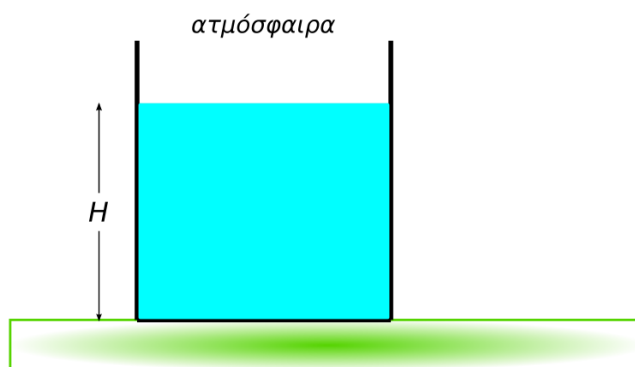


Σε συνάρτηση με το ύψος

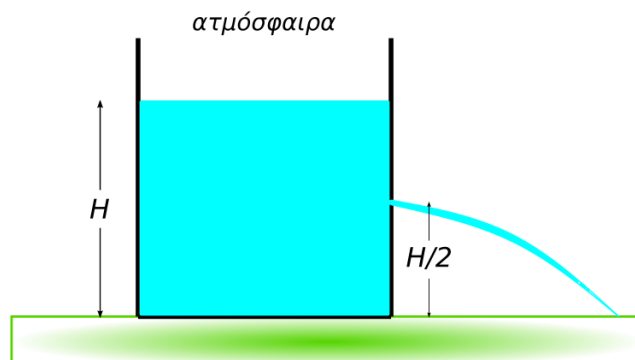
Ένα μεγάλο κυλινδρικό δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα, είναι γεμάτο με υγρό (που θεωρείται ιδανικό) πυκνότητας ρ , το οποίο ισορροπεί. Το δοχείο είναι ανοικτό στο επάνω του μέρος και η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού βρίσκεται σε ύψος H από τον πυθμένα του, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το δοχείο είναι στερεωμένο ακλόνητα πάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με g και η ατμοσφαιρική πίεση με p_{atm} .

- A. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της πίεσης των διαφόρων σημείων του υγρού, σε συνάρτηση με το ύψος τους από το δάπεδο.

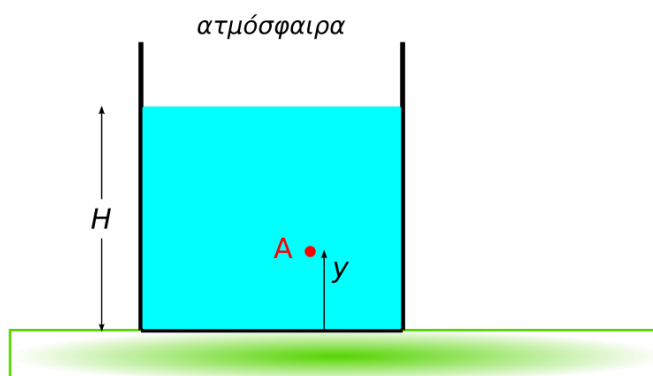
Κάποια στιγμή, ανοίγουμε μία μικρή οπή στο κατακόρυφο πλευρικό τοίχωμα του δοχείου και σε ύψος $\frac{H}{2}$ από το δάπεδο, με αποτέλεσμα το υγρό να εξέρχεται από αυτή με μόνιμη και στρωτή ροή, όπως στο σχήμα.



- B. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου των στοιχείων του υγρού κατά μήκος της φλέβας του υγρού που δημιουργείται, σε συνάρτηση με το ύψος τους από το δάπεδο.

Λύση

A. Έστω A ένα τυχαίο σημείο του υγρού, σε ύψος y από τον πυθμένα του (δάπεδο). Επειδή το δοχείο είναι ανοικτό στο επάνω του μέρος και εντός ατμόσφαιρας, η πίεση του τυχαίου σημείου αυτού θα ισούται με:

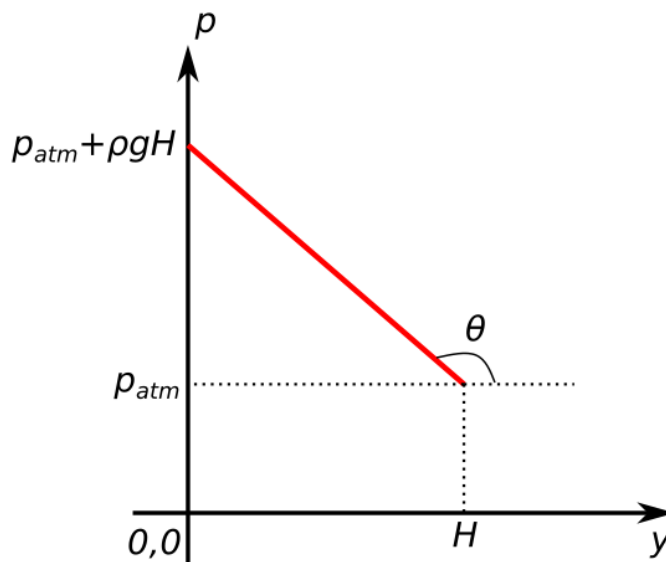


Υλικό Φυσικής - Χημείας

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

$$p = p_{atm} + \rho g(H - y) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boxed{p = p_{atm} + \rho gH - \rho gy}, \quad 0 \leq y \leq H$$

