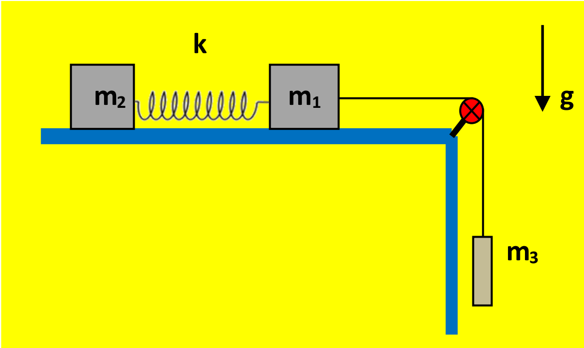
Τα τρία σώματα



Στο παραπάνω σχήμα τα 3 σώματα έχουν ίσες μάζες , το δάπεδο είναι λείο, η τροχαλία είναι αβαρής . Αρχικά κρατάμε το σώμα 3 ακίνητο έτσι ώστε το νήμα μόλις που να είναι τεντωμένο και το ελατήριο απαραμόρφωτο L_0 και την t=0 αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να ξεκινήσει από την ηρεμία.

Α. Ποια θα ναι η επιτάχυνση κάθε σώματος αμέσως μετά την t=0;

Β. Ποια είναι η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου ;

Απάντηση

Μόλις ξεκινούν από την ηρεμία το ελατήριο είναι στο φυσικό του μήκος Και δεν ασκεί δυνάμεις . Εφαρμόζοντας το 2^o νόμο Newton για το m_{13} :

$mg= 2m\alpha \rightarrow \alpha_1=\alpha_3=g/2$ ενώ $\alpha_2=0$ αφού στο ξεκίνημα για το σώμα 2 ισχύει $\Sigma F_2=0$

Στη συνέχεια το ελατήριο αρχίζει να επιμηκύνεται με αποτέλεσμα η Κοινή επιτάχυνση του m_{13} να μειώνεται και του m_2 να αυξάνεται

Από 2^o νόμο $m\alpha_1=mg-T$ και $m\alpha_1 =mg-kx\rightarrow$

$m\alpha_1=mg/2 -kx/2$ ενώ για το σώμα 2 έχουμε $m\alpha_2=kx$

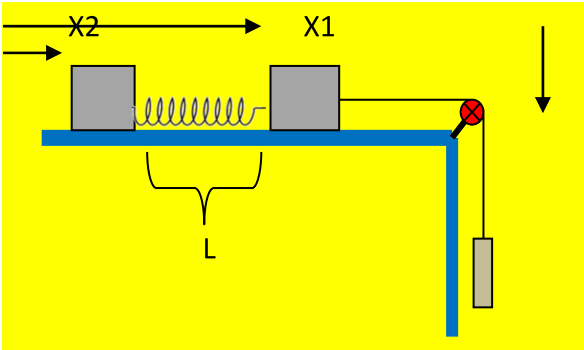
$x=(x_1-x_2)-L_0$

$$\left.\begin{aligned} mx_1'' &= mg/2-kx/2 \\ mx_2'' &= kx \end{aligned}\right\}$$

με αφαίρεση $\rightarrow$ $m(x1-x2)''=mg/2-3kx/2$

$\rightarrow \quad x''+ 3kx/2m=g/2$

όπου $3k/2m=\omega^2$



$ar^2+br+c=0 \rightarrow$ $a=1$, $b=0$, $c=\omega^2$ όμως $\Delta<0$ άρα $r=\alpha+-i\beta$

με $\alpha=-b/2a=0$ και $\beta=\omega$

άρα $x_a=c_1\cos(\omega t)+c_2\sin(\omega t)$ και $x_b=Ax+B$ όπου $x_b''=0$

άρα $0+\omega^2(Ax+B)=g/2 \rightarrow A=0$ και $\omega^2 B=g/2 \rightarrow B=g/2\omega^2$

Οπότε η λύση της διαφορικής θα ναι $x=x_a+x_b$

$X= c_1\cos(\omega t)+c_2\sin(\omega t) + g/2\omega^2$

Από τις αρχικές συνθήκες $\chi=0$ και $\chi'=\upsilon=0$ έχουμε :

$C_2=0$ και $c_1=-gm/3k$ άρα $\chi=-(gm/3k)\cos(\omega t)+gm/3k$

$$\mathbf{x=(gm/3k)(1-\cos\omega t)}$$

βλέπουμε ότι η παραμόρφωση του ελατηρίου εμφανίζει περιοδικότητα , δεν συσπειρώνεται , ενώ η μέγιστη επιμήκυνσή του είναι: $\mathbf{\chi_{max}=2mg/3k}$