

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΡΟΥΣΕΙΣ (III)

ΙΟΥΛΙΟΣ 2023

ΘΕΜΑ Α

(Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής. Μία απάντηση σωστή)

A1. Ένα σφαιρικό σώμα μάζας m κινείται μεταφορικά με σταθερή ταχύτητα ,πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται πλάγια και ελαστικά με κατακόρυφο τοίχο. Η μεταβολή της ορμής του σώματος κατά την κρούση του με τον τοίχο έχει:

- α. Διεύθυνση κάθετη στον τοίχο και φορά προς τον τοίχο
- β. Διεύθυνση κάθετη στον τοίχο και φορά από τον τοίχο προς το εξωτερικό του τοίχου.
- γ. Κατεύθυνση ίδια με αυτή της ταχύτητας του σώματος ,πριν την κρούση.
- δ. Κατεύθυνση αντίθετη από αυτή της ταχύτητας του σώματος ,μετά την κρούση.

(Μονάδες 5)

A2. Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα $\vec{v}_0$, από ένα σημείο Α το οποίο βρίσκεται σε ύψος H από το έδαφος .Κάποια στιγμή t_1 ,ένα δεύτερο σώμα διπλάσιας μάζας, το οποίο κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα μέτρου v_2 ,συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_1 . Για να κινηθεί το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση οριζόντια ,πρέπει το μέτρο v_2 να είναι ίσο με :

- α. $\frac{v_0}{2}$
- β. $g t_1$
- γ. $\sqrt{(g t_1)^2 + v_0^2}$
- δ. $\frac{g t_1}{2}$

(Μονάδες 5)

A3. Σώμα μάζας m_1 πραγματοποιεί ομαλή κυκλική κίνηση ευρισκόμενο δεμένο στο άκρο μη εκτατού νήματος σε επαφή με λείο οριζόντιο δάπεδο .Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε καρφί το οποίο είναι στερεωμένο ακλόνητα στο δάπεδο. Τριβές δεν υπάρχουν. Κάποια στιγμή το σώμα συγκρούεται κεντρικά - πλαστικά με δεύτερο ακίνητο σώμα, ίδιας μάζας. Το συσσωμάτωμα πραγματοποιεί επίσης ομαλή κυκλική κίνηση ίδιας ακτίνας με το αρχικό σώμα. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο συσσωμάτωμα είναι:

- α. Διπλάσιο του μέτρου της δύναμης που ασκούσε το νήμα στο σώμα μάζας m_1 , πριν τη κρούση
- β. Υποδιπλάσιο του μέτρου της δύναμης που ασκούσε το νήμα στο σώμα μάζας m_1 , πριν τη κρούση
- γ. Τετραπλάσιο του μέτρου της δύναμης που ασκούσε το νήμα στο σώμα μάζας m_1 , πριν τη κρούση
- δ. Υποτετραπλάσιο του μέτρου της δύναμης που ασκούσε το νήμα στο σώμα μάζας m_1 , πριν τη κρούση

(Μονάδες 5)

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΙΣ ΚΡΟΥΣΕΙΣ .3.

A4. Τρεις ομογενείς σφαίρες, ίδιας ακτίνας και μαζών m_1 , m_2 και m_3 αντίστοιχα βρίσκονται ακίνητες και σε επαφή μεταξύ τους πάνω σε ένα λείο οριζόντιο δάπεδο. Μία τέταρτη σφαίρα ίδιας ακτίνας με τις προηγούμενες και μάζας m , συγκρούεται κεντρικά με τη σφαίρα μάζας m_1 . Αν η ορμή της τέταρτης σφαίρας, ελάχιστα πριν την κρούση σύγκρουση έχει μέτρο (p) τότε η ορμή του συστήματος των τεσσάρων σφαιρών μετά την κρούση έχει μέτρο (p') για το οποίο ισχύει:

α. $p' = \frac{p}{4}$

β. $p' = \frac{p}{2}$

γ. $p' = p$

δ. δεν μπορεί να προσδιοριστεί

(Μονάδες 5)

A.5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη Λάθος για τη λανθασμένη.

α. Με τον όρο σκέδαση, στην σύγχρονη φυσική, εννοούμε κάθε φαινόμενο κατά το οποίο δύο σωματίδια έρχονται σε επαφή μεταξύ τους, αλληλεπιδρώντας με ισχυρές δυνάμεις σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα.

