

Μανόμετρα σε θερμοδυναμική ισορροπία και άλλα συναφή

Εφαρμογή 1η

Για τη μέτρηση της πίεσης του αερίου που βρίσκεται στο δοχείο Δ χρησιμοποιείται η διάταξη του σχήματος η οποία αποτελείται από δύο υοειδείς σωλήνες της ίδιας διατομής που περιέχουν υγρό μεγάλης πυκνότητας και συνδέονται με αντεστραμμένο υοειδή σωλήνα που περιέχει αέρα. Όταν στα άκρα των σωλήνων επικρατεί πίεση ίση με την ατμοσφαιρική ($P_{\text{ατμ}}$) η στάθμη του υγρού βρίσκεται στο ίδιο ύψος σε όλα τα σκέλη των σωλήνων και το μήκος της στήλης του αέρα στον αντεστραμμένο σωλήνα είναι $L_0 = 1,5\text{m}$. Αν η πίεση του αερίου στο δοχείο Δ αυξηθεί κατά $\Delta P = 2 \cdot 10^5 \text{Pa}$, να υπολογιστούν:

α. Η διαφορά των υψών των στηλών του υγρού στους υοειδείς σωλήνες, $h_1 - h_2$, όταν το σύστημα ισορροπήσει μηχανικά και θερμοδυναμικά.

β. Η πίεση του εγκλωβισμένου στον αντεστραμμένο σωλήνα αέρα. Δίνονται: η πυκνότητα του υγρού $\rho = 10^4 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ και $P_{\text{ατμ}} = 10^5 \text{Pa}$. Δίνεται $g = 10 \text{m/s}^2$.

(Ε.Μ.Π Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων 1961)

Λύση

α. Όταν το σύστημα μετά τη μεταβολή της πίεσης του αερίου στο δοχείο ισορροπεί μηχανικά και θερμοδυναμικά:

$$P_A = P_B \Rightarrow \Delta P + P_{\text{ατμ}} = \rho g h_1 + P_{\text{αέρα,τ}} \quad (1)$$

$$P_{\Gamma} = P_{\Delta} \Rightarrow P_{\text{αέρα,τ}} = P_{\text{ατμ}} + \rho g h_2 \quad (2)$$

$$\text{Από (1)} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \Delta P + P_{\text{ατμ}} = \rho g h_1 + P_{\text{ατμ}} + \rho g h_2 \Rightarrow h_1 + h_2 = \frac{\Delta P}{\rho g} \quad (3)$$

Αν $P_{\text{αερ,α}}$ = η αρχική πίεση του αέρα = $P_{\text{ατμ}}$

$V_{\text{αερ,α}}$ = ο αρχικός όγκος του αέρα = $L_0 s$, όπου s = το εμβαδόν της διατομής του σωλήνα.

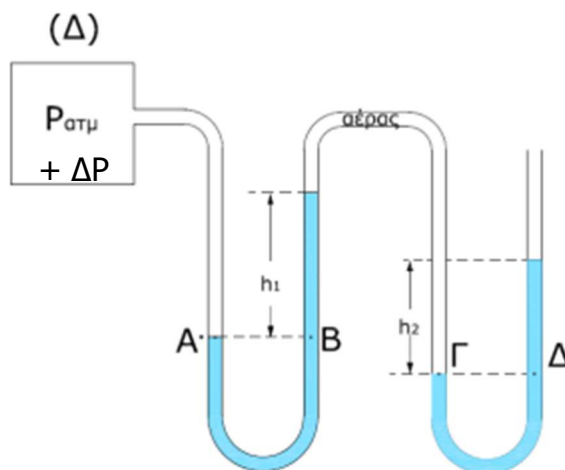
$P_{\text{αερ,τ}}$ = η τελική πίεση του αέρα = $P_{\text{ατμ}} + \rho g \cdot h_2$

$V_{\text{αερ,τ}}$ = ο τελικός όγκος του αέρα = $(L_0 - \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2})s$

