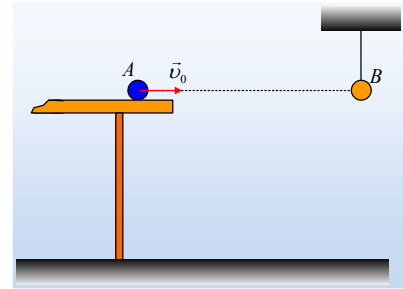


Θα συγκρουστούν οι σφαίρες;

Η σφαίρα Α κινείται με σταθερή ταχύτητα v_0 , πάνω σε ένα λείο τραπέζι, όπως στο σχήμα. Στο ύψος του τραπεζιού, ισορροπεί μια δεύτερη σφαίρα Β δεμένη στο άκρο νήματος. Τη στιγμή που η σφαίρα Α εγκαταλείπει το τραπέζι, κόβουμε το νήμα που συγκρατεί τη σφαίρα Β. Εξετάζουμε, αν θα συμβεί κρούση των δύο σφαιρών, πριν φτάσουν στο έδαφος. Τι από τα παρακάτω ισχύει;



- α) Δεν θα συγκρουστούν.
- β) Θα συγκρουστούν πάντα.
- γ) θα συγκρουστούν μόνο αν η σφαίρα Α έχει αρχική ταχύτητα, μικρότερη μιας ορισμένης τιμής.
- δ) θα συγκρουστούν μόνο αν η σφαίρα Α έχει αρχική ταχύτητα, μεγαλύτερη μιας ορισμένης τιμής.

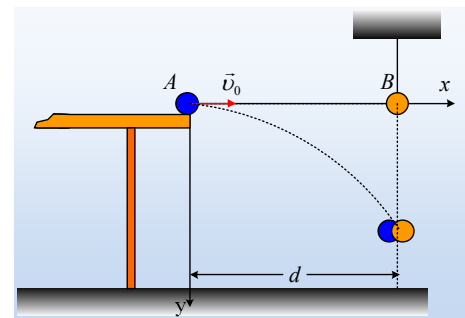
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, όπως αμελητέες θεωρούνται και οι διαστάσεις των δύο σφαιρών.

Απάντηση:

Έστω ότι οι δυο σφαίρες συγκρούονται σε κάποιο σημείο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Προφανώς η Β σφαίρα κινείται κατακόρυφα, συνεπώς το σημείο σύγκρουσης δεν μπορεί παρά να είναι ένα σημείο της κατακόρυφης που περνά από το σημείο πρόσδεσης της Β σφαίρας.

Για την οριζόντια βολή της Α σφαίρας, θεωρώντας την κίνηση ως επαλληλία μιας ευθύγραμμης ομαλής στην οριζόντια διεύθυνση και μιας ελεύθερης πτώσης στην κατακόρυφη διεύθυνση, θα έχουμε:



Άξονας x	Άξονας y
$v_x = v_0$ (1)	$v_y = gt$ (3)
$x = v_0 t$ (2)	$y = \frac{1}{2} gt^2$ (4)

Εξάλλου η Β σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση για την οποία ισχύει:

$$y = \frac{1}{2} gt^2 \quad (5)$$

Από τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει ότι οι δυο σφαίρες κινούνται, ευρισκόμενες συνεχώς στο ίδιο ύψος από το έδαφος και προφανώς θα φτάσουν ταυτόχρονα και στο έδαφος (αν στο μεταξύ δεν υπάρξει σύγκρουση). Αλλά για να υπάρξει σύγκρουση, θα πρέπει, πριν πέσουν στο έδαφος, η Α σφαίρα να έχει διανύσει την οριζόντια απόσταση d , που «χώριζε» αρχικά τις δυο σφαίρες.

Αλλά τότε με αντικατάσταση στην (2) βρίσκουμε το χρονικό διάστημα t_1 που θα χρειαστεί η Α σφαίρα για να διανύσει την απόσταση d :

$$d = v_0 \cdot t \rightarrow t_1 = \frac{d}{v_0}$$

Το χρονικό αυτό διάστημα, θα πρέπει να είναι μικρότερο από το χρονικό διάστημα (έστω t_2) που θα χρειαστούν οι σφαίρες να φτάσουν στο έδαφος. Αλλά με αντικατάσταση στην (4) και θέτοντας $y=h$, όπου h το αρχικό ύψος των δύο σφαιρών από το έδαφος, βρίσκουμε:

$$h = \frac{1}{2} g t_2^2 \rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow$$

$$t_1 < t_2 \rightarrow$$

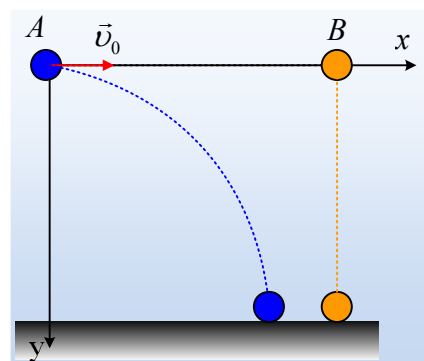
$$\frac{d}{v_0} < \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow$$

$$v_0 > d \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

Η τελευταία σχέση, μας δίνει και την απαραίτητη συνθήκη που πρέπει να ισχύει, ώστε να υπάρχει σύγκρουση των δύο σφαιρών. Οπότε σωστή είναι η δ) πρόταση.

Σχόλιο:

Αν η αρχική ταχύτητα είναι ίση με $d \sqrt{\frac{g}{2h}}$ τότε οι σφαίρες συγκρούονται τη στιγμή ακριβώς που κτυπάνε στο έδαφος. Αν είναι μικρότερη, τότε η σφαίρα Α θα διαγράψει την τροχιά που φαίνεται στο διπλανό σχήμα και οι σφαίρες δεν θα συγκρουστούν.



dmargaris@gmail.com