β. Αν σε μια κεντρική ελαστική κρούση τα σώματα που συγκρούονται είναι σφαίρες, οι ταχύτητές τους μετά την κρούση θα βρίσκονται στην ίδια (αρχική) διεύθυνση.

γ. Επειδή η κρούση είναι ένα φαινόμενο που διαρκεί πολύ λίγο χρόνο, οι ωθήσεις των εξωτερικών δυνάμεων είναι αμελητέες κατά τη διάρκεια της κρούσης.

δ. Κατά τη σύγκρουση δύο σωμάτων ένα μέρος της μηχανικής τους ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα.

ε. Στο μακρόκοσμο η ελαστική κρούση αποτελεί μια εξιδανίκευση.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β

B1. Ομογενές σώμα μάζας m_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο πραγματοποιώντας μεταφορική κίνηση. Η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο v_0 . Κάποια στιγμή το σώμα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο ακίνητο σώμα μάζας m_2 , η οποία είναι μικρότερη από την m_1 . Διαπιστώνουμε ότι μετά την κρούση, και αφού παρέλθει χρονικό διάστημα Δt , από τη στιγμή της κρούσης, η απόσταση των δύο σωμάτων είναι ίση με d . Εάν θεωρήσουμε ότι αρχικά ακίνητο είναι το σώμα μάζας m_1 , προσπίπτει πάνω του και συγκρούστηκε κεντρικά και ελαστικά με αυτό το σώμα μάζας m_2 , με ταχύτητα μέτρου v_0 επίσης, τότε η απόσταση δύο σωμάτων μετά από την πάροδο χρόνου Δt από τη στιγμή της κρούσης θα είναι:

α. $2d$

β. d

γ. $\frac{d}{2}$

Ι. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

(Μονάδες 2)

II. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας**(Μονάδες 6)**

B2. Σφαιρικό ομογενές σώμα μάζας m_1 αφήνεται να πέσει ελεύθερο από κάποιο ύψος H από την επιφάνεια της γης. Αφού διανύσει διάστημα S κατεβαίνοντας, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με δεύτερο σφαιρικό ομογενές σώμα μάζας $m_2 = m_1$ το οποίο κινείται κατακόρυφα με φορά προς τα πάνω. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει κινείται κατακόρυφα με φορά προς τα πάνω και ακινητοποιείται στιγμιαία στη θέση όπου αφέθηκε να πέσει το σώμα μάζας m_1 . Η ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 ελάχιστα πριν την κρούση έχει μέτρο.

$$\alpha. v_2 = 3\sqrt{2gS}$$

$$\beta. v_2 = 2\sqrt{3gS}$$

$$\gamma. 2\sqrt{2gS}$$

I. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση**(Μονάδες 2)****II. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας****(Μονάδες 6)**

B3. Σώμα μάζας m και είναι πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου u . Κάποια στιγμή συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας M και το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας που γίνεται θερμότητα είναι k . Εάν θεωρήσουμε ότι αρχικά είναι ακίνητο το σώμα μάζας m , προσπίπτει πάνω του το σώμα μάζας M με ταχύτητα μέτρου V , και η σύγκρουση είναι κεντρική πλαστική, τότε το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας που γίνεται θερμότητα είναι k' . Ο λόγος $\frac{k}{k'}$ είναι ίσος με $\frac{1}{3}$. Η σχέση που συνδέει τις μάζες m ,

M είναι :

$$\alpha. M=3m$$

$$\beta. m=3M$$

$$\gamma. m=9M$$

I. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση**(Μονάδες 2)****II. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας****(Μονάδες 6)**

B4. Σφαιρικό σώμα μάζας Σ_2 m_2 βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο σε απόσταση S από λείο κατακόρυφο τοίχο. Ένα δεύτερο σφαιρικό σώμα Σ_1 , έχει μάζα m_1 μεγαλύτερη από την m_2 και ίδια ακτίνα με αυτό. Το Σ_1 κινούμενο μεταφορικά με σταθερή ταχύτητα μέτρου u και σε επαφή με το οριζόντιο δάπεδο, απέχει απόσταση από τον τοίχο μεγαλύτερη από S και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα μάζας m_2 . Η διεύθυνση της $\vec{u}$ είναι κάθετη στον τοίχο. Διαπιστώνεται ότι μετά από κάποιο χρόνο και αφού η σφαίρα μάζας m_2 συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με τον τοίχο, συναντά το σώμα μάζας m_1 , συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αυτό και το συσσωμάτωμα που προκύπτει ακινητοποιείται οριστικά..

