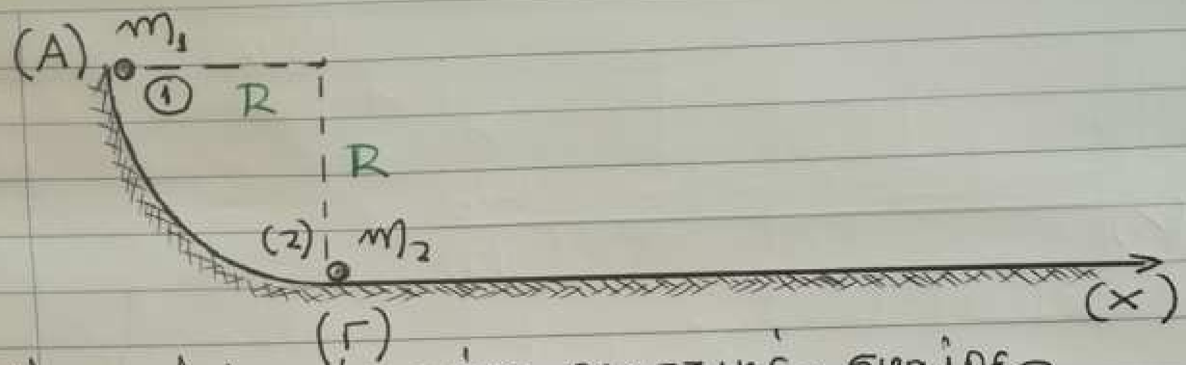
Ελαστικές κρούσεις

ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΚΡΟΥΣΕΙΣ.-



Δύο πολύ μικρές-λείες-ελαστικές σφαίρες (1) και (2) έχουν μάζες (m_1), (m_2) αντίστοιχα. Για τον λόγο των μαζών ισχύει: $\frac{m_2}{m_1} > 3$.
Το τεταρτοκύκλιο ακτίνας (R) και το οριζόντιο επίπεδο Γx που έχει πολύ μεγάλο μήκος, είναι λεία. Η σφαίρα (2) ηρεμεί στο κατώτερο σημείο (Γ) του τεταρτοκυκλίου. Κάποια στιγμή από το ανώτερο άκρο (Α) του τεταρτοκυκλίου αφήνουμε χωρίς αρχική ταχύτητα την σφαίρα (1).
Όταν οι ταχύτητες των σφαιρών σταθεροποιηθούν, η μεταξύ τους απόσταση αυξάνεται με ρυθμό $\frac{\sqrt{2gR}}{5}$.

Ο λόγος των μαζών $\left(\frac{m_2}{m_1}\right)$ είναι ίσος με:

Α) 9; Β) 5; Γ) 4;

ΑΡΤΕΜΗΣ ΣΑΡΑΝΤΗΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ.-

ΛΥΣΗ.-

Η σφαίρα (m_1) λίγο πριν την κρούση θα έχει ταχύτητα $v_0=\sqrt{2gR}$.

Οι ταχύτητες των σφαιρών αμέσως μετά την πρώτη κρούση θα είναι

$v_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_0$, $v_2=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_0$. Έστω: $\frac{m_2}{m_1}=\lambda$

$v_1=\frac{1-\lambda}{\lambda+1}v_0$, $v_2=\frac{2}{\lambda+1}v_0$. Όμως $\lambda>3$

Συνεπώς η σφαίρα (m_1) αμέσως μετά την κρούση θα κινηθεί στο τεταρτοκύκλιο και θα επιστρέψει στο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου $|\vec{v}_1|=\frac{\lambda-1}{\lambda+1}v_0$. Επειδή $|\vec{v}_1|>|\vec{v}_2|$ θα γίνει και δεύτερη κρούση.

Από τους τύπους της μετωπικής ελαστικής κρούσης προκύπτει ότι: οι ταχύτητες των σφαιρών μετά τη δεύτερη κρούση θα είναι:

$v_1'=\frac{6\lambda-\lambda^2-1}{(\lambda+1)^2}v_0$ και $v_2'=\frac{4(\lambda-1)}{(\lambda+1)^2}v_0$

Όμως $v_2'>v_1'$ όταν $\lambda>3$. Συνεπώς δεν θα γίνει τρίτη κρούση.

Άρα $v_2'-v_1'=\frac{1}{5}\sqrt{2gR}$

$$\frac{4(\lambda-1)-(6\lambda-\lambda^2-1)}{(\lambda+1)^2}\cancel{\sqrt{2gR}}=\frac{1}{5}\cancel{\sqrt{2gR}}$$

$\lambda^2-3\lambda-4=0$ και από τη λύση του τριωνύμου προκύπτει $\lambda=4$

ΑΡΤΕΜΗΣ ΣΑΡΑΝΤΗΣ