –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 6s$.

ζ.Να βρείτε την σχέση που δίνει την απόσταση d_{12} των δύο υλικών σημείων σε συνάρτηση με τον χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 6s$.

Λύση:

α.Την χρονική στιγμή $t_0=0$ η εικόνα της ευθείας πάνω στην οποία κινούνται τα δύο σώματα είναι:



Τη στιγμή t_1 το υλικό σημείο K_1 περνά από την αρχή του άξονα πότε έχουμε

$x_1=0$, $30-3\mathbf{t_1}=0$, $\mathbf{t_1=10s}$

Τη στιγμή t_2 το υλικό σημείο K_2 περνά από την αρχή του άξονα πότε έχουμε

$x_2=0$, $-10+5\mathbf{t_1}=0$, $\mathbf{t_1=2s}$

β. $\mathbf{x_1-x_2}=30-3\mathbf{t}-(-10+5\mathbf{t})=40-8t$

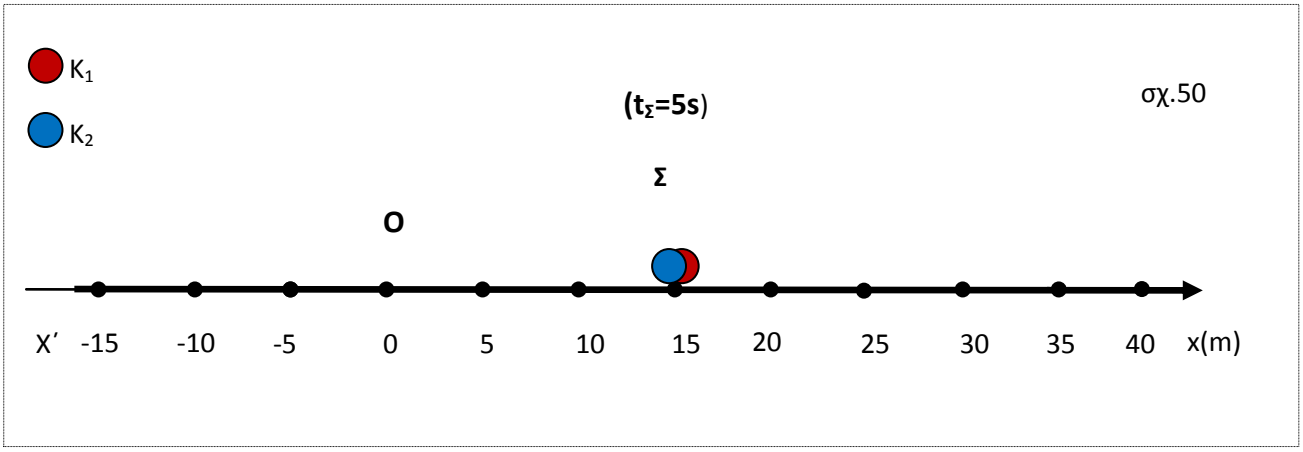
t=4s, $\mathbf{x_1-x_2}=40-8.4=8m>0$ άρα προπορεύεται το κινητό K_1

t=6s, $\mathbf{x_1-x_2}=40-8.6=-8m<0$ άρα προπορεύεται το κινητό K_2

γ. Τα κινητά συναντώνται τη χρονική στιγμή t_Σ στην οποία ισχύει

$\mathbf{x_1=x_2}$, $30-3\mathbf{t_\Sigma}=-10+5\mathbf{t_\Sigma}$, $40=8t_\Sigma$, $\mathbf{t_\Sigma=5s}$