A. Ο λόγος $\frac{m_1}{m_2}$ των μαζών των δύο σωμάτων έχει τιμή:

$$\alpha. \frac{m_1}{m_2} = 2$$

$$\beta. \frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{2}$$

$$\gamma. \frac{m_1}{m_2} = 3$$

I. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση**(Μονάδες 2)****II. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας****(Μονάδες 6)**

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΙΣ ΚΡΟΥΣΕΙΣ .3.

B. Το σημείο Π στο οποίο συμβαίνει η πλαστική κρούση απέχει από τον τοίχο απόσταση d η οποία είναι ίση με :

α. $\frac{S}{3}$

β. $\frac{2S}{3}$

γ. $\frac{S}{2}$

I. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

(Μονάδες 2)

II. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

(Μονάδες 6)

Γ. Η αρχική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων είναι ίση με $\vec{p}_{ολ, αρχ} = m_1 \vec{v}_1$ και η τελική μετά και την πλαστική του κρούση ίση με το μηδέν. Πώς δικαιολογείται η μη διατήρηση της ορμής του συστήματος των δύο σωμάτων;

(Μονάδες 4)

B5. Πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο βρίσκονται δύο σπές αμελητέων ακτίνων. Η απόσταση των δύο σπών O_1 και O_2 είναι ίση με 1m. Σημείο Α απέχει απόσταση $x_2 = 0,60\text{m}$ από την σπή O_2 και απόσταση $x_1 = 0,80\text{m}$ από την σπή O_1 . Ένα σφαιρικό σώμα Σ_2 μάζας m_2 , αμελητέας ακτίνας βρίσκεται στο σημείο Α και ηρεμεί. Ένα δεύτερο σφαιρικό σώμα Σ_1 μάζας m_1 , αμελητέας επισης ακτίνας κινείται πάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}_1$, συναντά το σώμα Σ_2 και συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά με το σώμα Σ_2 . Μετά την κρούση διαπιστώνουμε ότι οι δύο σφαίρες κινούνται ,πάνω στην ευθεία AO_1 η Σ_1 , πάνω στην ευθεία AO_2 η Σ_2 και πέφτουν ταυτόχρονα στις δύο τρύπες.

A. Ο λόγος $\frac{m_1}{m_2}$ των μαζών των δύο σωμάτων έχει τιμή:

α. $\frac{m_1}{m_2} = 1$

β. $\frac{m_1}{m_2} = 2$

γ. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$

I. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

(Μονάδες 2)

II. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

(Μονάδες 6)

B. Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 μετά την κρούση έχει μέτρο v'_2 ίσο με:

α. $\frac{3}{5}v_1$

β. $\frac{4}{5}v_1$

γ. $\frac{2}{5}v_1$

I. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

(Μονάδες 1)

II. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

(Μονάδες 4)

Γ. Η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 (δηλαδή το διάνυσμα $\Delta \vec{p}_1$) έχει διεύθυνση:

α. Κάθετη στο διάνυσμα της ορμής $\vec{p}_1$ του σώματος Σ_1 πριν την κρούση

β. Ίδια με την διεύθυνση του διανύσματος της ορμής $\vec{p}_1$

γ. Ίδια με την διεύθυνση του διανύσματος της ορμής $\vec{p}'_2$ του σώματος Σ_2 μετά την κρούση

I. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

(Μονάδες 1)

II. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

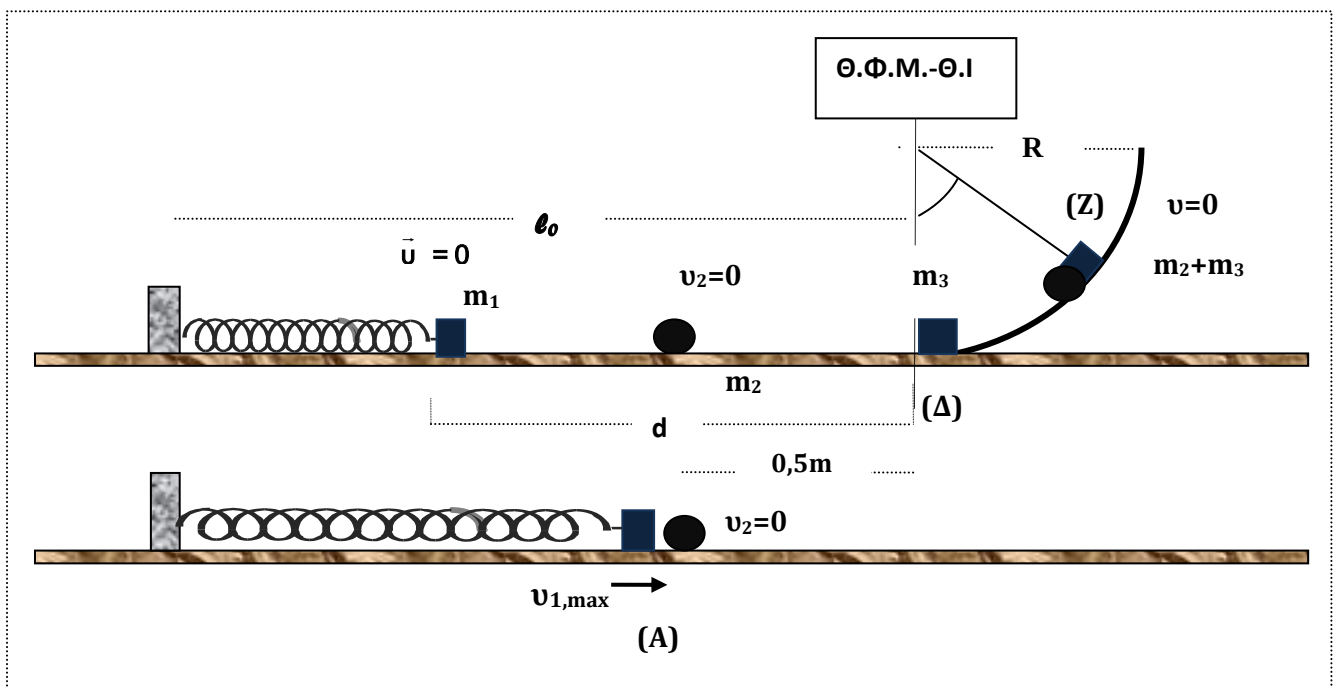
(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Γ

Ιδανικό ελατήριο σταθεράς k και φυσικού μήκους l_0 έχει το ένα άκρο στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο και στο άλλο του άκρο έχει στερεωμένο σώμα Σ_1 μάζας m_1 , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το οριζόντιο δάπεδο εμφανίζει με όλα τα σώματα, με τα οποία έρχεται σε επαφή συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου είναι η αρχή ενός λείου τεταρτοκύκλιου ακτίνας $R = 0,1 \text{ m}$. Αρχικά κρατάμε το ελατήριο συσπειρωμένο κατά d_0 και κάποια στιγμή το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο του αφήνεται να κινηθεί. Τη στιγμή κατά την οποία μεγιστοποιείται η ταχύτητα του Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = \frac{m_1}{3}$ το οποίο μετά την κρούση κινείται πάνω στο οριζόντιο δά-

πεδο και αφού διανύσει διάστημα $0,5 \text{ m}$ φτάνει στο τεταρτοκύκλιο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_3 , μάζας $m_3 = m_2$ το οποίο ηρεμεί στη βάση του τεταρτοκύκλιου. Διαπιστώνουμε ότι η μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος κατά την κίνησή του στο τεταρτοκύκλιο, (αφού αυτό ηρεμήσει στιγμιαία ανεβαίνοντας και επιστρέψει στη βάση του τεταρτοκύκλιου), έχει μέτρο $|\Delta \vec{p}| = 4 \text{ Kg m/s}$. Επιπλέον η κεντρομόλος δύναμη που δέχεται το συσσωμάτωμα ελάχιστα πριν εγκαταλείψει το τεταρτοκύκλιο επιστρέφοντας στο οριζόντιο επίπεδο έχει μέτρο 20 N . Δίνεται ότι κρούση ανάμεσα στο συσσωμάτωμα και στο σώμα Σ_1 δεν συμβαίνει, μετά την επιστροφή του συσσωματώματος στο οριζόντιο δάπεδο. Δίνεται ακόμη $g=10 \text{ m/s}^2$