Η παραπάνω σχέση είναι γραμμική, της μορφής $y = ax + \beta$, όπου $a = -\rho g$ και $\beta = p_{atm} + \rho gH$. Επομένως, η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι η παρακάτω:

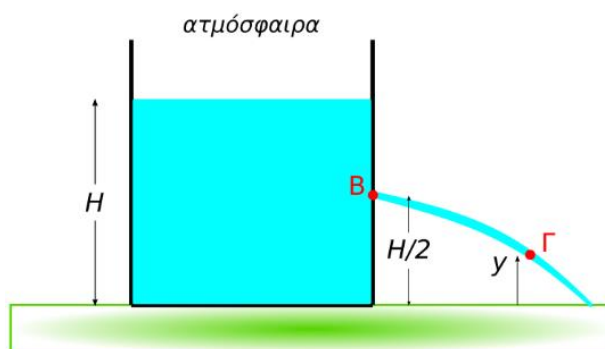


όπου $\epsilon\phi\theta = -\rho g$. Να τονίσουμε ότι όταν $y = 0$ το σημείο βρίσκεται στον πυθμένα (μέγιστη πίεση), ενώ όταν $y = H$ το σημείο βρίσκεται στην ελεύθερη επιφάνεια.

B. Επειδή πληρούνται οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Torricelli, η ταχύτητα με την οποία εξέρχεται ένα στοιχείο του υγρού από την οπή (σημείο B) είναι ίση με

$$v_B = \sqrt{2g\left(H - \frac{H}{2}\right)} = \sqrt{gH}$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ του σημείου B και ενός τυχαίου σημείου Γ στην ίδια ρευματική γραμμή που βρίσκεται σε ύψος y από το έδαφος, έχουμε:



$$p_{atm} + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g \frac{H}{2} = p_{atm} + \frac{\delta K}{\delta V} + \rho gy \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{\delta K}{\delta V} + \rho gy = \frac{1}{2}\rho gH + \rho g \frac{H}{2} \Rightarrow$$

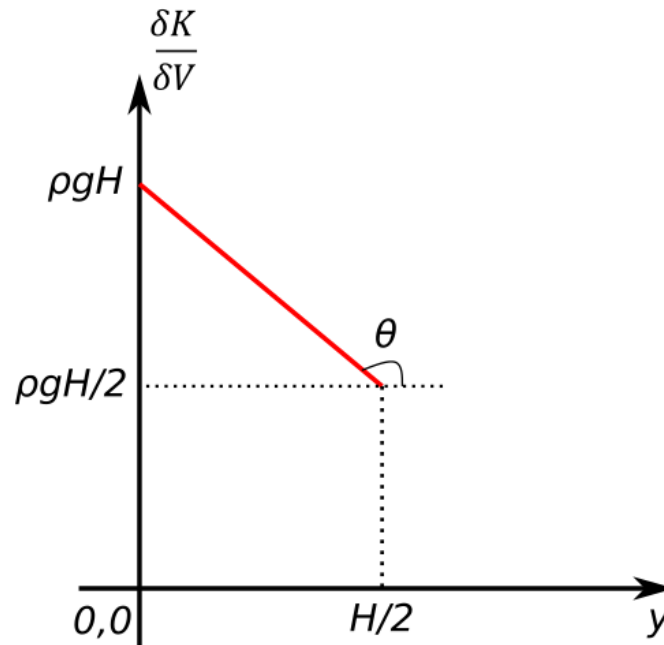
Υλικό Φυσικής – Χημείας

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\delta K}{\delta V} = \rho g H - \rho g y}, \quad 0 \leq y \leq \frac{H}{2}$$

Η παραπάνω σχέση, είναι επίσης γραμμική.

Η ζητούμενη γραφική παράσταση, δίνεται παρακάτω:



Ισχύει και εδώ ότι $\varepsilon\phi\theta = -\rho g$. Στο $y = 0$ αντιστοιχίζεται η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου με την οποία το υγρό φθάνει στο έδαφος, ενώ στο $y = H/2$ η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου με την οποία εξέρχεται το υγρό από την οπή.

Μίλτος Καδιλτζόγλου

miltoskadiltzoglou@gmail.com