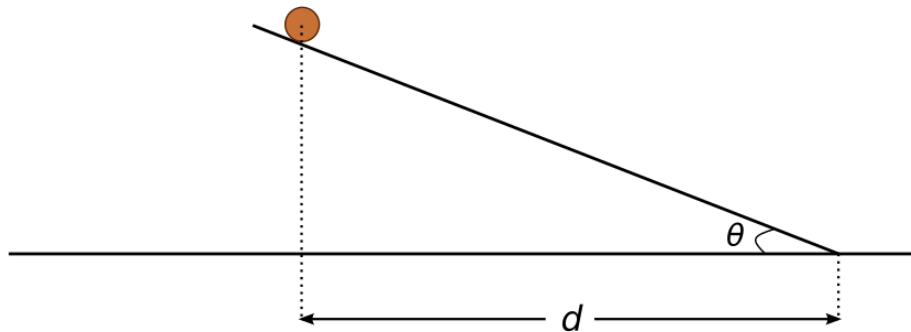

Κάθοδος στον ελάχιστο χρόνο

Ένα σώμα αμελητέων διαστάσεων, αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου τη γωνία κλίσης θ του οποίου μπορούμε να μεταβάλλουμε.

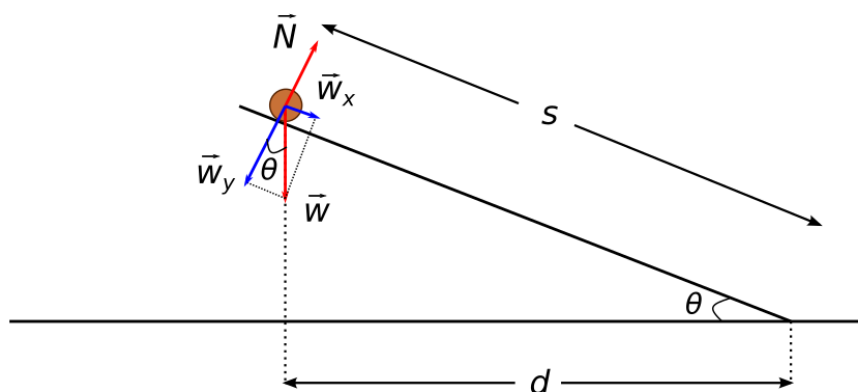


Σε κάθε περίπτωση (για κάθε τιμή του μέτρου της γωνίας θ) η οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το σώμα μέχρι να φθάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου είναι σταθερή και ίση με d , όπως στο σχήμα. Να προσδιορίσετε τη γωνία θ στην οποία το χρονικό διάστημα της καθόδου του σώματος μέχρι και τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου είναι το ελάχιστο.

Δίνεται ότι $\eta\mu(2\varphi) = 2\eta\mu\varphi\sigma\eta\varphi$.

Λύση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, φαίνονται στο σχήμα.



Με εφαρμογή του θεμελιώδη νόμου της μηχανικής, η επιτάχυνση του σώματος προκύπτει ίση με:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow w_x = ma \Rightarrow mg\eta\mu\theta = ma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = g\eta\mu\theta \quad (1)$$

Το σώμα, κατά την καθόδό του εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Επομένως, εάν $\Delta t_{ολ}$ το χρονικό διάστημα της καθόδου του σώματος, το διάστημα που θα διανύσει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου θα ισούται με

$$s = \frac{1}{2} a \Delta t_{ολ}^2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \Delta t_{ολ}^2 = \frac{2s}{g\eta\mu\theta} \Rightarrow \Delta t_{ολ} = \sqrt{\frac{2s}{g\eta\mu\theta}} \quad (2)$$

Όμως,

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{d}{s} \Rightarrow s = \frac{d}{\sigma\upsilon\nu\theta} \quad (3)$$

Έτσι, η (2) λόγω της (3) γίνεται:

$$\begin{aligned} \Delta t_{ολ} &= \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{d}{\sigma\upsilon\nu\theta}}{g\eta\mu\theta}} = \sqrt{\frac{2d}{g\eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta t_{ολ} = 2 \sqrt{\frac{d}{g\eta\mu(2\theta)}} \quad (4) \end{aligned}$$

Από την παραπάνω σχέση (4) αντιλαμβανόμαστε ότι (d και g σταθερά) για να είναι ο χρόνος καθόδου $\Delta t_{ολ}$ ο ελάχιστος, πρέπει

$$\eta\mu(2\theta) = 1 \Rightarrow 2\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

Μίλτος Καδιλτζόγλου

miltoskadiltzoglou@gmail.com