Να υπολογίσετε:



Γ1. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 , καθώς και τη μάζα m_2 . (Μονάδες 7)

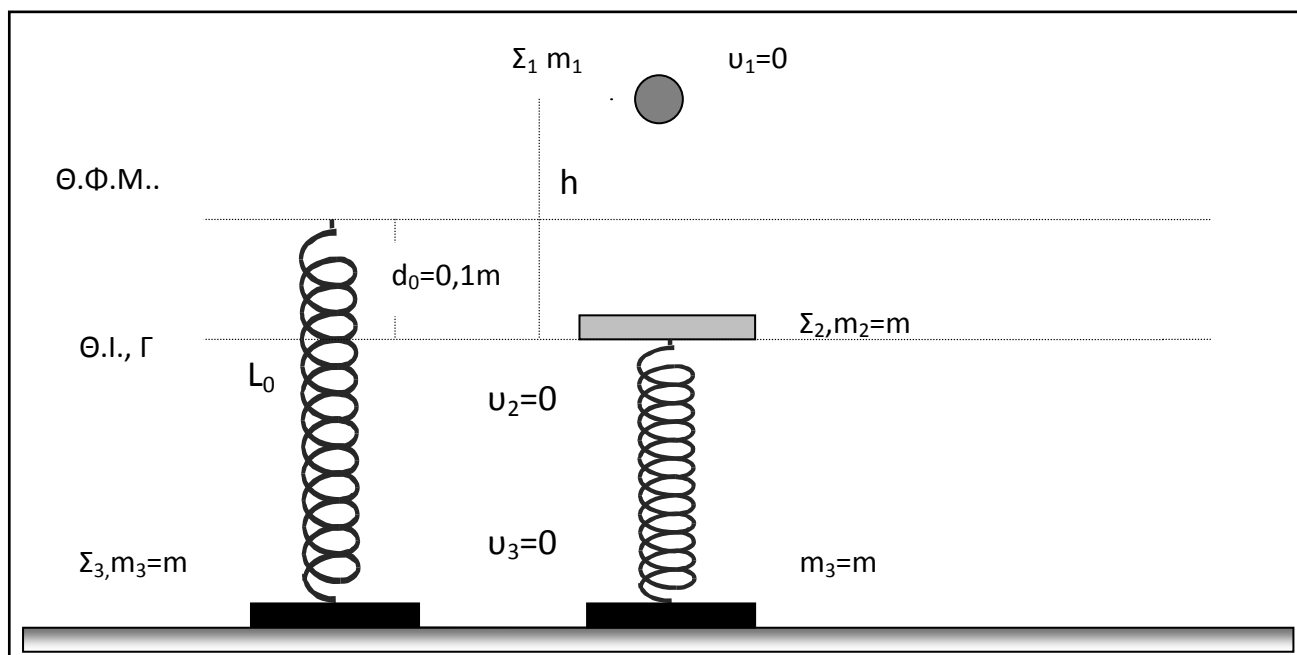
Γ2. Την σταθερά k του ελατηρίου. (Μονάδες 6)

Γ3. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 , ελάχιστα πριν την ελαστική του κρούση με το σώμα Σ_2 . (Μονάδες 7)

Γ4. Θεωρούμε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την επιστροφή του στο οριζόντιο δάπεδο απομακρύνεται ακαριαία από το χώρο όπου εξελίσσεται το φαινόμενο. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 μετά την ελαστική του κρούση με το Σ_2 δεν μπορεί να φτάσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. **(Μονάδες 5)**

