

ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

ΘΕΜΑ Β

Σφαίρα (Σ_1) μάζας m_1 έχοντας ταχύτητα u_1 συγκρούεται ακαριαία και ελαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα (Σ_2) μάζας m_2 . Μετά την κρούση οι σφαίρες (Σ_1), (Σ_2) έχουν σταθερές ταχύτητες u_1' , u_2' αντίστοιχα που σχηματίζουν γωνία ϕ μεταξύ τους και σε ίσους χρόνους διανύουν ίσα διαστήματα.

1] Αν για τις μάζες των σφαιρών είναι $m_2 = \lambda m_1$, τότε ισχύει:

α) $\lambda_{\max} = 1$

β) $\lambda_{\max} = 2$

γ) $\lambda_{\max} = 3$

Αν $\lambda = \lambda_{\max}$

2] Η κρούση είναι:

α) κεντρική

β) μη κεντρική

3] Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας (Σ_1) που λόγω κρούσης μεταφέρθηκε στη σφαίρα (Σ_2) είναι:

α) 36%

β) 64%

γ) 75%

ΛΥΣΗ

1] Σωστό το γ.

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ορμής έχουμε:

$$P_{\text{ΠΡΙΝ}} = P_{\text{ΜΕΤΑ}} \text{ ή } P_1 = P_1' + P_2' \text{ ή } P_1^2 = P_1'^2 + P_2'^2 + 2P_1'P_2' \cos\theta \text{ ή } m_1^2 u_1^2 = m_1^2 u_1'^2 + m_2^2 u_2'^2 + 2m_1 u_1' m_2 u_2' \cos\theta \text{ (1).}$$

Όμως οι σφαίρες μετά την κρούση διανύουν σε ίσους χρόνους ίσα διαστήματα, οπότε: $|u_1'| = |u_2'|$ (2).

Η (1) λόγω (2) γράφεται ισοδύναμα:

$$m_1^2 u_1^2 = (m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos\theta) u_1'^2 \text{ (3)}$$

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής

Ενέργειας έχουμε: $K_{\text{ΠΡΙΝ}} = K_{\text{ΜΕΤΑ}}$ ή $K_1 = K_1' + K_2'$ ή

$$m_1 u_1^2 = m_1 u_1'^2 + m_2 u_2'^2 \text{ ή}$$

$$m_1^2 u_1^2 = (m_1 + m_2) u_1'^2 \text{ (4)}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (3) και (4) έχουμε: $\cos\phi = \frac{m_1 - m_2}{2m_1}$
και αφού $m_2 = \lambda m_1$ τελικά προκύπτει:

$$\cos\phi = \frac{1-\lambda}{2} \quad (5)$$

Επειδή $|\cos\phi| \leq 1$ ή $|\frac{1-\lambda}{2}| \leq 1$ ή $\lambda \leq 3$ ή $\lambda_{\max} = 3$.

2] Σωστό το α.

Θέτοντας στην σχέση (5) $\lambda = 3$ παίρνουμε $\cos\phi = -1$, δηλαδή $\phi = \pi \text{ rad}$. Αυτό σημαίνει ότι: $u_1' = -u_2'$ (6).

Από την ΑΔΟ:

$$m_1 u_1 = m_1 u_1' + m_2 u_2' \text{ ή } m_1 u_1 = m_1 u_1' - 3m_1 u_1' \text{ ή } m_1 u_1 = -2m_1 u_1' \text{ ή } u_1 = -2u_1' \text{ ή } u_1 = 2u_2' \quad (7).$$

Από (6) και (7) προκύπτει ότι τα διανύσματα u_1 , u_1' και u_2' είναι συγγραμμικά, οπότε η κρούση είναι κεντρική.

3] Σωστό το γ.

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\frac{K_2'}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m_2 u_2'^2}{\frac{1}{2}m_1 u_1^2} = \frac{3m_1}{m_1} \frac{u_2'^2}{(2u_2')^2} = \frac{3}{4} = 75\%.$$