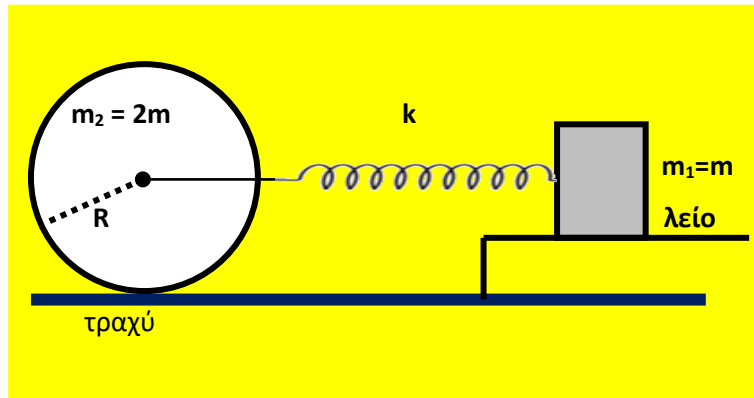


## Μια ιδιόμορφη κίνηση



Τη στιγμή που το σύστημα αφήνεται ελεύθερο το ελατήριο έχει επιμήκυνση  $d$  και ο ομογενής κύλινδρος ( $I_{CM} = 0,5m R^2$ ) αρχίζει να κυλιέται χωρίς ολίσθηση .

- A) Ισχύει η ΑΔΟ για το σύστημα;
- B) είναι ακίνητο το κέντρο μάζας;
- Γ) ποια η μέγιστη συσπείρωση ελατηρίου;
- Δ) Ποια η μέγιστη ταχύτητα του  $m_1$  ;
- Ε) Ο μηδενισμός της ορμής του κέντρου μάζας έχει περιοδικότητα;  
( για εφαρμογή έστω ότι :  $m=1\text{kg}$ ,  $d=0,2\text{m}$ ,  $k=12\text{N/m}$ )

### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**A)** Λόγω της κύλισης χωρίς ολίσθηση που θα εκτελέσει ο κύλινδρος , θα δέχεται στατική τριβή που του εξασφαλίζει την απαραίτητη ροπή για να στραφεί. Άρα στον  $\chi\chi'$  άξονα δρα εξωτερική δύναμη οπότε δεν διατηρείται η ορμή του συστήματος.

**B)** Αποτέλεσμα της μη διατήρησης της ορμής του συστήματος είναι ότι το κέντρο μάζας δεν είναι ακίνητο διότι η ορμή του μεταβάλλεται λόγω της ώθησης της στατικής τριβής.

**Γ)** Ας εξετάσουμε τι γίνεται με τη στροφορμή του συστήματος ως προς σημείο. Παρατηρούμε ότι ως προς οποιοδήποτε σημείο  $\Lambda$  της τραχιάς επιφάνειας που

κυλάει ο κύλινδρος η συνισταμένη των ροπών όλων των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα είναι μηδέν.

(ο φορέας της στατικής τριβής περνά από το Λ)

Άρα η στροφορμή του συστήματος διατηρείται ως προς Λ οπότε:

$$2m u_2 R + 2m R^2 \omega / 2 = - u_1 m R \quad \text{όπου λόγω της κύλισης χωρίς ολίσθηση} (u_2 = R \omega)$$

παίρνουμε ότι κάθε στιγμή ισχύει ότι  $u_1 = -3u_2$

δηλαδή για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει ότι  $u_1 = 3u_2$  κάθε στιγμή.

