

## Αρμονική Ταλάντωση, τροχαλίες και ελατήρια

**ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ**

**ΤΡΟΧΑΛΙΕΣ ΚΑΙ ΕΛΑΤΗΡΙΑ. -**

Το σύστημα της διηχητής διάταξης πηρεί. Οι τροχαλίες έχουν αμελητέα μάζα. Το νήμα είναι αβάρης-μη εκτατό και τεντωμένο. Τα ελατήρια έχουν σταθερές  $K_1 = 150 \frac{N}{m}$ ,  $K_2 = 300 \frac{N}{m}$  αντίστοιχα. Δίνεται  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ m/sec}^2$  και αντιστάσεις αέρα αμελητέες. Εκκρέησθε το σώμα κατακόρυφα κατά  $d = +0,2 \text{ m}$  και τη στιγμή  $t_0 = 0$  το αφήνουμε ελεύθερο να ταλαντωθεί, χωρίς αρχική ταχύτητα.

Α) Να δείξετε ότι το σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με σταθερά επαναφοράς  $D = \frac{K_1 \cdot K_2}{4(K_1 + K_2)}$ .

Β) Να βρείτε τις ταχύτητες των κέντρων  $C_1, C_2$  των δύο τροχαλιών τη στιγμή που η ταχύτητα του σώματος είναι  $v = +0,5 \text{ m/sec}$ .

Γ) Να βρείτε τις δυναμικές ενέργειες των ελατηρίων τη στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση  $x = +0,1 \text{ m}$ .

Δ) Να γίνει το γράφημα της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα, σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  από τη θέση ισορροπίας.

Ε) Να βρεθεί ο ρυθμός  $\left(\frac{dk}{dt}\right)$  του σώματος τη στιγμή  $t = \frac{3\pi}{20} \text{ sec}$ .

**ΑΡΤΕΜΗΣ ΣΑΡΑΝΤΗΣ**  
**ΦΥΣΙΚΟΣ. -**

**ΛΥΣΗ.**

A) Αρχική Ισορροπία  
 $T_0 = mg$   
 $2T_0 = k_1 \Delta l_1 = k_2 \Delta l_2$   
 $\Delta l_1 = 2\Delta l_2$

Το μήκος του νήματος είναι σταθερό. Άρα:  
 $H_1 + 2H_2 + 2\Delta R =$   
 $= H_1 - x_2 + H_2 - x_1 - x_2 +$   
 $+ H_2 + x - x_1 + 2\Delta R \Rightarrow x = 2(x_1 + x_2)$ ,  $x_1 = 2x_2$   
 $\frac{dx}{dt} = 2\left(\frac{dx_1}{dt} + \frac{dx_2}{dt}\right) \Rightarrow v = 2(v_1 + v_2)$ ,  $v_1 = 2v_2$

$2T = k_1(\Delta l_1 + x_1)$  }  $k_1 x_1 = k_2 x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{k_1 x_1}{k_2}$   
 $2T = k_2(\Delta l_2 + x_2)$  } Άρα  $x_1 = \frac{k_2 x}{2(k_1 + k_2)}$

$\Sigma F = mg - T = -\frac{k_1 x_1}{2} = -\frac{k_1 k_2}{4(k_1 + k_2)} x$  .  $D = \frac{k_1 k_2}{4(k_1 + k_2)} = 25 \frac{N}{m}$   
 $A = 0,2m$ ,  $\omega = 5 \text{ rad/sec}$ ,  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ .  $x = 0,2 \sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$  στο S.I.

B)  $v = 2(v_1 + v_2) \Rightarrow v_2 = \frac{v}{6}$  και  $v_1 = \frac{v}{3}$ .  
 Γ)  $x = 2(x_1 + x_2) \Rightarrow x_2 = \frac{x}{6}$  και  $x_1 = \frac{x}{3}$ .  
 $U_{(v)} = \frac{1}{2} k_1 (\Delta l_1 + x_1)^2 = \frac{25}{12} J$  και  $U_2 = \frac{1}{2} k_2 (\Delta l_2 + x_2)^2 = \frac{25}{24} J$ .

Δ)  $\Sigma F = -Dx \Rightarrow mg - T = -Dx \Rightarrow T = mg + Dx \Rightarrow T = 10 + 25x$  στο S.I.

Ε) Τη στιγμή  $t = \frac{3\pi}{20} \text{ sec}$  έχουμε:  
 $x = -0,1\sqrt{2} m$  και  $v = -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{m}{sec}$ .  
 $\frac{dk}{dt} = -D \cdot v = -2,5 J/sec$ .

**ΑΡΤΕΜΗΣ ΣΑΡΑΝΤΗΣ**  
**ΦΥΣΙΚΟΣ.**