Από τον νόμο του Boyle για τον εγκλωβισμένο στον σωλήνα αέρα:

$$P_{\text{αερ,α}} V_{\text{αερ,α}} = P_{\text{αερ,τ}} V_{\text{αερ,τ}} \Rightarrow P_{\text{ατμ}} L_0 s = (P_{\text{ατμ}} + \rho g h_2) (L_0 - \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2}) s \Rightarrow$$

$$P_{\text{ατμ}} L_0 = P_{\text{ατμ}} L_0 + \rho g h_2 L_0 - P_{\text{ατμ}} \frac{h_1}{2} - \rho g h_2 \frac{h_1}{2} + P_{\text{ατμ}} \frac{h_2}{2} + \rho g \frac{h_2^2}{2} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} 0 = \rho g L_0 h_2 - (\frac{\Delta P}{\rho g} - h_2) \frac{P_{\text{ατμ}}}{2}$$



$$-\rho g \frac{h_2}{2} \left(\frac{\Delta P}{\rho g} - h_2 \right) + P_{\text{ατμ}} \frac{h_2}{2} + \rho g \frac{h_2^2}{2} \Rightarrow$$

$$0 = 2\rho g L_0 h_2 - \frac{\Delta P \cdot P_{\text{ατμ}}}{\rho g} + P_{\text{ατμ}} h_2 - \rho g h_2 \frac{\Delta P}{\rho g} + \rho g h_2^2 + P_{\text{ατμ}} h_2 + \rho g h_2^2 \Rightarrow$$

$$2\rho g h_2^2 + (2P_{\text{ατμ}} + 2\rho g L_0 - \Delta P) h_2 - \frac{\Delta P \cdot P_{\text{ατμ}}}{\rho g} = 0 \Rightarrow 2 \cdot 10^5 h_2^2 + 2 \cdot 10^5 \cdot 1,5 h_2 - \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{10}}{10^5} = 0 \Rightarrow$$

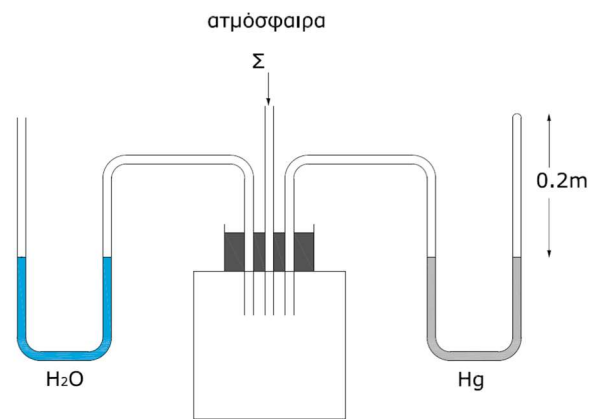
$$h_2^2 + 1,5 h_2 - 1 = 0 \begin{cases} h_2 = 0,5 \text{ m (4)} \\ h_2 = -2 \text{ m απορρίπτεται} \end{cases}$$

$$\text{Από (3)} \xrightarrow{(4)} h_1 = \frac{2 \cdot 10^5}{10^5} - 0,5 \Rightarrow h_1 = 1,5 \text{ m (5)}. \text{ Άρα } h_1 - h_2 \stackrel{(4)}{=} \stackrel{(5)}{=} 1 \text{ m}$$

$$\beta. \text{ Από (2)} P_{\text{αερ,Τ}} = 10^5 + 10^5 \cdot 0,5 \Rightarrow P_{\text{αερ,Τ}} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

