

Φυσική και Ποίηση II – Κρούσεις και Ταλαντώσεις

Η άσκηση

Κρούση - Διατήρηση ορμής

Δύο μικρές σφαίρες (1) και (2) κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Η πρώτη σφαίρα έχει μάζα m_1 και κινείται με ταχύτητα μέτρου v , ενώ η δεύτερη έχει μάζα $m_2=vm_1$ και ταχύτητα μέτρου v , επίσης. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται στιγμιαία και μετά την κρούση η πρώτη έχει ορμή ίσου μέτρου με την αρχική της, ενώ η δεύτερη ακινητοποιείται.

A. Η μέγιστη τιμή της παραμέτρου v είναι

- α. 1 β. 2 γ. 3

B. Η μέγιστη τιμή της γωνίας φ που σχηματίζουν οι αρχικές ταχύτητες των δύο σφαιρών είναι

- α. 90^0 β. 120^0 γ. 180^0

Γ. Η ελάχιστη τιμή της γωνίας φ που σχηματίζουν οι αρχικές ταχύτητες των δύο σφαιρών είναι οριακά

- α. 0^0 β. 90^0 γ. 120^0

Δ. Η γωνία που σχηματίζει η μεταβολή της ορμής της σφαίρας (1) με την αρχική της ορμή, σε σχέση με τη γωνία φ , είναι

- α. $\varphi/3$ β. $\varphi/2$ γ. φ

Ε. Το μέγιστο ποσοστό του μέτρου της μεταβολής της ορμής της σφαίρας (1) σε σχέση με το μέτρο της αρχικής της ορμής είναι

- α. 50% β. 100% γ. 200%

ΣΤ. Το μέγιστο ποσοστό μετατροπής της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών σε θερμική είναι

- α. 50% β. $100/3\%$ γ. $200/3\%$

Z. Να γίνει διάγραμμα του ποσοστού μετατροπής της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών σε θερμική σε συνάρτηση με την παράμετρο v .

Η λύση της άσκησης

Α. Κατά την κρούση των δύο σφαιρών διατηρείται η ορμή του συστήματός τους. Η Α.Δ.Ο. δίνει

$$P_{αρχ} = P_{τελ} \Rightarrow \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\varphi} = P_1 + 0 \Rightarrow$$

$$P_2^2 + 2P_1P_2\cos\varphi = 0 \Rightarrow P_2 = -2P_1\cos\varphi \Rightarrow$$

$$m_2v = -2m_1v\cos\varphi \Rightarrow vm_1 = -2m_1\cos\varphi \Rightarrow$$

$$v = -2\cos\varphi \quad (1)$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι η μέγιστη τιμή της παραμέτρου v είναι ίση με 2, για $\varphi=180^\circ$, δηλαδή όταν οι σφαίρες κινούνται αρχικά αντίρροπα.

Σωστό το β.

Β. Η μέγιστη τιμή της γωνίας φ που σχηματίζουν οι αρχικές ταχύτητες των δύο σφαιρών, από τη σχέση (1) είναι για $v=2$

$$v = -2\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{v}{-2} = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow \varphi = 180^\circ$$

Σωστό το γ.

Γ. Η ελάχιστη τιμή της γωνίας φ που σχηματίζουν οι αρχικές ταχύτητες των δύο σφαιρών, είναι οριακά, όταν η μάζα (2) τείνει στο μηδέν, δηλαδή για $v=0$

$$v = -2\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 90^\circ$$

Σωστό το β.

Άρα η γωνία φ παίρνει τιμές από $90^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$.

Δ. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας (1), είναι αντίθετη από τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας (2). Άρα

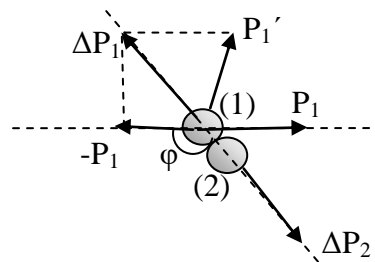
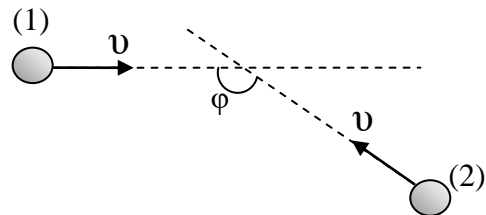
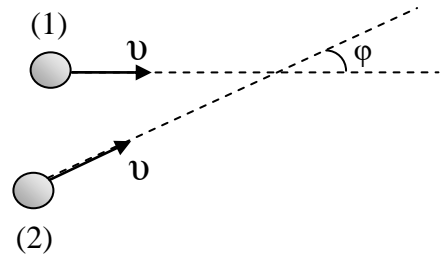
$$\overline{\Delta P_1} = -\overline{\Delta P_2} = -(\overline{P_2'} - \overline{P_2}) = \overline{P_2} - 0 \Rightarrow \overline{\Delta P_1} = \overline{P_2}$$

και η γωνία που σχηματίζει η μεταβολή της ορμής της σφαίρας (1) με την αρχική της ορμή, ισούται με τη γωνία φ .