ΘΕΜΑ Δ

Ιδανικό ελατήριο σταθεράς k και μήκους l_0 είναι κατακόρυφο του. Στο κάτω του είναι στερεωμένο σε σώμα Σ_3 μάζας $m_3 = m$ το οποίο βρίσκεται σε επαφή με το οριζόντιο δάπεδο. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου έχουμε στερεώσει ένα δεύτερο σώμα μάζας Σ_2 $m_2 = m$ το οποίο ηρεμεί στη θέση Γ υπό την επίδραση του βάρους του και της δύναμης του ελατηρίου. Στη κατάσταση αυτή το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $d_0 = 0,1m$. Ένα τρίτο σώμα Σ_1 επίσης μάζας $m_1 < m$ αφήνεται να πέσει από κάποιο ύψους h πάνω από το σώμα Σ_2 . Κάποια στιγμή τα σώματα Σ_1 και Σ_2 συγκρούονται κεντρικά ανελαστικά. Το σώμα μάζας m_1 αμέσως μετά την κρούση κινείται με φορά προς τα πάνω και το σώμα μάζας m_2 κινείται προς τα κάτω μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του και στη συνέχεια ανεβαίνει προς τα πάνω έως την στιγμή που μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του σε μία θέση Δ . Δίνεται $g = 10m/s^2$



Δ1. Να βρεθεί ποια πρέπει να είναι η θέση Δ ώστε οριακά να μη χαθεί η επαφή του σώματος Σ_3 με το δάπεδο. (Προσδιορίστε την απόσταση του σημείου Δ από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου). **(Μονάδες 7)**

Δ2. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση του με το σώμα Σ_1 . **(Μονάδες 5)**

Δ3. Να βρεθεί η σταθερά k του ελατηρίου αν η μέγιστη τιμή της δύναμης που άσκησε το ελατήριο στο σώμα Σ_3 καθ' όλη τη διάρκεια της παραπάνω κίνησης του σώματος Σ_2 έχει μέτρο **40N**. **(Μονάδες 7)**

Δ4. Να προσδιοριστεί η κατεύθυνση της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της κρούσης και να υπολογιστεί το μέτρο της, **(Μονάδες 6)**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1.β

A2.δ

A3.β

A4.γ

A5. α- Λ, β-Σ , γ-Σ , δ- Σ , ε- Σ. .

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η επιλογή η (β)

1^η Κρούση

$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0$ (1) και $v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0$ (2) Επειδή $m_1 > m_2$ οι $\vec{v}'_1, \vec{v}'_2$ είναι ομόρροπες και επιπλέον $|\vec{v}'_1| < |\vec{v}'_2|$ έτσι μετά από χρόνο Δt η απόσταση των δύο σωμάτων θα είναι:

$$d = S_2 - S_1 = |\vec{v}'_2|t - |\vec{v}'_1|t = (|\vec{v}'_2| - |\vec{v}'_1|)t = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_0 t = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} \right) v_0 t = v_0 t \quad (3)$$

2^η Κρούση

$v''_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_0$ (4) και $v''_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_0$ (5) Επειδή $m_1 > m_2$ οι $\vec{v}''_1, \vec{v}''_2$ είναι αντίρροπες έτσι μετά από χρόνο Δt η απόσταση των δύο σωμάτων θα είναι:

$$d' = S_2 + S_1 = |\vec{v}''_2|t + |\vec{v}''_1|t = (|\vec{v}''_2| + |\vec{v}''_1|)t = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_0 t = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} \right) v_0 t = v_0 t \quad (6)$$

Παρατήρηση: αντικαταστήσαμε $|\vec{v}'_1| = \left| \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_0 \right| = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0$ καθώς $(m_1 - m_2) > 0$

Από (3) και (6) προκύπτει σωστή η επιλογή (β)

B2. Σωστή η επιλογή (α)

Η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 , τη στιγμή κατά την οποία έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά S προκύπτει εύκολα με Α.Δ.Μ.Ε. (Επίπεδο αναφοράς για την μέτρηση της δυναμικής βαρυτικής, ενέργειας το οριζόντιο επίπεδοι που διέρχεται από τη θέση της κρούσης)

$$mgS + 0 = 0 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2, \quad v_1 = \sqrt{2gS} \quad (7)$$

Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση υπολογίζεται πάλι με Α.Δ.Μ.Ε.

