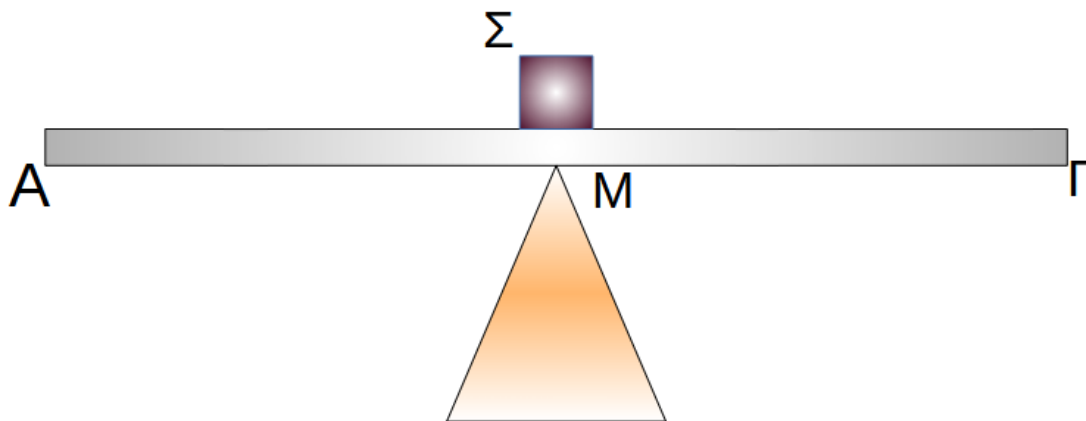

Έκρηξη και ανατροπή δοκού

Η λεία και ομογενής δοκός ΑΓ του σχήματος, έχει μήκος L και ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη στο μέσον της Μ με τη βοήθεια ενός λείου υποστηρίγματος. Στο μέσον Μ της δοκού ισορροπεί ακίνητο ένα σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων και μάζας m .



Λόγω κάποιου εσωτερικού μηχανισμού, τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα Σ εκρήγνυται και διαχωρίζεται σε δύο κομμάτια μάζας m_1 και m_2 (χωρίς μετρήσιμη αλλαγή της μάζας του συστήματος) τα οποία κινούνται οριζόντια αμέσως μετά την έκρηξη, με ταχύτητες μέτρου v_1 και v_2 , αντίστοιχα. Εάν $m_1 < m_2$, η χρονική στιγμή t_a κατά την οποία ανατρέπεται η δοκός είναι η:

α. $t_a = 0^+$ (αμέσως μετά την έκρηξη) β. $t_a = \frac{L}{2v_1}$ γ. $t_a = \frac{L}{2v_2}$

- i) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
- ii) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

i) Σωστή επιλογή είναι η β.

ii) Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την έκρηξη (μονωμένο σύστημα), έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow \vec{0} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \vec{0}$$

Επομένως, για τα μέτρα των ταχυτήτων θα ισχύει ότι

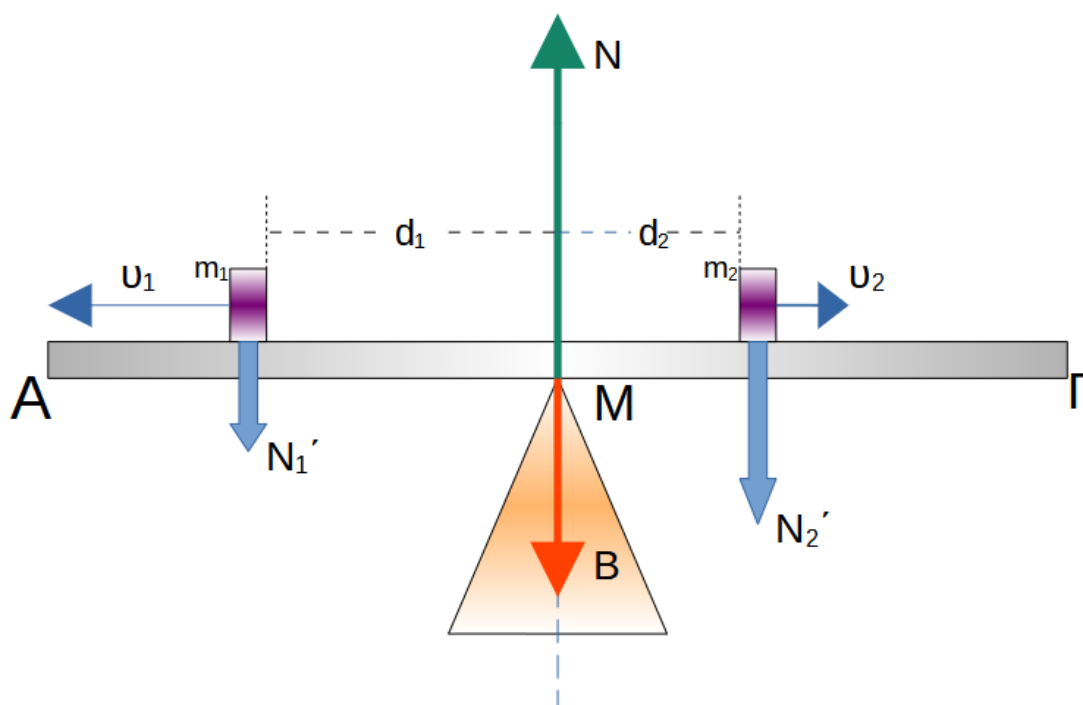
$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad (1)$$