Εφαρμογή 2η

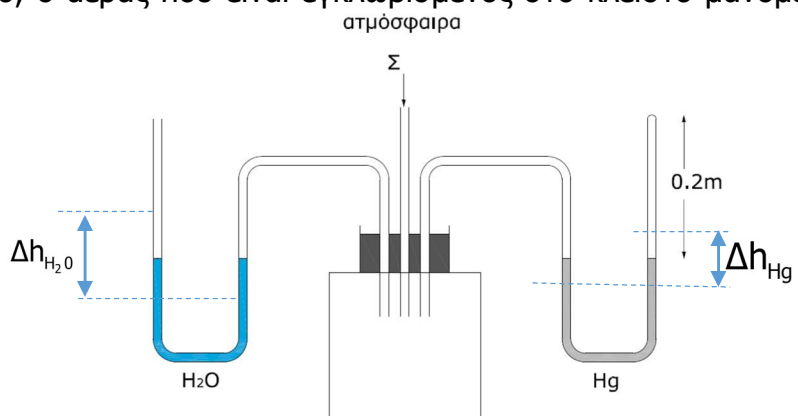
Η διάταξη του σχήματος αποτελείται από ανοικτό μανόμετρο που περιέχει νερό και κλειστό μανόμετρο που περιέχει υδράργυρο τα οποία συνδέονται με το δοχείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο δοχείο μπορεί να εισέρχεται αέρας διαμέσου του σωλήνα Σ. Όταν στο αριστερό σκέλος του ανοικτού μανόμετρου επικρατεί η ατμοσφαιρική πίεση, $P_{\text{ατμ}} = 10^5 \text{ N/m}^2$, τότε ο υδράργυρος βρίσκεται στο ίδιο ύψος και στα δύο σκέλη και εγκλωβίζεται στο κλειστό σκέλος στήλη αέρα ύψους $h = 0,2 \text{ m}$. Φυσάμε δια μέσου του σωλήνα αέρα ώστε στα σκέλη του ανοικτού μανόμετρου να δημιουργηθεί υψομετρική διαφορά των στηλών του νερού $\Delta h_{\text{H}_2\text{O}} = 0,6 \text{ m}$. Να υπολογίσετε την υψομετρική διαφορά των στηλών του υδραργύρου, Δh_{Hg} στο κλειστό μανόμετρο. Δίνονται: οι πυκνότητες του νερού και του υδραργύρου $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ και $\rho_{\text{Hg}} = 13.600 \text{ Kg/m}^3$ αντίστοιχα και $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Λύση

Μετά την εμφύσηση αέρα στο δοχείο, ο αέρας που είναι εγκλωβισμένος στο κλειστό μανόμετρο συμπιέζεται λόγω της ανόδου της στάθμης του υδραργύρου και θα βρεθεί σε μια νέα κατάσταση μηχανικής και θερμοδυναμικής ισορροπίας.

Αν $P_{\text{αερ,α}}$ = η αρχική πίεση του αέρα που είναι ίση με $P_{\text{ατμ}}$, διότι αρχικά στο δοχείο επικρατεί ατμοσφαιρική πίεση, άρα και στις ελεύθερες επιφάνειες του Hg στα



δύο σκέλη του κλειστού μανόμετρου,

$V_{αερ,α} =$ ο αρχικός όγκος του αέρα $= hs$, όπου $s =$ το εμβαδόν της διατομής του σωλήνα,

$P_{αερ,τ} =$ η τελική πίεση του αέρα, και

$V_{αερ,τ} =$ ο τελικός όγκος του αέρα $= (h - \frac{\Delta h_{Hg}}{2})s$,

από τον νόμο του Boyle για τον εγκλωβισμένο στο κλειστό μανόμετρο αέρα:

$$P_{αερ,α} V_{αερ,α} = P_{αερ,τ} V_{αερ,τ} \Rightarrow P_{ατμ} hs = P_{αέρα,τ} (h - \frac{\Delta h_{Hg}}{2})s \Rightarrow P_{αέρα,τ} = \frac{P_{ατμ} h}{h - \frac{\Delta h_{Hg}}{2}} \quad (1)$$

Μετά την εμφύσηση του αέρα, η πίεση στο δοχείο από $P_{ατμ}$ γίνεται P_{δ} , τότε από το αριστερό ανοικτό μανόμετρο νερού: $P_{\delta} = P_{ατμ} + \rho_{H_2O} g \Delta h_{H_2O}$ (2) και από το δεξιό κλειστό μανόμετρο υδραργύρου $P_{\delta} = P_{αέρα,τ} + \rho_{Hg} g \Delta h_{Hg}$ (3).