Σωστό το γ.

Ε. Η μέγιστη μεταβολή της ορμής της σφαίρας (1) προκύπτει όταν μεγιστοποιηθεί η αρχική ορμή της σφαίρας (2) για $v=2$, όταν δηλαδή οι δύο σφαίρες κινούνται αρχικά αντίρροπα. Είναι

$$\overline{\Delta P_1} = \overline{P_2} \Rightarrow \Delta P_1 = m_2v = vm_1v = vP_1 \Rightarrow \Delta P_{1,max} = 2P_1$$



Μπετσάκος Παναγιώτης

Το μέγιστο ποσοστό του μέτρου της μεταβολής της ορμής της σφαίρας (1) σε σχέση με το μέτρο της αρχικής της ορμής είναι

$$\pi\% = \frac{\Delta P_{1,\max}}{P_1} \cdot 100\% = 200\%$$

Σωστό το γ.

ΣΤ. Το ποσοστό μετατροπής της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών σε θερμική είναι

$$\pi = \frac{Q}{K_{\text{αρχ}}} = \frac{K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}}}{K_{\text{αρχ}}} = \frac{\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 - \frac{1}{2}m_1v^2}{\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{vm_1}{m_1 + vm_1} = \frac{v}{1+v}$$

Η μέγιστη τιμή του λόγου προκύπτει για $v=2$ και ισούται με $2/3$.

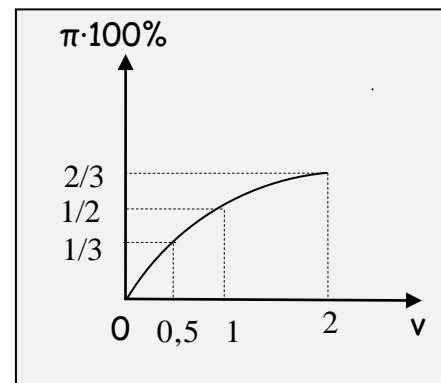
Άρα, το μέγιστο ποσοστό μετατροπής της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών σε θερμική είναι

$$\pi\% = \frac{Q}{K_{\text{αρχ}}} \cdot 100\% = \frac{2}{3} \cdot 100\% = 200/3\%$$

Σωστό το γ.

Z. Η συνάρτηση φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

$$\pi = \frac{Q}{K_{\text{αρχ}}} = \frac{v}{1+v} = \frac{1}{1+\frac{1}{v}}$$



Το ποίημα

Ταλαντώσεις – διλήμματα ελευθερίας

Ζω σ' ένα τεράστιο κατακόρυφο δαχτυλίδι.
Κινούμαι στο εσωτερικό του κυλώντας παλινδρομικά
γύρω από μια ευσταθή θέση ισορροπίας
που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο
του κυκλικού μου σύμπαντος.
Εκεί βρίσκεσαι εσύ, ακίνητη – δεν μου μιλάς,
μόνο μου χαμογελάς ειλικρινά.
Είσαι ένας δυνατός μαγνητικός πόλος έλξης
που με επιταχύνει περιοδικά προς τα σένα.
Μερικές φορές προσπαθώ να βρω τον τρόπο
να σταματήσω κοντά σου, αλλά τελικά αδυνατώ.

Μπετσάκος Παναγιώτης

Χαίρομαι όλη αυτή την αεικίνητη διαδικασία,
που δυστυχώς έχει μια δέσμευση· να 'σαι εσύ
κι η ομορφιά σου το κέντρο του κόσμου μου.
Κι όταν τα διλήμματα με πιέζουν, σκέφτομαι
ότι εδώ υπάρχει η ασφάλεια της ευστάθειας,
όπως υπάρχει κι η αστραφτερή ακτινοβολία
του προσώπου και της καλοσύνης σου.
(Άραγε θα άντεχα να τα ζήσω από κοντά;)
Εδώ υπάρχουν και οι ελάχιστες εκείνες στιγμές
που πλησιάζοντάς σε, με μεγάλη ταχύτητα,
προλαβαίνω να μυρίσω το άρωμά σου.

Υπάρχει όμως και μια δυνατότητα διαφορετική,
μια υπέρβαση των ορίων και της εσωστρέφειας,
μια παύση τούτης της νευρωτικής ταλάντωσης·
η υπόθεση ότι σκαρφαλώνω κι ανεβαίνω ψηλά,
στην οροφή, έξω και πάνω από το δαχτυλίδι,
αντιδιαμετρικά απέναντί σου,
σε μια ασταθή και δύσκολη ισορροπία
που υπαγορεύει πλήρη δέσμευση κινήσεων
κι έχω μόνη ελευθερία την απουσία σου.
Μια ελευθερία που ποτέ δεν πίστευα
ότι θα επιθυμούσα και τελικά θα επιδίωκα.