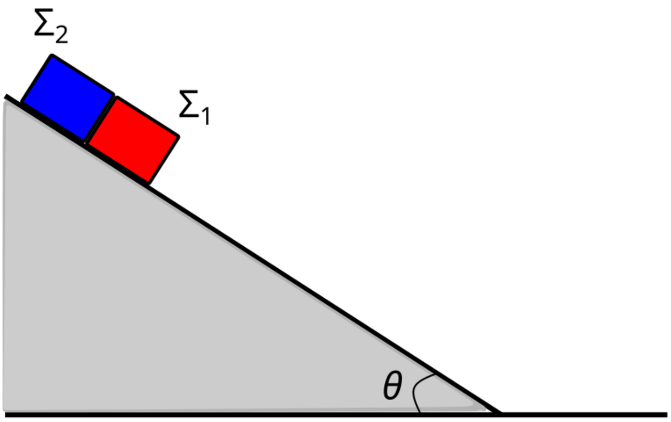
Δύναμη επαφής με διαφορετικό συντελεστή τριβής



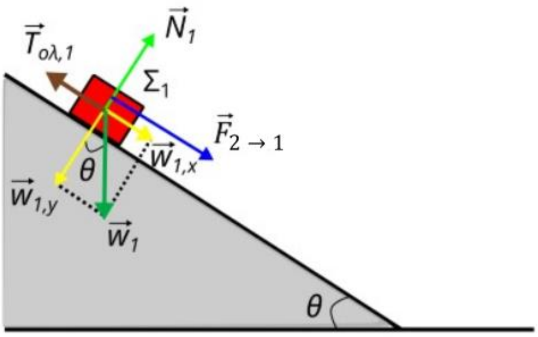
Τα σώματα Σ$_1$ και Σ$_2$ του σχήματος έχουν αμελητέες διαστάσεις, είναι σε επαφή και αφήνονται πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ. Το σώμα Σ$_1$ έχει μάζα m_1 και παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης με το κεκλιμένο επίπεδο μ_1. Το σώμα Σ$_2$ έχει μάζα m_2 και παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης με το κεκλιμένο επίπεδο μ_2, τέτοιο ώστε $\mu_2 < \mu_1$. Τα σώματα ολισθαίνουν κατά μήκος του επιπέδου και είναι διαρκώς σε επαφή.

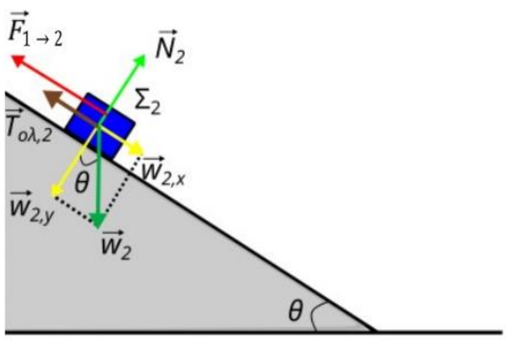
Εάν το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας ισούται με g, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων κατά την κάθοδό τους.

Λύση

Επειδή τα δύο σώματα κατά την κάθοδο είναι διαρκώς σε επαφή, συμπεραίνουμε ότι σε όλη τη διάρκεια της καθόδου τους έχουν ίσες ταχύτητες και επιταχύνσεις. Δηλαδή, ισχύει διαρκώς ότι $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ και $a_1 = a_2 = a$.

Στα παρακάτω σχήματα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σώματα ξεχωριστά, με τις δυνάμεις επαφής των δύο σωμάτων να είναι απωστικές.





Σύμφωνα με τον 3^{ο} νόμο Νεύτωνα, ισχύει ότι $\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$, ενώ για τα μέτρα των δυνάμεων αυτών ισχύει ότι $F_{1\to2} = F_{2\to1} = F$.

Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου Νεύτωνα για το σώμα Σ$_1$, προκύπτει ότι:

$$\Sigma F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow w_{1,x} + F_{2\to1} - T_{o\lambda,1} = m_1 a \Rightarrow$$

$$\Longrightarrow m_1 g\eta\mu\theta + F - \mu_1 N_1 = m_1 a$$

Από την ισορροπία του σώματος Σ_1 στη διεύθυνση του άξονα y προκύπτει ότι $\Sigma F_{y,1} = 0$ ή $N_1 = w_{1,y} = m_1 g\sigma\upsilon\nu\theta$. Έτσι, η παραπάνω σχέση γίνεται

$$m_1 g\eta\mu\theta + F - \mu_1 m_1 g\sigma\upsilon\nu\theta = m_1 a \quad (1)$$

Ομοίως, με εφαρμογή του 2ου νόμου Νεύτωνα για το σώμα Σ_2 και αξιοποιώντας τη συνθήκη ισορροπίας στη διεύθυνση του άξονα y και για το σώμα αυτό, προκύπτει ότι:

$$\Sigma F_2 = m_2 a_2 \Longrightarrow w_{2,x} - F_{1\rightarrow 2} - T_{o\lambda,2} = m_2 a \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow m_2 g\eta\mu\theta - F - \mu_2 N_2 = m_2 a \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow m_2 g\eta\mu\theta - F - \mu_2 m_2 g\sigma\upsilon\nu\theta = m_2 a \quad (2)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της σχέσης (1) με m_2, έχουμε ότι

$$m_1 m_2 g\eta\mu\theta + m_2 F - \mu_1 m_1 m_2 g\sigma\upsilon\nu\theta = m_1 m_2 a \quad (3)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της σχέσης (2) με m_1, έχουμε ότι

$$m_1 m_2 g\eta\mu\theta - m_1 F - \mu_2 m_1 m_2 g\sigma\upsilon\nu\theta = m_1 m_2 a \quad (4)$$

Έτσι, από τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει ότι:

$$m_1 m_2 g\eta\mu\theta + m_2 F - \mu_1 m_1 m_2 g\sigma\upsilon\nu\theta = m_1 m_2 g\eta\mu\theta - m_1 F - \mu_2 m_1 m_2 g\sigma\upsilon\nu\theta \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow (m_1 + m_2)F = (\mu_1 - \mu_2) m_1 m_2 g\sigma\upsilon\nu\theta \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \boxed{F = \frac{(\mu_1 - \mu_2) m_1 m_2 g\sigma\upsilon\nu\theta}{m_1 + m_2}}$$

Σχόλιο: Από την παραπάνω σχέση παρατηρούμε ότι αν $\mu_1 = \mu_2$ τότε τα δύο σώματα κατεβαίνουν με ίσες επιταχύνσεις χωρίς να αλληλεπιδρούν, ενώ αν $\mu_1 < \mu_2$ τα σώματα αποχωρίζονται αποκτώντας διαφορετικές επιταχύνσεις.

Μίλτος Καδιλτζόγλου

miltoskadiltzoglou@gmail.com