η συνάντηση γίνεται στη θέση $\mathbf{x_1=x_2=}-10+5.\mathbf{5=15m}$



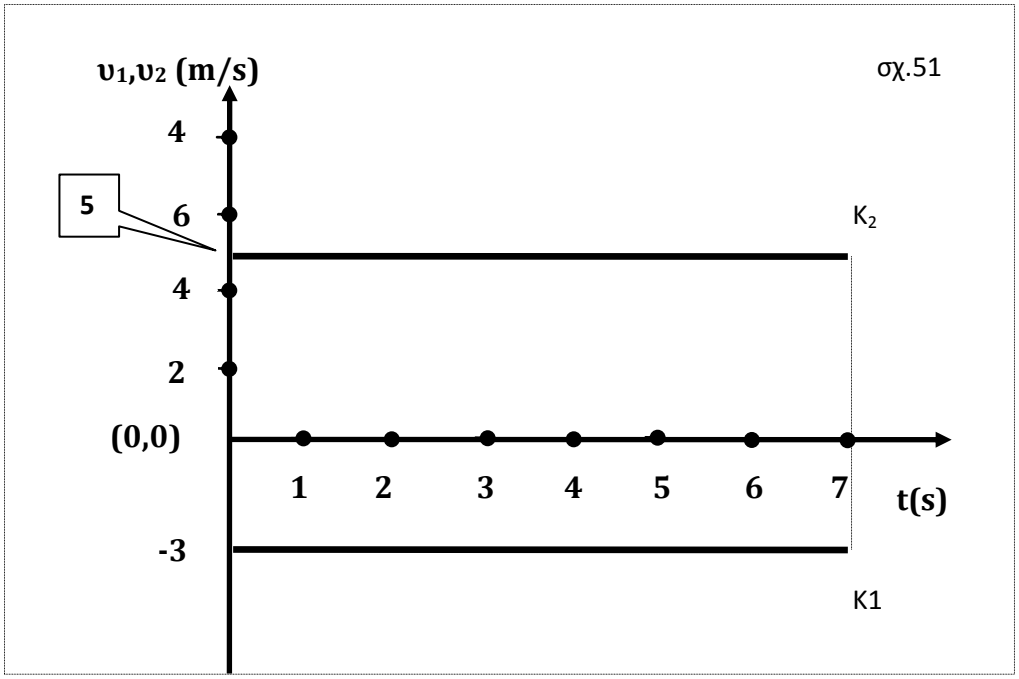
δ. $d_{12}=|x_1-x_2|$, $16=|x_1-x_2|$,

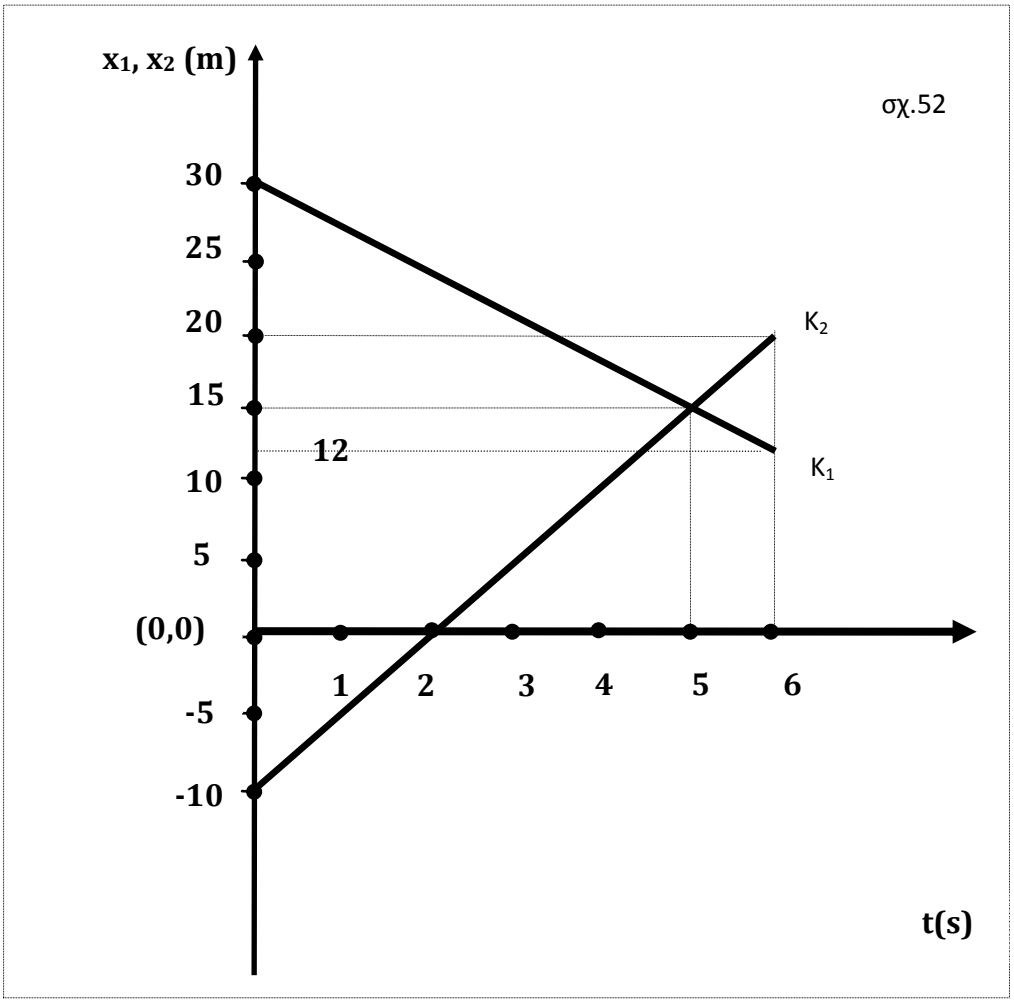
$x_1-x_2=16$ ή $x_1-x_2=-16$

$40-8t=16$ ή $40-8t=-16$

t=3s ή **t=7s**

ε.Διάγραμμα αλγεβρικών τιμών ταχυτήτων με χρόνο





στ.Δίνοντας τις τιμές στο χρόνο **t=0s, t=5s ,t=6s,** βρίσκουμε τις αντίστοιχες τιμές των x_1, x_2 και σχεδιάζουμε το διπλανό διάγραμμα

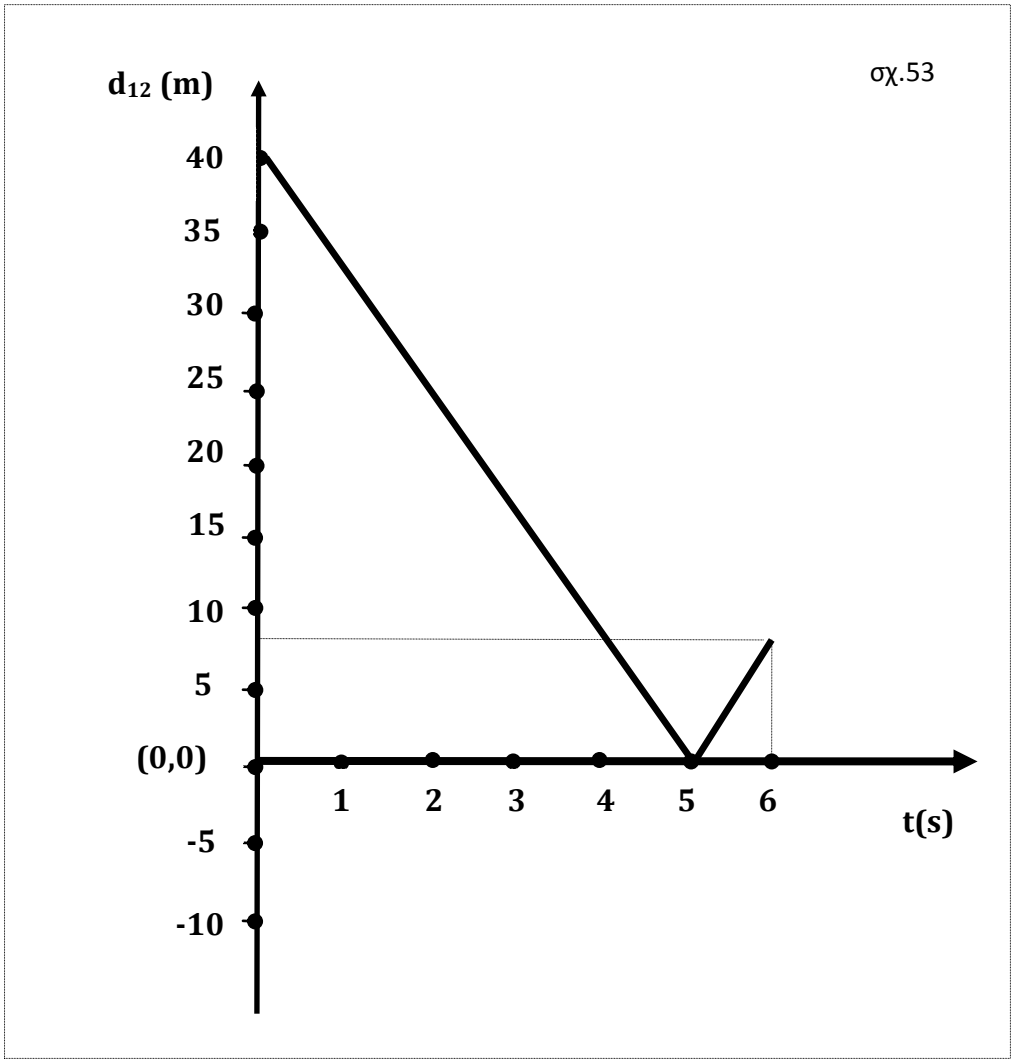
ζ.