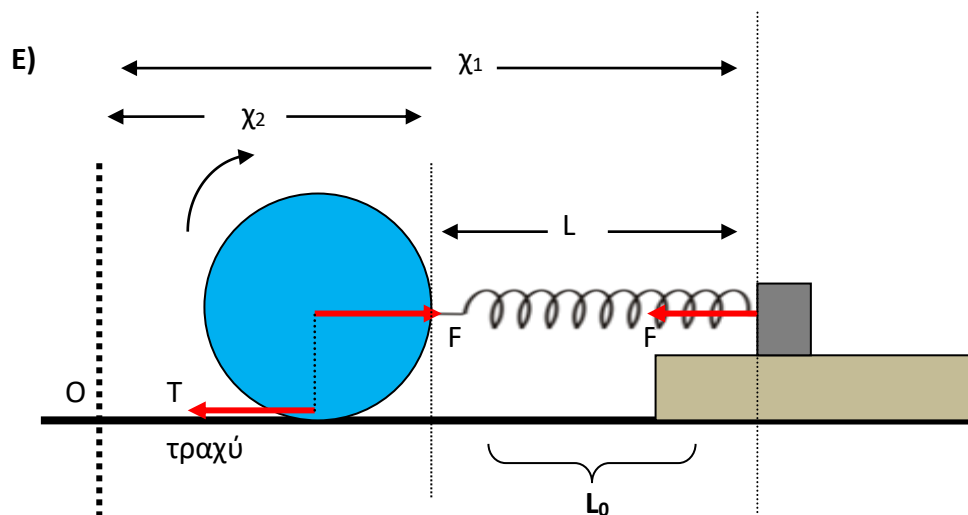
Αυτό σημαίνει ότι παρόλο που δεν διατηρείται η ορμή του συστήματος αυτή μηδενίζεται κάποιες χρονικές στιγμές.

Στο σύστημα αυτό η μηχανική ενέργεια διατηρείται αφού η στατική τριβή έχει μηδενικό συνολικό έργο οπότε όταν μηδενίζονται ταυτόχρονα οι ταχύτητες των σωμάτων η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δεν αλλάζει είτε έχει μέγιστη επιμήκυνση είτε μέγιστη συσπίρωση. Άρα η μέγιστη συσπίρωση θα είναι και πάλι  $d$ .

Δ) Από την εφαρμογή της μηχανικής ενέργειας έχουμε ότι

$$0,5k d^2 = 1,5m u_2^2 + 9m u_2^2 \rightarrow u_2 = 0,5d\sqrt{k/3m} = 0,2m/s$$

Άρα  $u_{1max} = 0,6m/s$



Για τον κύλινδρο έχουμε:  $\Sigma F = F_{ελ} - T = 2m\alpha$  και  $\Sigma \tau = I\alpha/R$

$$TR = mR\alpha$$

Άρα προκύπτει ότι κάθε στιγμή ισχύει  $F = 3T$

$$\text{Άρα } \Sigma F_2 = F - F/3 = 2kx/3$$

Για το μήκος ελατηρίου ισχύει κάθε στιγμή ότι  $L=X_1-X_2$

Η παραμόρφωση ελατηρίου είναι  $\chi=L-L_0=X_1-X_2-L_0$

Από την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου Newton

$$m_1 x_1'' = -kx \quad m_2 x_2'' = 2kx/3$$

$$m_1 m_2 x_1'' = -kx m_2 \quad m_1 m_2 x_2'' = m_1 2kx/3 \quad \text{από όπου αφαιρώντας}$$

$$m_1 m_2 (x_1'' - x_2'') = -kx m_2 - 2k m_1 x/3$$

$$m_1 m_2 (x_1 - x_2)'' = -kx m_2 - 2k m_1 x/3$$

$$m_1 m_2 x'' = -kx(3m_2 + 2m_1)/3 \quad \text{θέτοντας } \lambda = (3 m_1 m_2) / (3m_2 + 2m_1)$$

βλέπουμε ότι το σύστημα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με  $\omega = (k/\lambda)^{1/2}$

$$\omega = \sqrt{8k/6m} = 4 \text{ rad/s} \rightarrow T = \pi/2 \text{ sec}$$

Άρα κάθε  $\Delta t = \pi/4 \text{ sec}$  μηδενίζονται ταυτόχρονα οι ταχύτητες των σωμάτων

άρα μηδενίζεται και η ταχύτητα του cm.