Από (2) και (3):

$$P_{ατμ} + \rho_{H_2O} g \Delta h_{H_2O} = P_{αέρα,τ} + \rho_{Hg} g \Delta h_{Hg} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} P_{ατμ} + \rho_{H_2O} g \Delta h_{H_2O} = \frac{P_{ατμ} h}{h - \frac{\Delta h_{Hg}}{2}} + \rho_{Hg} g \Delta h_{Hg} \Rightarrow$$

$$\frac{\rho_{Hg} g}{2} \Delta h_{Hg}^2 - P_{ατμ} \frac{\Delta h_{Hg}}{2} + \rho_{H_2O} g \Delta h_{H_2O} h - \rho_{H_2O} g \Delta h_{H_2O} \frac{\Delta h_{Hg}}{2} - \rho_{Hg} g \Delta h_{Hg} h = 0.$$

Με αριθμητική αντικατάσταση: $340 \Delta h_{Hg}^2 - 401 \Delta h_{Hg} - 6 = 0$. Από τη λύση της δευτεροβαθμίου:

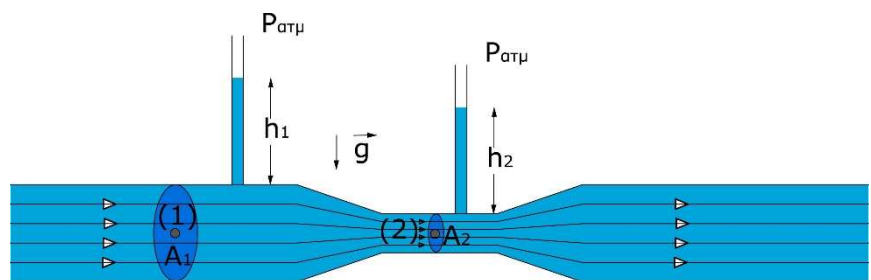
$\Delta h_{Hg} = 1,164m > h = 0,2m$, άρα απορρίπτεται και $\Delta h_{Hg} = 0,015m$.

Εφαρμογή 3η

Ο Ιταλός Φυσικός και λόγιος Giovanni Battista Venturi (1746-1822)

ανακαλύπτει και περιγράφει το 1797 το φαινόμενο της ελάττωσης της πίεσης, όταν αυξάνεται η ταχύτητα ροής καθώς το ρευστό διέρχεται από μια στένωση του σωλήνα στον οποίο ρέει. Το ροόμετρο Venturi (βεντουρίμετρο) είναι μια συσκευή που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ταχύτητας ροής ενός ρευστού που ρέει σ' ένα σωλήνα.

Στον οριζόντιο σωλήνα κυκλικής διατομής $A_1 = 6cm^2$ ρέει ιδανικό υγρό πυκνότητας $\rho = 800Kg/m^3$. Στο σωλήνα προσαρμόζεται το ροόμετρο Venturi του σχήματος 1. Το εμβαδόν της διατομής στη στένωση του σωλήνα είναι $A_2 = \frac{A_1}{3}$. Τα ύψη των στηλών του υγρού στους κατακόρυφους ανοικτούς μανομετρικούς σωλήνες που υπάρχουν στα σημεία (1) και (2) είναι αντίστοιχα $h_1 = 50cm$ και $h_2 = 10cm$. Η ροή του υγρού είναι στρωτή και οι ρευματικές γραμμές στα σημεία (1) και (2) που ανήκουν στην



σχήμα (1)

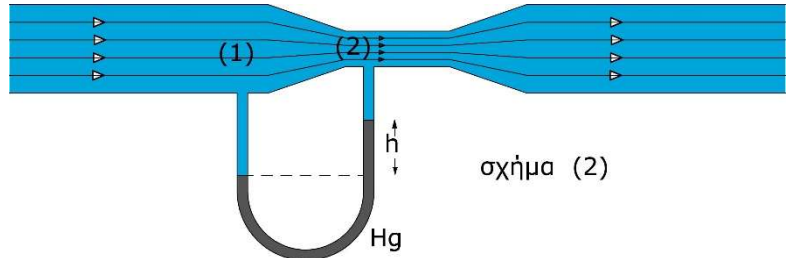
ίδια ρευματική γραμμή, είναι παράλληλες και η παροχή του υγρού είναι σταθερή. Να υπολογίσετε:

A₁. Το μέτρο της ταχύτητας του υγρού στο σημείο (1).

A₂. Τη διαφορά των πιέσεων στα σημεία (1) και (2).

A₃. Το μέτρο της ταχύτητας του υγρού στο σημείο 2.

