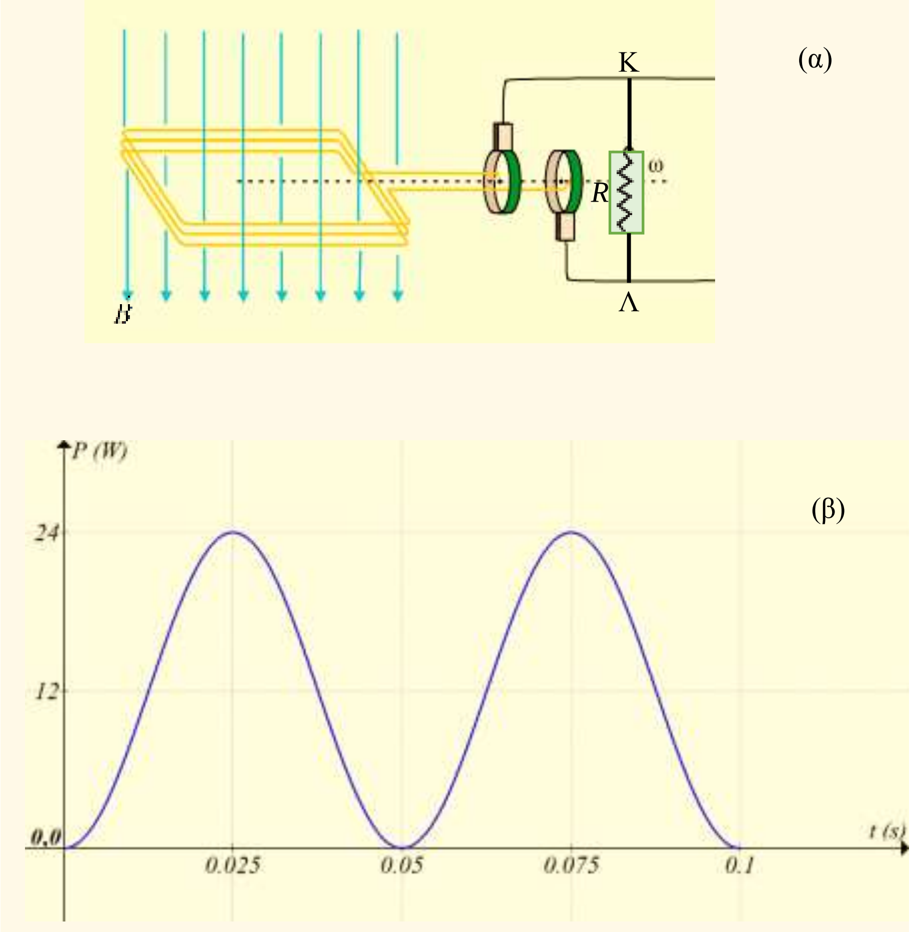
Μια μικρή μεταβολή στην τάση και η θερμάστρα λειτουργεί κανονικά

Διαθέτουμε θερμική συσκευή με στοιχεία κανονικής λειτουργίας *18V, 27W*. Τη συνδέουμε στα άκρα ιδανικής γεννήτριας τύπου στρεφόμενου πλαισίου, που παράγει εναλλασσόμενη τάση μηδενικής αρχικής φάσης (σχήμα 1α). Το διάγραμμα του σχήματος 1β, δίνει τη στιγμιαία ισχύ, που καταναλώνει η συσκευή, σε συνάρτηση με το χρόνο.



σχήμα 1

α) Η συσκευή λειτουργεί κανονικά; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

β) Γράψτε την εξίσωση της έντασης του ρεύματος που τη διαρρέει.

γ) Αν δίνεται ότι $ημ^2α = \frac{1-συν2α}{2}$, να εξηγείστε τη μορφή του διαγράμματος της ισχύος και να γράψτε τη χρονική εξίσωση *P = f(t)*.

δ) Αν θέλουμε να μην αλλάξει η περίοδος της εναλλασσόμενης τάσης, ποιο φυσικό μέγεθος θα προτείνατε να αλλάξουμε στο κύκλωμα ώστε να λειτουργήσει κανονικά η συσκευή και σε τι ποσοστό;

Απάντηση

α) Η μέγιστη ισχύς που καταναλώνει η συσκευή είναι

$$P_{max} = V \cdot I \Leftrightarrow P_{max} = V_{εν}\sqrt{2} \cdot I_{εν}\sqrt{2} \Leftrightarrow P_{max} = 2V_{εν} \cdot I_{εν} \Leftrightarrow P_{max} = 2 \cdot \bar{P} \Leftrightarrow$$

$$\bar{P} = \frac{P_{max}}{2}$$

Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι η μέση ισχύς που καταναλώνει η συσκευή είναι $\bar{P} = 12W < 18W$, δηλαδή **υπολειτουργεί**.