$d_{12}=|x_1-x_2|=|40-8t|$

t_0=0 $d_{12}=|40-8t|=|40-8.0|=40m$

t=5s, $d_{12}=|40-8t|=|40-8.5|=0m$

t=6s, $d_{12}=|40-8t|=|40-8.6|=|-8|=8m$



33. Έστω δύο κινητά K_1και K_2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις με εξισώσεις κίνησης

$$x_1 = -20+5t \quad (x_1 \rightarrow m,\ t \rightarrow s) \qquad \text{και} \qquad x_2 = 40-5t \quad (x_2 \rightarrow m,\ t \rightarrow s)$$

α.Όταν το ένα κινητό διέρχεται από την αρχή του άξονα σε ποια θέση βρίσκεται το άλλο κινητό.

β.Ποιο κινητό προπορεύεται την χρονική στιγμή **t=4s** και ποιο την χρονική στιγμή **t=8s**

γ.Ποια στιγμή συναντώνται τα δύο κινητά και σε ποιο σημείο γίνεται η συνάντηση

δ.Ποιες στιγμές τα δύο κινητά απέχουν απόσταση **30m**.

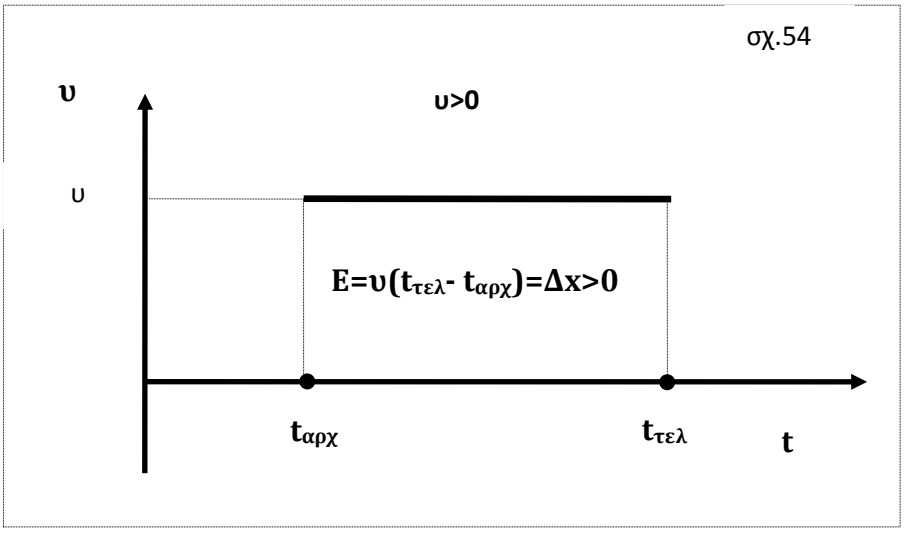
ε. Να κάνετε την γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 8s$.

στ.Να κάνετε την γραφική παράσταση θέσης –χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων και για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 8s$.

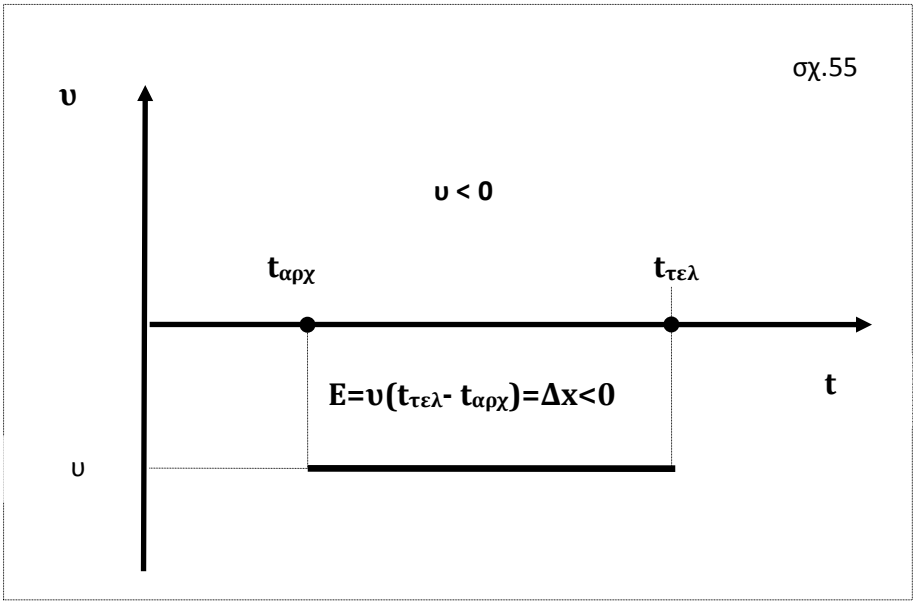
ζ.Να βρείτε την σχέση που δίνει την απόσταση d_{12} των δύο υλικών σημείων σε συνάρτηση με τον χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 8s$.

ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ –ΧΡΟΝΟΥ
και
ΘΕΣΗΣ – ΧΡΟΝΟΥ.
ΦΥΣΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ του ΕΜΒΑΔΟΥ και της ΚΛΙΣΗΣ

Διάγραμμα αλγεβρικής τιμής ταχύτητας –χρόνου.Φυσική σημασία του εμβαδου.



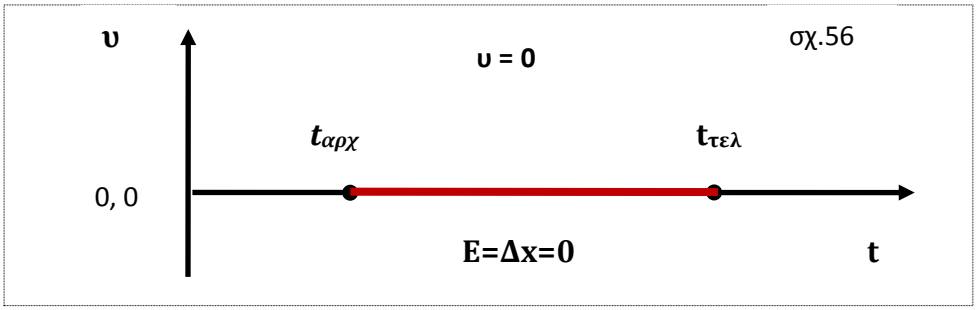
Επειδή η ταχύτητα είναι **σταθερή**, το διά-γραμμα **αλγεβρικής τιμής ταχύτητας** – χρόνου είναι μια **ευ-θεία γραμμή παράλ-ληλη στον άξονα του χρόνου**, όπως ήδη έ-χουμε δει στις εφαρ-μογές που προηγήθη-καν.Η γραμμή αυτή βρίσκε-ται **πάνω από** τον οριζόντιο άξονα (άξονα του χρόνου) όταν η ταχύτητα είναι **θετική** και **κάτω από αυτόν** όταν η ταχύτητα είναι **αρνητική**.