Ο ίδιος σωλήνας διαρρέεται από το ίδιο υγρό και συνδέεται με το βεντουρίμετρο του σχήματος 2 στο οποίο ο υοειδής σωλήνας περιέχει υδράργυρο



πυκνότητας $\rho_{\text{Hg}} = 13.600 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$. Η υψομετρική

διαφορά των στηλών του Hg στα

κατακόρυφα σκέλη του υοειδούς σωλήνα είναι $h=10\text{cm}$. Η ροή του υγρού είναι στρωτή και τα υγρά στον υοειδή σωλήνα ισορροπούν. Να υπολογίσετε:

B₁. το μέτρο της ταχύτητας του υγρού στο σημείο 1.

B₂. την παροχή του οριζόντιου σωλήνα.

B₃. τα μέτρα της ταχύτητας του υγρού στα σημεία (1) και (2) αν η πίεση στο σημείο (1) είναι $P_1=1,152 \cdot 10^5 \text{Pa}$ και η πίεση στο σημείο (2) είναι $P_2=0$. Τι συμβαίνει σ' αυτήν την περίπτωση; Δίνονται: $P_{\text{ατμ}} = 10^5 \text{Pa}$ και $g=10\text{m/s}^2$.

Λύση

A₁. Από την εξίσωση της συνέχειας στα σημεία (1) και (2): $A_1 u_1 = A_2 u_2 \Rightarrow u_2 = \frac{A_1}{A_2} u_1 \Rightarrow u_2 = 3u_1$ **(1)**.

Ο Νόμος Bernoulli στα σημεία (1) και (2) της ίδιας ρευματικής γραμμής δίνει:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \frac{A_1^2}{A_2^2} u_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right) u_1^2 = P_1 - P_2 \quad \text{(2)}$$

Επειδή η ροή είναι στρωτή και οι ταχύτητες στα σημεία (1) και (2) είναι χρονικά σταθερές, δηλαδή το υγρό δεν επιταχύνεται στην κατακόρυφη διεύθυνση: $P_1 = P_{\text{ατμ}} + \rho g h_1$ **(3)** και $P_2 = P_{\text{ατμ}} + \rho g h_2$ **(4)**.

$$\text{Από (2)} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right) u_1^2 = P_{\text{ατμ}} + \rho g h_1 - P_{\text{ατμ}} - \rho g h_2 \Rightarrow$$

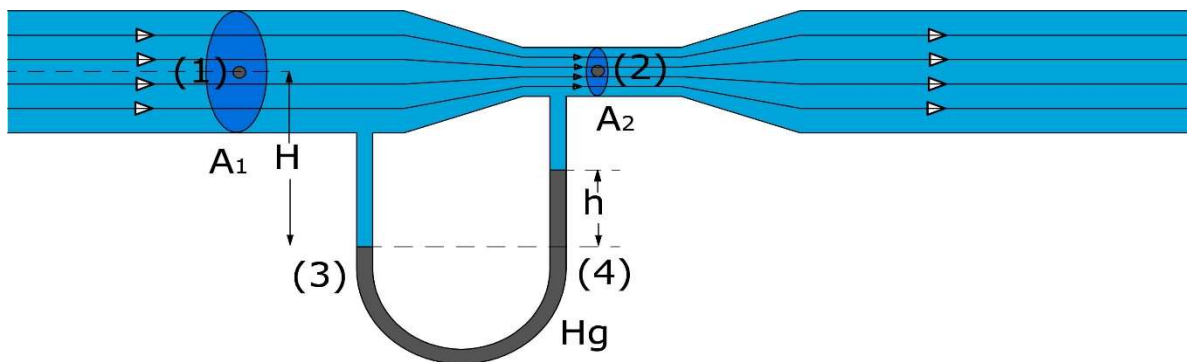
$$\frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right) u_1^2 = \rho g (h_1 - h_2) \Rightarrow u_1 = \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1}} \stackrel{A_2 = \frac{A_1}{3}}{\Rightarrow} u_1 = \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{8}}$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10(0,5 - 0,1)}{8}} \Rightarrow u_1 = 1\text{m/s} \quad \text{(5)}$$

A₂. Από **(3)** και **(4)** $P_1 - P_2 = \rho g (h_1 - h_2) \Rightarrow P_1 - P_2 = 800 \cdot 10(0,5 - 0,1) \Rightarrow P_1 - P_2 = 3200 \text{Pa}$.

A₃. Από **(1)** $\stackrel{(5)}{\Rightarrow} u_2 = 3\text{m/s}$.