β) Η αντίσταση της συσκευής, προκύπτει από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας:

$$P_K = \frac{V_K^{\ 2}}{R} \Leftrightarrow R = \frac{V_K^{\ 2}}{P_K} \Leftrightarrow R = \frac{18^2}{27} \Leftrightarrow R = 12\Omega .$$

Η μέγιστη ισχύς που καταναλώνει η συσκευή θα είναι

$$P_{max} = \frac{V^2}{R} \Leftrightarrow V = \sqrt{P_{max} \cdot R} \Leftrightarrow V = \sqrt{24 \cdot 12} \Leftrightarrow V = 12\sqrt{2}V$$

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος προκύπτει τότε $I = \frac{V}{R} \Leftrightarrow I = \sqrt{2}\,A$

Επειδή τα μεγέθη *υ, i* είναι συμφασικά στις θερμικές συσκευές, παίρνουν ταυτόχρονα σε χρόνο $\frac{T}{4}$ τις μέγιστες τιμές τους. Τότε θα μεγιστοποιείται και η στιγμιαία ισχύς, άρα με βάση το διάγραμμα

$$\frac{T}{4} = 0{,}025 \Leftrightarrow T = 0{,}1s \text{ και } \omega = \frac{2\pi}{T} = 20\pi\frac{rad}{s}$$

Μπορούμε πλέον να γράψουμε τη χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος:

$$i = I \cdot \eta\mu(\omega t) \Leftrightarrow \boxed{i = \sqrt{2} \cdot \eta\mu(20\pi t)}(S.I.)$$

γ) Η στιγμιαία ισχύς με βάση τη δοθείσα τριγωνομετρική ταυτότητα γράφεται

$$P = \upsilon \cdot i \Leftrightarrow P = V\eta\mu(\omega t) \cdot I\eta\mu(\omega t) \Leftrightarrow P = P_{max} \cdot \eta\mu^2(\omega t) \Leftrightarrow P = P_{max}\frac{1 - \sigma\upsilon\nu(2\omega t)}{2} \Leftrightarrow$$

$$P = \frac{P_{max}}{2} - \frac{P_{max}}{2}\sigma\upsilon\nu(2\omega t) \quad (1)$$

Η σχέση (1) έχει γραφική παράσταση της μορφής που δίνεται στην εκφώνηση, αφού έχει

Πεδίο τιμών: $P \in [0, P_{max}]$

Περίοδο: $T' = \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{T}{2}$

Με αντικατάσταση η (1) δίνει: $\boxed{P = 12 - 12\sigma\upsilon\nu(40\pi t)}(S.I.)$

Προφανώς το δοσμένο διάγραμμα έχει σχεδιαστεί για 2 περιόδους εναλλαγής.

δ) Για να λειτουργεί κανονικά η συσκευή πρέπει να ρυθμίσουμε την ενεργό τάση, που εφαρμόζεται στα άκρα της και κατ΄επέκταση το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης. Πως θα γίνει αυτό; Η μέση ισχύς είναι

$$\bar{P} = \frac{V_{\varepsilon\nu}^{\ 2}}{R} \Leftrightarrow \bar{P} = \frac{\left(V/\sqrt{2}\right)^2}{R} \Leftrightarrow \bar{P} = \frac{V^2}{2R} \Leftrightarrow \bar{P} = \frac{\left(N\omega BS\right)^2}{2R}$$

όπου N ο αριθμός των σπειρών του στρεφόμενου πλαισίου, ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, B το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου, S το εμβαδόν μια σπείρας του πλαισίου.

Τι από αυτά είναι εφικτό να αλλάξουμε;

Αφού θέλουμε να μην επηρεαστεί η περίοδος της τάσης, προφανώς μπορούμε να αλλάξουμε μόνο την **ένταση του μαγνητικού πεδίου**.

Για την εύρεση του ποσοστού έχουμε

$$\left.\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{(N\omega BS)^2}{2R} \\ \bar{P}' &= \frac{(N\omega B'S)^2}{2R} \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \frac{\bar{P}'}{\bar{P}} = \left(\frac{B'}{B}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{B'}{B} = \sqrt{\frac{\bar{P}'}{\bar{P}}} \Leftrightarrow \frac{B'}{B} = \sqrt{\frac{54}{24}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{B'}{B} = \sqrt{\frac{9}{4}} \Leftrightarrow \frac{B'}{B} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{B'-B}{B} = \frac{3-2}{2} \Leftrightarrow \frac{\Delta B}{B} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\frac{\Delta B}{B} \cdot 100 = 50\%}$$

Ανδρέας Ριζόπουλος