Τοεμβαδό του πα-ραλληλογράμμου που ορίζεται από την ευ-θεία που αποδίδει γραφικά την αλγε-βρική τιμή της τα-χύτητας ,τον άξονα του χρόνου και τα χρονικά όρια $t_{αρχ}$, $t_{τελ}$, της κίνησης **ισούται αριθμητικά** με τη μετατόπιση του κι-νητού.

Πράγματι: $E=υ(t_{τελ}- t_{αρχ})=Δx$

Παρατήρηση:Όταν ένα υλικό σημείο παραμένει **ακίνητο** η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι μια **ευθεία** γραμμή η οποία βρί-σκεται **πάνω** στον άξονα του χρόνου.



σχ.56

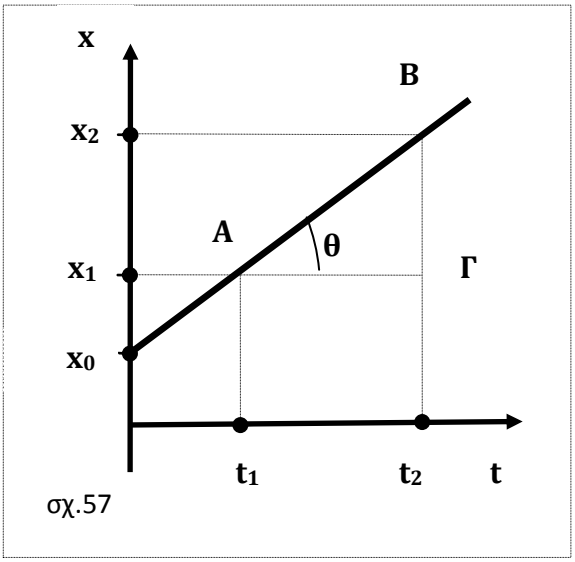
Διάγραμμα θέσης –χρόνου.Φυσική σημασία της κλίσης

Η σχέση που δίνει τη θέση του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο δηλαδή η εξί-σωση κίνησης είναι **πρώτου βαθμού** ως προς τον χρόνο και κατά συνέπεια η γραφική παράσταση της θέση σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι **ευθεία γραμμή.**

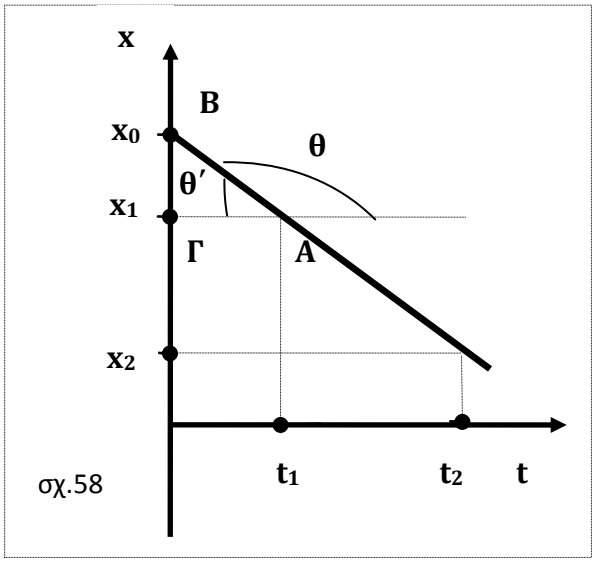
Η ευθεία αυτή είναι **«ανοδική»** όταν το κινητό έχει **θετική** ταχύτητα και **«καθο-δική»** όταν η ταχύτητα είναι **αρνητική.**Για χάρη απλότητας θα θεωρήσουμε ότι $t_0=0$ οπότε η εξίσωση κίνησης είναι:

$$x=x_0+\upsilon t \qquad \text{π.χ.}$$

$x=10+5t$ **(S.I.)** **ή** $x=20-4t$ **(S.I.)**



σχ.57



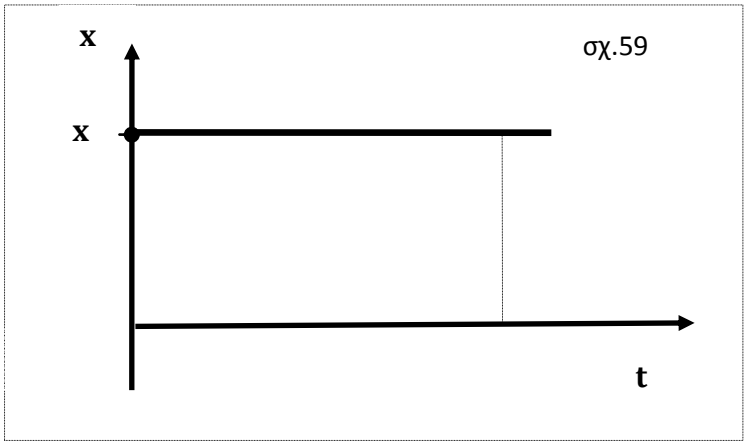
σχ.58

Από τα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι η **κλίση της ευθείας** είναι ο αριθμός που δείχνει πόσο απότομα **«ανεβαίνει »** η **«κατεβαίνει» η** ευθεία .Ισούται και με τον **συντελεστή** του χρόνου στη σχέση $\mathbf{x}=x_0+\upsilon\mathbf{t}$ που στην περίπτωσή μας είναι η **αλγεβρική τιμή της ταχύτητας** αλλά υπολογίζεται και μέσω της εφαπτομένης της γωνίας θ .Δηλαδή **κλίση = εφθ**

Στο σχήμα 57 κλίση = εφθ= $\dfrac{\mathbf{B\Gamma}}{\mathbf{A\Gamma}} = \dfrac{\mathbf{x_2 - x_1}}{\mathbf{t_2 - t_1}} = \boldsymbol{\upsilon > 0}$

Στο σχήμα 58 κλίση = εφθ= - εφθ΄ $= -\dfrac{\mathbf{B\Gamma}}{\mathbf{A\Gamma}} = -\dfrac{\mathbf{x_1 - x_2}}{\mathbf{t_2 - t_1}} = \dfrac{\mathbf{x_2 - x_1}}{\mathbf{t_2 - t_1}} = \boldsymbol{\upsilon < 0}$

Παρατήρηση:Όταν ένα υλικό σημείο παραμένει ακίνητο η γραφική παράσταση της θέσης σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι μια ευθεία γραμμή η οποία είναι πα-ράλληλη στον άξονα του χρόνου.