B₁. Από τον Νόμο Bernoulli στα σημεία (1) και (2) της ίδιας ρευματικής γραμμής:



σχήμα (3)

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \stackrel{(4)}{\Rightarrow} P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right) u_1^2 \Rightarrow u_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left[\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}} \quad (5)$$

Η πίεση στα σημεία (3) και (4) που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο είναι ίδια:

$$P_3 = P_4 \Rightarrow P_1 + \rho_{H_2O} g H = P_2 + \rho_{H_2O} g (H - h) + \rho_{Hg} g h \Rightarrow P_1 - P_2 = (\rho_{Hg} - \rho_{H_2O}) g h \quad (6)$$

$$\text{Από (5)} \stackrel{(6)}{\Rightarrow} u_1 = \sqrt{\frac{2(\rho_{Hg} - \rho_{H_2O}) g h}{\rho}} \Rightarrow u_1 = \sqrt{\frac{12800}{4 \cdot 800}} 10 \cdot 125 \cdot 10^{-2} \Rightarrow u_1 = \sqrt{4} \Rightarrow u_1 = 2 \text{ m/s} \quad (7).$$

$$\mathbf{B_2.} \quad \Pi = A_1 u_1 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \Pi = 12 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad (\text{ή } 1,2 \frac{\text{L}}{\text{s}}).$$

B₃. Από τον Νόμο Bernoulli για τα σημεία (1) και (2):

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \stackrel{P_2=0}{\Rightarrow} P_1 = \frac{1}{2} \rho \cdot 8 u_1^2 \Rightarrow u_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P_1}{\rho}} \Rightarrow u_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1,152 \cdot 10^5}{8 \cdot 10^2}} \Rightarrow u_1 = 6 \text{ m/s} \quad (8).$$

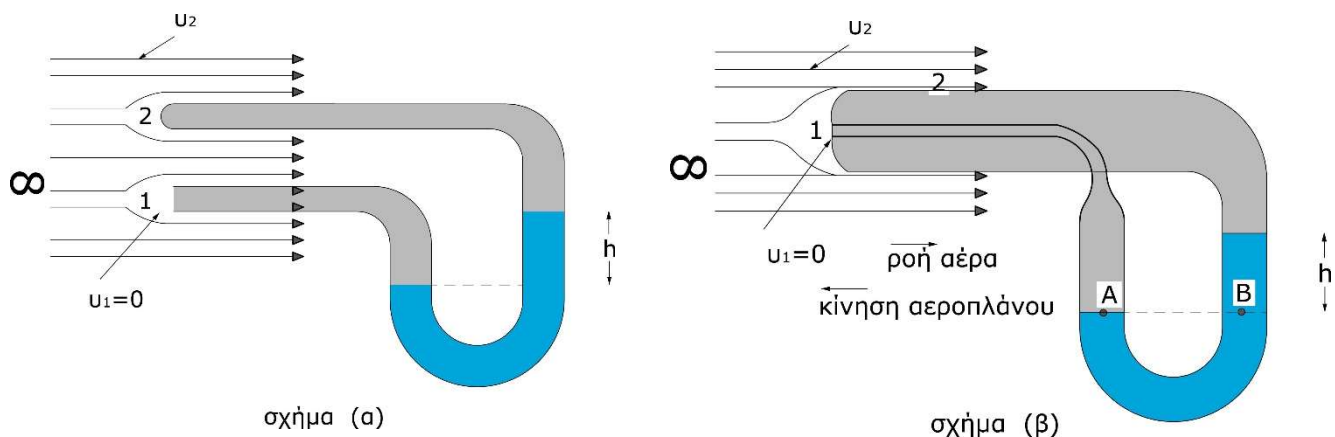
$$\text{Από (1)} \stackrel{(8)}{\Rightarrow} u_2 = 18 \text{ m/s}.$$

Όταν μηδενίζεται η πίεση στο σημείο (2) το υγρό εξατμίζεται και σχηματίζονται φυσαλίδες των ατμών του, δηλαδή συμβαίνει το φαινόμενο της σπηλαιώσης (cavitation).

