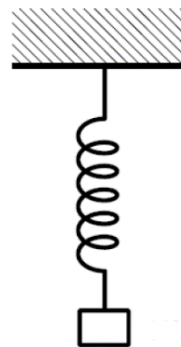

Πυθαγόρεια τριάδα περιόδων

Ένα σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο κάτω ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T_1 . Όταν στο ίδιο κατακόρυφο ελατήριο είναι δεμένο ένα δεύτερο σώμα Σ_2 , αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T_2 .



Εάν στο προηγούμενο ελατήριο κρεμάσουμε και τα δύο αυτά σώματα μαζί (συνδέοντάς τα π.χ. με τη βοήθεια νήματος που παραμένει διαρκώς τεντωμένο), τότε η περίοδος $T_{1,2}$ της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σύστημα ικανοποιεί τη σχέση:

$$\alpha. \quad T_{1,2} = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\beta. \quad T_{1,2} = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2}$$

$$\gamma. \quad T_{1,2} = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

- i) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
- ii) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

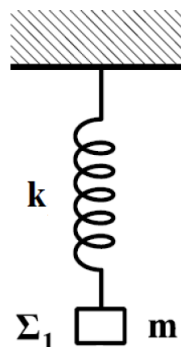
Λύση

i) Σωστή επιλογή είναι η γ .

ii) Έστω k η σταθερά του ελατηρίου και m_1, m_2 οι μάζες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα.

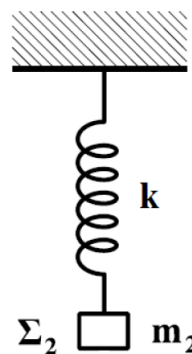
Η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ_1 ισούται με

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \quad (1)$$



Ομοίως, η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ_2 ισούται με

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} \quad (2)$$



Τέλος, η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος και των δύο σωμάτων μαζί, είναι ίση με

$$T_{1,2} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} \quad (3)$$

Παίρνοντας τα τετράγωνα των παραπάνω σχέσεων (1), (2) και (3), προκύπτει αντίστοιχα ότι

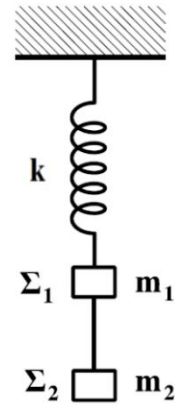
$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{m_1}{k} \quad (4), \quad T_2^2 = 4\pi^2 \frac{m_2}{k} \quad (5)$$

και

$$T_{1,2}^2 = 4\pi^2 \left(\frac{m_1}{k} + \frac{m_2}{k} \right) \quad (6)$$

Από τη σχέση (6), προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} T_{1,2}^2 &= 4\pi^2 \frac{m_1}{k} + 4\pi^2 \frac{m_2}{k} \xrightarrow{(4)\&(5)} \boxed{T_{1,2}^2 = T_1^2 + T_2^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T_{1,2} = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \end{aligned}$$



Μίλτος Καδιλτζόγλου

miltoskadiltzoglou@gmail.com