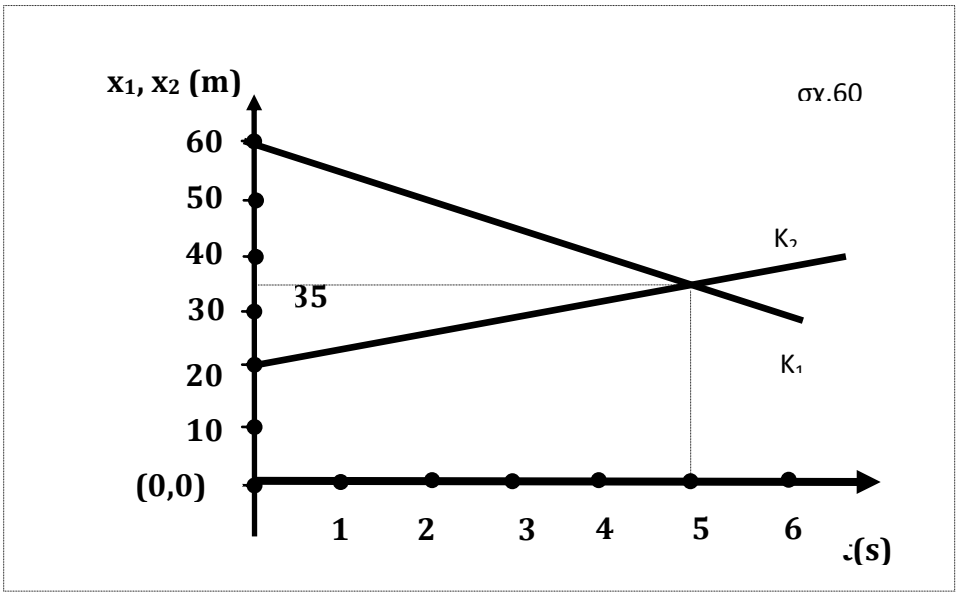


σχ.59

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ Χ

34. Έστω δύο κινητά K_1και K_2 πραγματο-ποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις .Το κοινό διάγραμμα θέσης-χρόνου για τα δύο κινητά είναι το διπλανό.

α.Να υπολογίσετε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο



σχ.60

κινητών .

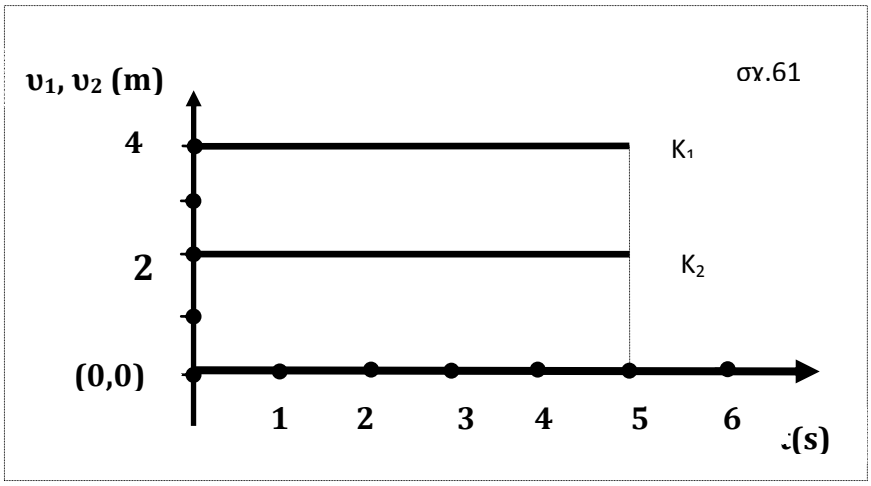
β.Ποια η απόσταση των δύο σωμάτων τις χρονικές στιγμές t_1**=3s** και t_2**=7s**

γ.Ποια χρονική στιγμή τα δύο κινητά απέχουν απόσταση **10m.**

δ.Όταν το κινητό K_1 περνά από την αρχή του άξονα που βρίσκεται το κινητό K_2

ε.Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με τον χρόνο τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο κινητών

35. Έστω δύο κινητά K_1 και K_2 πραγματοποιούν ευθύγραμμες ομαλές κινή-σεις .Το κοινό διάγραμμα θέσης-χρόνου για τα δύο κινητά είναι το διπλανό.Τη χρονική στιγμή t_0 =0 τα δύο κινητά απέχουν απόσταση 10m. Την χρονική στιγμή t_Σ τα δύο κινητά συναντώνται.



α.Αν την χρονική στιγμή t_0 **=0** το κινητό K_1 βρίσκεται στη αρχή του άξονα να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης των δύο κινητών.

β.Να κάνετε το κοινό **διάγραμμα θέσης –χρόνου** για τα δύο κινητά από τη χρονική στιγμή t_0 **=0** έως τη χρονική στιγμή t_Σ

ΑΛΛΑΓΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Από το διάγραμμα (x-t) κατασκευάζουμε το διάγραμμα (υ-t)

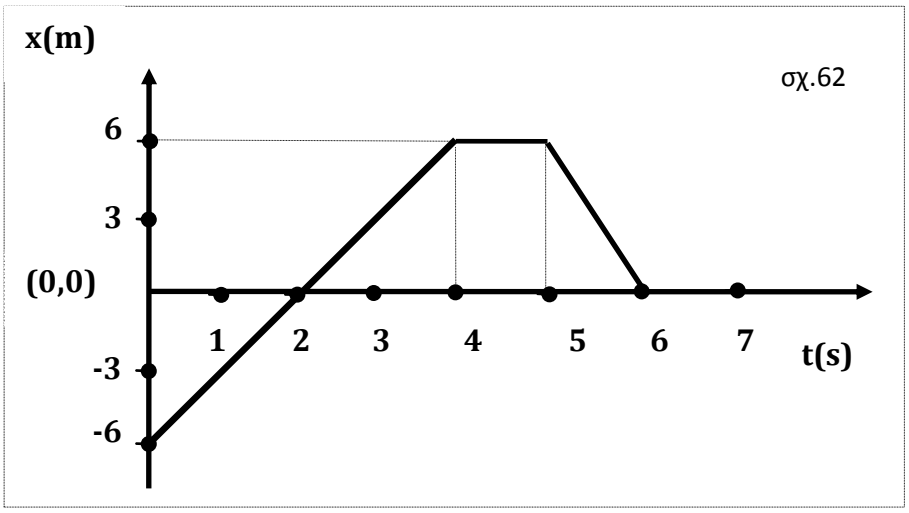
37.Το διάγραμμα θέσης – χρόνου για ένα υλικό σημείο που κινείται ευθύγραμμα είναι το διπλανό (η κίνηση είναι υποθετική).