Εφαρμογή 4η

Ο Henri Pitot (1695 – 1771) Γάλλος μηχανικός της υδραυλικής ήταν ο πρώτος που επινόησε τον ομώνυμο σωλήνα για τη μέτρηση της ταχύτητας ροής των ρευστών. Άρχισε την καριέρα του ως μαθηματικός και αστρονόμος (“Θεώρημα Pitot” στην Ευκλείδεια γεωμετρία) και εκλέχθηκε στην Ακαδημία των Επιστημών το 1724. Έγινε μέλος της Βασιλικής Εταιρείας των Επιστημών του Λονδίνου το 1740. Το ενδιαφέρον του για τη ροή του νερού στα ποτάμια και τα κανάλια τον οδήγησε στην κατάρριψη της λανθασμένης άποψης ότι η ταχύτητα του νερού αυξάνει με το βάθος. Ανακάλυψε δαισθητικά ότι η στήλη του υγρού στον Σωλήνα Pitot είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας ροής το 1732, όταν του είχε ανατεθεί η μέτρηση της ροής στον ποταμό Siene (Σηκουάνας). Το σπουδαιότερο κατασκευαστικό του έργο είναι το υδραγωγείο

του Saint-Clement κοντά στο Montpellier. Ο Σωλήνας Pitot χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ταχύτητας του αέρα στα αεροπλάνα ή του νερού στα πλοία. Στο σχήμα (α) απεικονίζεται ένας σωλήνας Pitot στον οποίο στη θέση (1) έχουμε



ανακοπή της ροής και μέτρηση της ολικής πίεσης (πίεση ανακοπής) και στη θέση (2) έχουμε μέτρηση της στατικής πίεσης καθώς το ρευστό ρέει παράλληλα προς το άνοιγμα που υπάρχει στην παράπλευρη επιφάνεια του σωλήνα. Η διαφορά των δύο πιέσεων μετράται από την υψομετρική διαφορά h του υγρού του μανόμετρου στα δύο σκέλη του. Στο σχήμα (β) απεικονίζεται μια παραλλαγή του σωλήνα Pitot γνωστή και ως σωλήνας Prandtl (από το όνομα Γερμανού μηχανικού Ludwig Prandtl (1875 – 1953) που υπήρξε πρωτοπόρος στην εφαρμοσμένη επιστήμη της αεροναυτικής μηχανικής). Ο κεντρικός σωλήνας καταλήγει στη θέση (1) όπου υπάρχει σημείο ανακοπής της ροής για να μετράται η ολική πίεση και ο περιφερειακός σωλήνας φέρει ανοίγματα όπως αυτό στη θέση (2) για να μετράται η στατική πίεση. (Στην περίπτωση της μέτρησης της ταχύτητας των αεροσκαφών στη θέση (2) μετράται η Ατμοσφαιρική πίεση). Η υψομετρική διαφορά h στα σκέλη του μανόμετρου στο ύψος πτήσης αντιστοιχεί στη δυναμική πίεση στη θέση (2).

Ο σωλήνας Pitot – Prandtl του σχήματος (β) έχει προσαρμοστεί στην πτέρυγα ενός αεροπλάνου. Η ατμοσφαιρική πίεση στο ύψος πτήσης είναι $P_{ατμ}=10^5 Pa$, η πυκνότητα του αέρα είναι $\rho=1,28 Kg/m^3$. Ο αέρας θεωρείται ιδανικό ρευστό και η ροή του στρωτή. Αν η υψομετρική διαφορά του Hg στα σκέλη του μανόμετρου είναι $h=4,7cm$ και $g=10m/s^2$, να υπολογίσετε:

- το μέτρο της ταχύτητας του αεροπλάνου
- την πίεση στη θέση (1)
- την κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στη θέση (2). Δίνεται $\rho_{Hg}=13.600Kg/m^3$

Λύση

α. Η ταχύτητα του αέρα υπολογίζεται από τον Νόμο Bernoulli. Αρκετά μακριά (∞) από το σημείο ανακοπής της ροής θέση (1), η ταχύτητα του αέρα είναι u_∞ και η πίεση είναι P_∞ και στο σημείο ανακοπής, αντίστοιχα είναι P_1 και $u=0$:

$$P_\infty + \frac{1}{2}\rho u_\infty^2 + \rho g y_\infty = P_1 + \frac{1}{2}\rho u^2 + \rho g y_1 \Rightarrow P_\infty + \frac{1}{2}\rho u_\infty^2 = P_1 \quad (1)$$