Από την παραπάνω σχέση (1) και από το γεγονός ότι $m_1 < m_2$ αντιλαμβανόμαστε ότι

$$v_1 > v_2$$

Αρχικά, θα υποθέσουμε ότι τα δύο σώματα παραμένουν πάνω στη δοκό (μέχρι να την εγκαταλείψουν) και η οποία παραμένει ακίνητη και οριζόντια.

Εάν όντως συμβαίνουν τα παραπάνω, θα ισχύει ότι $\Sigma \tau_M = 0$ κάθε χρονική στιγμή που τα σώματα είναι πάνω στη δοκό. Έστω t' μία τυχαία χρονική στιγμή μετά την έκρηξη όπου τα σώματα είναι πάνω στη δοκό. Εάν d_1 είναι η απόσταση του σώματος μάζας m_1 από το σημείο της έκρηξης και d_2 η αντίστοιχη απόσταση του σώματος μάζας m_2 από το σημείο της έκρηξης, οι δυνάμεις που ασκούνται τότε στη δοκό φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Ισχύει ότι $N_1' = w_1 = m_1 g$ και $N_2' = w_2 = m_2 g$ (όπου έγινε χρήση της ισορροπίας των δύο σωμάτων και του 3^{ου} νόμου Νεύτωνα). Η δύναμη $\vec{N}$ από το υποστήριγμα και το βάρος $\vec{B}$ της δοκού δεν δημιουργούν ροπή ως προς το M. Για το μέτρο των ρομών των δυνάμεων N_1' και N_2' αντίστοιχα, τότε έχουμε:

$$\tau_{1,M} = N'_1 d_1 = m_1 g d_1 = m_1 g v_1 t'$$

και

$$\tau_{2,M} = N'_2 d_2 = m_2 g d_2 = m_2 g v_2 t'$$

Όπου τα δύο σώματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση μετά την έκρηξη, άρα $d_1 = v_1 t'$ και $d_2 = v_2 t'$. Λόγω και της σχέσης (1) παρατηρούμε ότι $\tau_{1,M} = \tau_{2,M}$, δηλαδή όντως $\Sigma \tau_M = 0$ και η δοκός παραμένει οριζόντια για όσο χρόνο είναι και τα δύο σώματα επάνω της (οπότε η επιλογή **α.** απορρίπτεται).

Επομένως, η δοκός θα ανατραπεί όταν το ταχύτερο σώμα την εγκαταλείψει πρώτο. Επειδή $v_1 > v_2$ αντιλαμβανόμαστε ότι το σώμα μάζας m_1 θα εγκαταλείψει πρώτο τη δοκό αφού αυτό θα διανύσει πρώτο την απόσταση $\frac{L}{2}$. Οπότε, η στιγμή που η δοκός ανατρέπεται είναι η

$$v_1 = \frac{\frac{L}{2}}{t_a} \Rightarrow t_a = \frac{L}{2v_1}$$

Σχόλιο: 1) Επειδή το σώμα Σ ήταν αρχικά ακίνητο, αντιλαμβανόμαστε ότι το κέντρο μάζας του συστήματος των σωμάτων παραμένει ακίνητο στο σημείο Μ μετά την έκρηξη, άρα η δοκός δεν ανατρέπεται όσο αυτά παραμένουν επάνω της. Εάν το σώμα Σ όμως είχε οριζόντια ταχύτητα τη στιγμή $t = 0$, η δοκός θα ανατρεπόταν την $t_a = 0^+$.

2) Εάν ίσχυε ότι $m_1 > m_2$, τότε θα εγκατέλειπε πρώτο τη δοκό το σώμα μάζας m_2 και η ανατροπή θα συνέβαινε τη στιγμή $t_a = \frac{L}{2v_2}$.

3) Εάν ίσχυε ότι $m_1 = m_2$, τότε τα δύο σώματα θα εγκατέλειπαν ταυτόχρονα τη δοκό (εκτελώντας οριζόντια βολή) και η δοκός θα παρέμενε διαρκώς ακίνητη και οριζόντια.

Μίλτος Καδιλτζόγλου

miltoskadiltzoglou@gmail.com