α.Να υπολογίσετε τις αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού στα διάφορα χρονικά διαστήματα.

β.Να κάνετε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για όλη τη διάρκεια της κίνησης.

γ.Ν υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα από 0s

έως 6s.



δ.Να γράψετε την χρονική εξίσωση της θέσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 6s$

Λύση:

α.Από τη χρονική στιγμή t_0**=0s** μέχρι την χρονική στιγμή t_1**=4s** το υλικό σημείο πραγματοποιεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση** προς την **θετική** κατεύθυνση με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής υ_1.

Από τη χρονική στιγμή t_1**=4s** μέχρι την χρονική στιγμή t_4**=5s** το υλικό σημείο παραμένει **ακίνητο(υ_2=0)** στη θέση **x=6m**,(η ακαριαία μετάβαση από την κίνηση στην ακινησία δεν είναι δυνατή και για το λόγο αυτό το διάγραμμα περιγράφει μία υποθετική κίνηση)

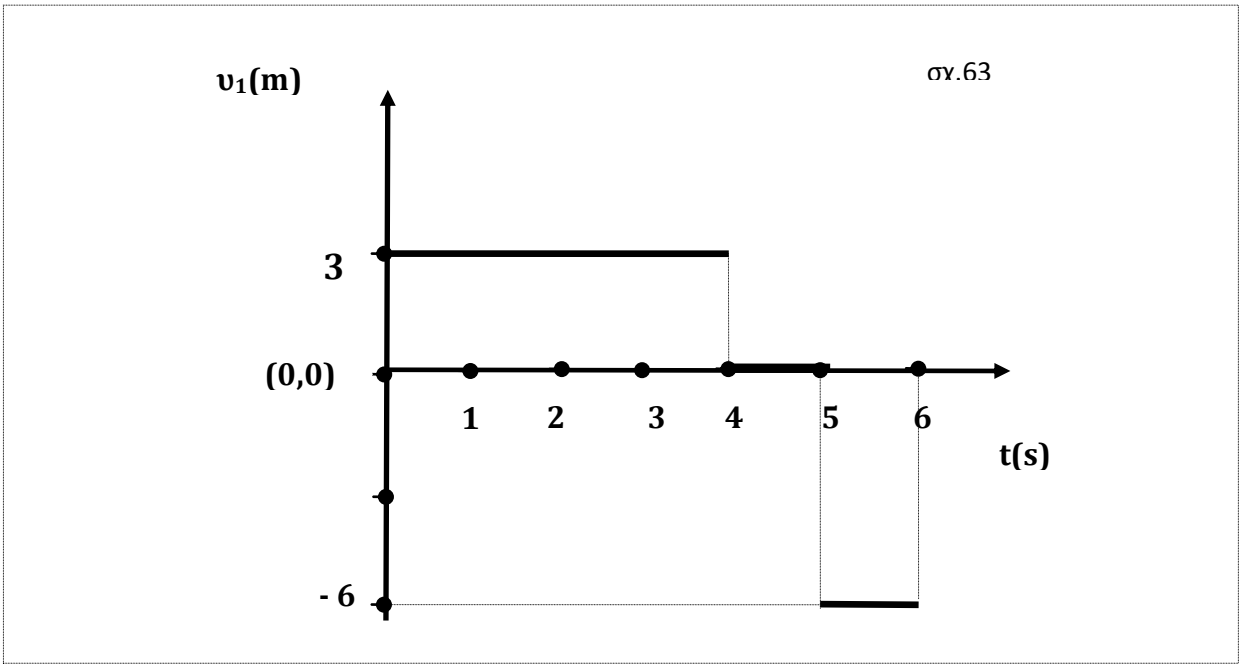
Από τη χρονική στιγμή t_2**=5s** μέχρι την χρονική στιγμή t_3**=6s** ,το υλικό σημείο πραγματοποιεί **ευθύγραμμη ομαλή** κίνηση προς την αρνητική κατεύθυνση ,με με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής υ_3.

Υπολογίζουμε τις τιμές **υ1, υ3**

$$\upsilon_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_0 - x_1}{t_0 - t_1}, \quad \upsilon_1 = \frac{6m - (-6m)}{4s - 0s} = \frac{6m + 6m}{4s} = \frac{12m}{4s} = 3\frac{m}{s}, \quad \boldsymbol{\upsilon_1 = 3\frac{m}{s}} \quad \textbf{(α)}$$

$$\upsilon_3 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} = \frac{0 - 6m}{6s - 5s} = -6\frac{m}{s}, \quad \boldsymbol{\upsilon_3 = -6\frac{m}{s}} \quad \textbf{(β)}$$

β.Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



γ. $\upsilon_\mu = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}}$, **(δ)**

S=12m+0μ+6m**=18m** , **$t_{ολ}$=6s,** $\upsilon_\mu = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{18}{6}\frac{m}{s}$, $\boxed{\boldsymbol{\upsilon_\mu = 3\frac{m}{s}}}$ **(ε)**

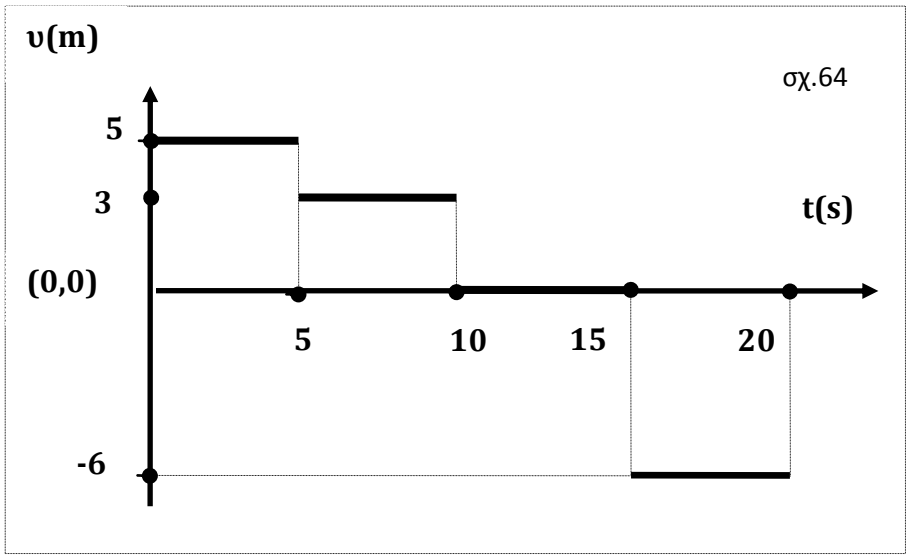
x=- 6+3t $0 \le t \le 4s$ $(x \to m)$

δ. **x=**6m $4 \le t \le 5s$

x= 6 - 3t $5 \le t \le 6s$ $(x \to m)$

Από το διάγραμμα (υ-t) κατασκευάζουμε το διάγραμμα (χ-t)