Αντίστοιχα, ο Νόμος Bernoulli μακριά (∞) από τη θέση του πλευρικού ανοίγματος και στη θέση (2) δίνει:

$$P_{\infty} + \frac{1}{2}\rho u_{\infty}^2 + \rho g y_{\infty} = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 + \rho g y_2 \quad y_{\infty}=y_2 \Rightarrow P_{\infty} + \frac{1}{2}\rho u_{\infty}^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 \quad (2)$$

$$\text{Από (1) και (2): } P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 \Rightarrow u_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \quad (3).$$

Ο Hg στο μανόμετρο ισορροπεί και τα σημεία A και B βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Από το Θεμελιώδη Νόμο της Υδροστατικής: $P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_2 + \rho_{Hg}gh \Rightarrow P_1 - P_2 = \rho_{Hg}gh$ (4). Η διαφορά των αεροστατικών πιέσεων μεταξύ των σημείων (1) και (2) είναι αμελητέα.

$$\text{Από (3) και (4): } u_2 = \sqrt{\frac{2\rho_{Hg}gh}{\rho}} \Rightarrow u_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 13.600 \cdot 10 \cdot 47 \cdot 10^{-3}}{1,28}} \Rightarrow$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{17}{8}} 47 \cdot 10^2 = \sqrt{9987,5} \approx 100 \text{ m/s} \quad (5) \quad \text{ή } u_2 = 360 \text{ Km/h.}$$

Όμως, η ταχύτητα του αέρα που υπολογίστηκε με την προηγούμενη διαδικασία αποτελεί τη **σχετική** ταχύτητα του αέρα ως προς το αεροπλάνο, άρα και το μέτρο της ταχύτητας του αεροπλάνου ως προς τον αέρα είναι $u = 360 \text{ Km/h}$.

Παρατηρήσεις

1. Στην περίπτωση όπου η ροή ενός ρευστού συναντά κάποιο «εμπόδιο», στην περιοχή κοντά στο εμπόδιο η ταχύτητα που υπολογίσαμε για το ρευστό είναι η **σχετική ταχύτητα** του ρευστού ως προς το εμπόδιο. Η τιμή της σχετικής ταχύτητας είναι ίδια είτε κινείται το ρευστό και το εμπόδιο είναι ακίνητο είτε κινείται το εμπόδιο μέσα σ' ένα ακίνητο ρευστό.

2. Η ταχύτητα του αέρα που υπολογίστηκε προηγουμένως (u_2) είναι η ταχύτητα ροής στη θέση (2). Η πραγματική ταχύτητα του αέρα (άρα και του αεροπλάνου) είναι αυτή που έχει ο αέρας μακριά από το εμπόδιο (Σωλήνας Pitot), u_{∞} η οποία είναι μικρότερη ($u_{\infty} < u_2$)

$$\beta. \text{ Από τη σχέση (4): } P_1 = P_2 + \rho_{Hg}gh \quad P_2 = P_{\text{ατμ}} \Rightarrow P_1 = 10^5 + 13.600 \cdot 10 \cdot 47 \cdot 10^{-3} \Rightarrow P_1 = 106.392 \text{ Pa.}$$

$$\gamma. \text{ Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου (δυναμική πίεση) είναι: } \frac{K}{V} = \frac{1}{2} \frac{m}{V} u^2 \Rightarrow \frac{K}{V} = \frac{1}{2} \rho u^2.$$

$$\text{Στη θέση (2) όμως } u = u_2 = 100 \text{ m/s} \quad (5) \quad \text{Άρα } \frac{K}{V} = \frac{1}{2} 1,28 \cdot 10^4 \Rightarrow \frac{K}{V} = 6.400 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}.$$

Ξ.Σ.Στεργιάδης

Υ.Γ Τ Ο 1961 για να εισαχθεί κάποιος στο Ε.Μ.Π, όχι μόνον έπρεπε να γνωρίζει τον νόμο του Boyle, αλλά και να έχει την ικανότητα να συνδυάζει γνώσεις από όλες τις εγκύκλιες σπουδές του στη Φυσική, ώστε να τον εφαρμόσει σ' ένα θέμα υδροστατικής. Μισόν αιώνα μετά;