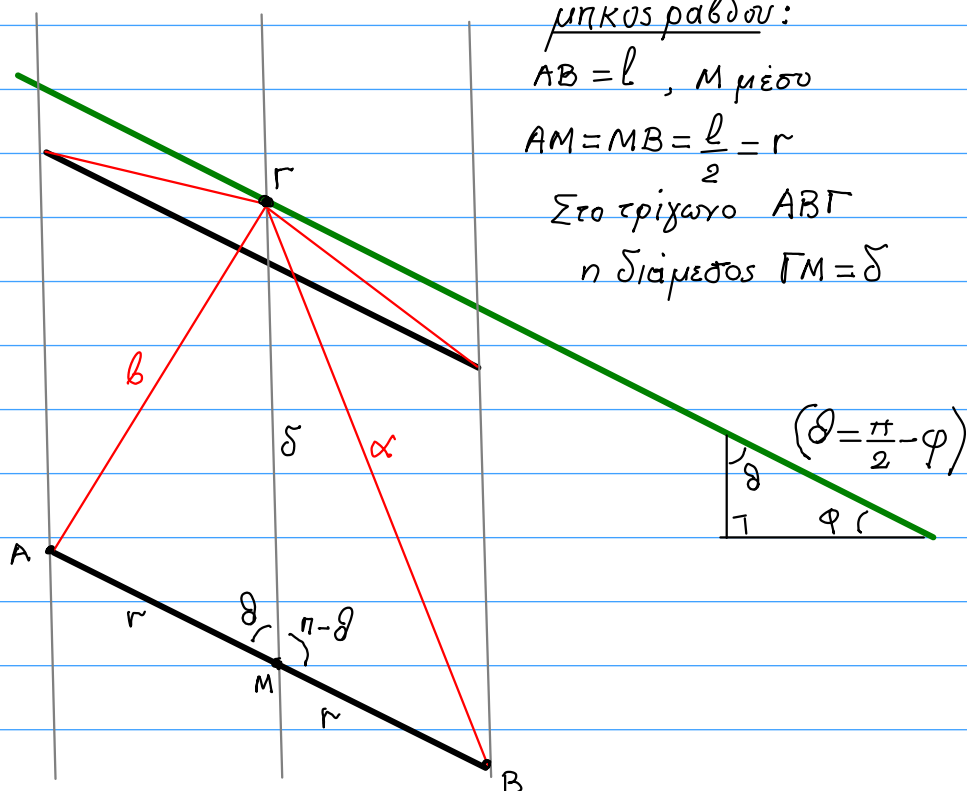


Καθησπέρα Γιάννη,  
Υποθέτω ότι Ήττας  
μια σχέση ανάμεσα  
στα μήκη  $\alpha, \beta$  των  
δύο νημάτων.

Για να ισορροπεί η ράβδος  
θα πρέπει το σημείο  
στήριξης  $\Gamma$  να βρίσκεται  
πάνω στην κατακόρυφη  
που διέρχεται από το  
μέσο  $M$  της ράβδου,  
οπότε  $\hat{A}\hat{M}\hat{\Gamma} = \theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$



μήκος ράβδου:  
 $AB = l$ ,  $M$  μέσο  
 $AM = MB = \frac{l}{2} = r$   
Στο τρίγωνο  $AB\Gamma$   
η διάμεσος  $\Gamma M = \delta$

Όμως ο λόγος  $\alpha/\beta$   
δεν είναι σταθερός.

Παίξει ρόλο πόσο «κοιτά» στο  $\Gamma$  κρεμάσαμε τη ράβδο, το μήκος  $\delta$   
δηλαδή της (υψαιόρυγης) διαμέσου  $\Gamma M$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

Αν π.χ.  $\delta \rightarrow 0$ , τότε  $\alpha \rightarrow \frac{l}{2}^-$  και  $\beta \rightarrow \frac{l}{2}^+$

Θα πρέπει επομένως να δώσεις μια πρόσδετη παράμετρο.

Π.χ. πόσο χαμηλότερα από το  $\Gamma$  θέλουμε να βρίσκεται το μέσο της ράβδου.

Αν δίνεται το  $\Gamma M = \delta$ , τότε τα ζητούμενα μήκη  $\alpha$  και  $\beta$   
είναι:

$$\alpha^2 = r^2 + \delta^2 + 2r\delta \sin \theta = \frac{l^2}{4} + \delta^2 + l\delta \cdot \eta \mu \varphi$$

$$\beta^2 = r^2 + \delta^2 - 2r\delta \sin \theta = \frac{l^2}{4} + \delta^2 - l\delta \cdot \eta \mu \varphi$$

Καλή συνέχεια!



Η περίπτωση να είναι τα νήματα κιάματα που ανοιφείρεις, είναι αυτή που δίνει τη μέγιστη τιμή για το λόγος  $\frac{\alpha}{\beta}$  των δύο μηκών:

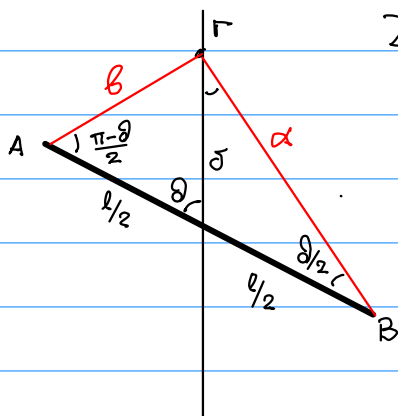
$$\lambda = \frac{\alpha}{\beta} = \sqrt{\frac{\frac{l^2}{4} + \delta^2 + l \cdot \delta \eta \mu \varphi}{\frac{l^2}{4} + \delta^2 - l \cdot \delta \eta \mu \varphi}} = \sqrt{\frac{x^2 + a \cdot x + c}{x^2 - a \cdot x + c}}$$

(έδεσα  $\delta = x$ ,  $\frac{l^2}{4} = c$  και  $l \eta \mu \varphi = a$ )

Το Wolfram Alpha μου βγάξει την παράγωγο:

$$\lambda' = \frac{2a(c-x^2)}{(ax-c-x^2)^2} \quad \text{Οπότε } \lambda = \frac{a}{\beta} = \text{max όταν } \lambda' = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{c}$$

ή τεχνικά  $\boxed{\delta = \frac{l}{2}}$



Σηλαδή  $\hat{A\Gamma B} = \frac{\pi}{2}$  οπότε και:

$$\lambda_{\max} = \frac{\alpha}{\beta} = \varepsilon \varphi\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right) \xrightarrow{\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi}$$

$$\rightarrow \boxed{\lambda_{\max} = \varepsilon \varphi\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

(Αν έκανα σωστά τις πράξεις 😊)