36.Το διάγραμμα αλγεβρικής τιμής ταχύτητας – χρόνου για ένα υλικό σημείο που κινείται ευθύγραμμα είναι το διπλανό (η κίνηση είναι υποθετική).Τη χρονική στιγμή t_0**=0** το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση x_0**=-25m**



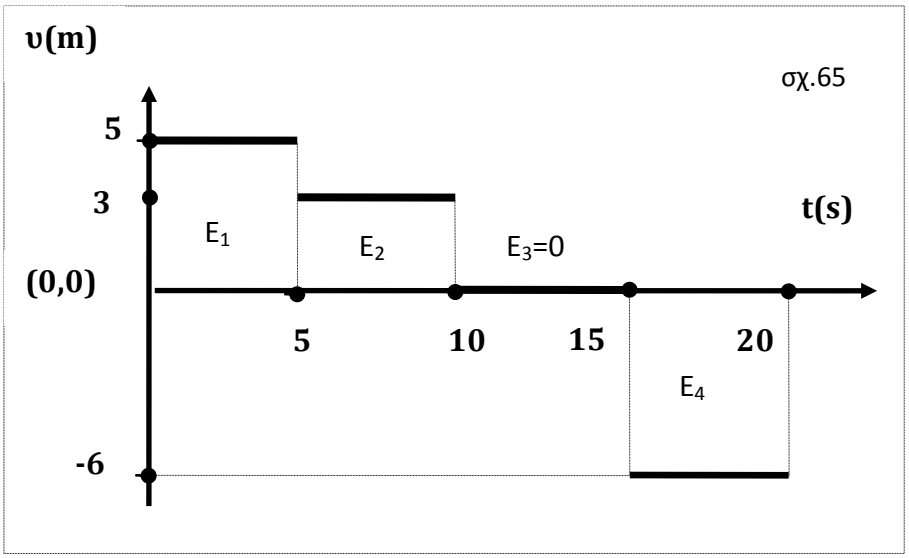
α.Να προσδιορίσετε τις θέσεις του κινητού τις χρονικές στιγμές **5s, 10s, 15s,20s** υπολογίσετε τις αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού στα διάφορα χρονικά διαστήματα.

β.Να κάνετε το διάγραμμα θέσης- χρόνου για το χρονικό διάστημα **0s ≤ t ≤ 20s**

γ.Ν υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα από **0s έως 20s.**

δ.Να γράψετε την χρονική εξίσωση της θέσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα **0s ≤ t ≤ 20s**

Λύση:Καθένα από τα εμβαδά E_1, E_2, E_3, E_4 ισούται αριθμητικά με τις



μετατοπίσεις Δx_1 ,Δx_2, Δx_3, Δx_4 αντίστοιχα.Δηλαδή έχουμε:

$E_1= \Delta x_1$, $E_2= \Delta x_2$, $E_3= \Delta x_3$, $E_4= \Delta x_4$

Η αντιστοιχία χρονικών στιγμών και θέσεων είναι:

$\mathbf{t_0}$=0s , $\mathbf{x_0}$=-25m

$\mathbf{t_0}$=5s , $\mathbf{x_1}$

$\mathbf{t_2}$=10s , $\mathbf{x_2}$

$\mathbf{t_3}$=15s , $\mathbf{x_3}$

$\mathbf{t_3}$=20s , $\mathbf{x_4}$

Η σχέση που συνδέει κάθε επόμενη θέση με την προηγούμενη είναι

$\mathbf{x_{τελ} = x_{αρχ} + \Delta x}$ **ή** $\mathbf{x_{τελ} = x_{αρχ} + E}$

αυτό είναι άμεση συνέπεια της $\mathbf{\Delta x = x_{τελ} - x_{αρχ}}$

Έτσι έχουμε:

$\mathbf{x_1 = - 25 + E_1}$

$x_1 = x_0 + \Delta x_1$, $x_1 = x_0 + E_1$, $x_1 = - 25 + E_1$, $x_1 = - 25 + \beta\upsilon$, $x_1 = - 25 + 5.5 = 0$, $\mathbf{x_1 = 0m}$

$\mathbf{x_2 = x_1 + E_2}$

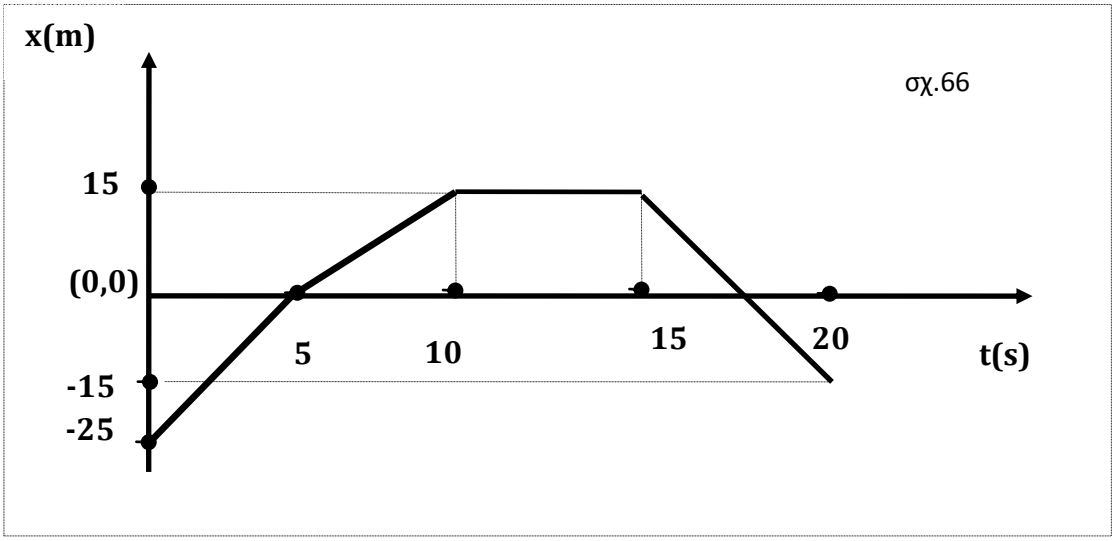
$x_2 = 0 + E_2$, $x_2 = \beta\upsilon$, $x_2 = 3.5 = 15$, $\mathbf{x_2 = 15m}$

$\mathbf{x_3 = x_2 + E_3}$

$x_3 = 15 + 0$, $\mathbf{x_3 = 15m}$

$\mathbf{x_4 = x_3 + E_4}$

$x_4 = x_3 + \beta\upsilon$, $x_4 = 15 + (-6.5) = 0$, $x_4 = 15 - 30$, $\mathbf{x_4 = -15m}$



γ. $\upsilon_{\mu} = \frac{S_{o\lambda}}{t_{o\lambda}}$ **,**

S=25m+15m+30m=**70m ,** **$t_{o\lambda}$=20s,** $\upsilon_{\mu} = \frac{S_{o\lambda}}{t_{o\lambda}} = \frac{70}{20}\frac{m}{s}$ **,** $\boxed{\upsilon_{\mu}=3,5\frac{m}{s}}$

	x=- 25+5t	$0 \le t \le 5s$	$(x \to m)$
δ.	**x=**0+3(t-5)	$5s \le t \le 10s$	$(x \to m)$
	x= 15m	$10s \le t \le 15s$	$(x \to m)$
	x=15-6(t -15)	$15s \le t \le 20s$	$(x \to m)$

ΜΕΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΙΙ

37.Υλικό σημείο κινείται **ευθύγραμμα και ομαλά** για χρονικό διάστημα **Δt_1=3s** με ταχύτητα μέτρου **υ_1=2m/s.** Στη συνέχεια ,χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης ,κινείται επίσης ευθύγραμμα και ομαλά , για χρονικό διάστημα **Δt_2=4s** με ταχύτητα μέτρου **υ_2=4m/s.** Να υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του υλικού σημείου.

Λύση:Στο χρονικό διάστημα Δt_1=3s το διανυόμενο διάστημα είναι:

$S_1=\upsilon_1 \Delta t_1$, S_1=2.3= 6m

και στο χρονικό διάστημα Δt_2=4s το διανυόμενο διάστημα είναι:

$S_2=\upsilon_2 \Delta t_2$, S_2=4.4=24m

$S_{ολ}= S_1+ S_2$=6m +24m=30m **$S_{ολ}$=30m**

$\Delta t_{ολ}= \Delta t_1+ \Delta t_2$=3s +4s=7s **$\Delta t_{ολ}$= 7s**

$$\upsilon_\mu = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}},$$

$$\upsilon_\mu = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{30}{7}\frac{m}{s}, \qquad \boxed{\upsilon_\mu = \frac{30}{7}\frac{m}{s}}$$

Παρατήρηση:

Μπορούμε να γράψουμε ένα γενικό τύπο για τη μέση ταχύτητα σρ ανάλογες περιπτώσεις.

$$\upsilon_\mu = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} \quad , \quad \upsilon_\mu = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\upsilon_1 \Delta t_1 + \upsilon_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

Παραλλαγή στο ίδιο θέμα

Υλικό σημείο κινείται **ευθύγραμμα και ομαλά** για χρονικό διάστημα **Δt_1=5s** με ταχύτητα μέτρου **υ_1=2m/s.** Στη συνέχεια ,χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης ,κινείται επίσης ευθύγραμμα και ομαλά , για χρονικό διάστημα **Δt_2=10s** ,με ταχύτητα μέτρου **υ_2.** Να υπολογίσετε την τιμή της **υ_2 αν η μέση ταχύτητα** στην διάρκεια του συνολικού χρόνου **$\Delta t_1+ \Delta t_2$=15s, είναι** ίση με **5m/s.**

38.Υλικό σημείο κινείται **ευθύγραμμα και ομαλά** για χρονικό διάστημα **Δt_1** με ταχύτητα μέτρου **$\upsilon_1=2\upsilon$** Στη συνέχεια ,χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης ,κινείται επίσης ευθύγραμμα και ομαλά , για χρονικό διάστημα **$\Delta t_2=3\ \Delta t_1$**με ταχύτητα μέτρου **$\upsilon_2=\upsilon$.** Να υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του υλικού σημείου σε συνάρτηση με τη τιμή **υ**.

Λύση:

Εφαρμόζουμε την σχέση: $\upsilon_\mu = \dfrac{S_1+S_2}{\Delta t_1+\Delta t_2} = \dfrac{\upsilon_1\Delta t_1+\upsilon_2\Delta t_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}$

$$\upsilon_\mu = \frac{S_1+S_2}{\Delta t_1+\Delta t_2} = \frac{2\upsilon\Delta t_1+\upsilon 3\Delta t_1}{\Delta t_1+3\Delta t_1}\ ,\quad \upsilon_\mu = \frac{2\upsilon\Delta t_1+\upsilon 3\Delta t_1}{\Delta t_1+3\Delta t_1} = \frac{5\upsilon\Delta t_1}{4\Delta t_1} = 1.25\upsilon$$

$\upsilon_\mu = 1,25\upsilon$

39. Υλικό σημείο κινείται **ευθύγραμμα και ομαλά** για χρονικό διάστημα **Δt_1** με ταχύτητα μέτρου **$\upsilon_1=\upsilon$** διανύοντας διάστημα **S** .Στη συνέχεια ,χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης ,κινείται επίσης ευθύγραμμα και ομαλά , για χρονικό διάστημα **Δt_2 ,**με ταχύτητα μέτρου **$\upsilon_2=2\upsilon$**και διανύει διάστημα **3S.** Να υπολογίσετε την μέ-ση ταχύτητα του υλικού σημείου σε συνάρτηση με τη τιμή **υ**.

Λύση:

Εφαρμόζουμε την σχέση: $\upsilon_\mu = \dfrac{S_1+S_2}{\Delta t_1+\Delta t_2} = \dfrac{S+3S}{\dfrac{S_1}{\upsilon_1}+\dfrac{S_2}{\upsilon_2}} = \dfrac{S+3S}{\dfrac{S}{\upsilon}+\dfrac{3S}{2\upsilon}} = \dfrac{4S}{\dfrac{5S}{2\upsilon}} = \dfrac{8}{5}\upsilon = 1,6\upsilon$

$\upsilon_\mu = 1,6\upsilon$