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{\sigma\sigma\sigma}^2 + 0 = 0 + (m_1 + m_2) g S \quad v_{\sigma\sigma\sigma} = \sqrt{2gS} \quad (8)$$

Κατά την κρούση η ολική ορμή διατηρείται:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_{\sigma\sigma\sigma}$$

(θετική φορά του κατακόρυφου άξονα η προς τα πάνω)

$$v_2 = 3 v_1, \quad v_2 = 3 \sqrt{2gS} \quad \text{Επομένως σωστή η επιλογή (α)}$$

B3. Σωστή η επιλογή η (β)

1η Κρούση το σώμα μάζας M ακίνητο

$$\text{Αρχή διατήρησης της ορμής: } m \vec{v} = (m_1 + M) \vec{v}_{\sigma\sigma\sigma}$$

(θετική φορά του οριζόντιου άξονα προς τα δεξιά)

$$m v = (m_1 + M) v_{\sigma\sigma\sigma}, \quad v_{\sigma\sigma\sigma} = \frac{m}{m_1 + M} v_0$$

Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση είναι:

$$\begin{aligned} k &= \frac{Q_\theta}{K_{\text{ολ,αρχ}}} = \frac{K_{\text{ολ,αρχ}} - K_{\text{ολ,τελ}}}{K_{\text{ολ,αρχ}}} = 1 - \frac{K_{\text{ολ,τελ}}}{K_{\text{ολ,αρχ}}} = 1 - \frac{\frac{1}{2} (m+M) v_{\sigma\sigma\sigma}^2}{\frac{1}{2} m v^2} = 1 - \frac{\frac{1}{2} (m+M) \left(\frac{m}{m+M} \right)^2 v^2}{\frac{1}{2} m v^2} \\ &= \dots = \left(\frac{M}{m+M} \right) \quad (9) \end{aligned}$$

2^η Κρούση το σώμα μάζας M ακίνητο

Αρχή διατήρησης της ορμής: $M \vec{v} = (m_1 + M) \vec{v}_{\text{συσσ}}$

(θετική φορά του οριζόντιου άξονα προς τα δεξιά)

$$MV = (m_1 + M) v'_{\text{συσσ}}, \quad v'_{\text{συσσ}} = \frac{M}{m_1 + M} V$$

Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση είναι:

$$\begin{aligned} k &= \frac{Q_{\theta}}{K_{\text{ολ,αρχ}}} = \frac{K_{\text{ολ,αρχ}} - K_{\text{ολ,τελ}}}{K_{\text{ολ,αρχ}}} = 1 - \frac{K_{\text{ολ,τελ}}}{K_{\text{ολ,αρχ}}} = 1 - \frac{\frac{1}{2}(m+M)v'^2_{\text{συσσ}}}{\frac{1}{2}MV^2} = 1 - \frac{\frac{1}{2}(m+M)\left(\frac{M}{m+M}\right)^2 V^2}{\frac{1}{2}MV^2} \\ &= \dots = \left(\frac{m}{m+M}\right) \quad (10) \end{aligned}$$

$$(9) \text{ και } (10) \quad \frac{k}{k'} = \frac{\frac{M}{m+M}}{\frac{m}{M+m}} = \frac{M}{m}, \quad \frac{1}{3} = \frac{M}{m}, \quad m = 3M$$

$$\text{Άρα: } m=3M \quad (11)$$

Επομένως σωστή η επιλογή (β)**B4. Α Σωστή η επιλογή η (γ)****1^η Κρούση ανάμεσα στα Σ₁-Σ₂**

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad (12) \quad \text{και} \quad v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (13) \quad \text{Επειδή } m_1 > m_2 \text{ οι } \vec{v}'_1, \vec{v}'_2 \text{ είναι}$$

ομόρροπες .

Κρούση ανάμεσα στα Σ₂ και στον τοίχο

$$\vec{v}'_2 = -\vec{v}_1, \quad (14)$$

2^η Κρούση ανάμεσα στα Σ₁-Σ₂

$$m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 = 0, \quad m_1 \vec{v}'_1 + (-m_2 \vec{v}'_2) = 0 \quad , \quad m_1 v'_1 - m_2 v'_2 = 0$$

$$m_1 v'_1 = m_2 v'_2 \quad , \quad (12) \quad , \quad (13) \quad , \quad (15)$$

$$m_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = m_2 \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

$$m_1(m_1 - m_2) = m_2 2m_1 \quad , \quad m_1^2 - m_1 m_2 = 2m_2 m_1 \quad , \quad m_1^2 = 3m_2 m_1 \quad , \quad \frac{m_1}{m_2} = 3$$

B. Σωστή η επιλογή η (γ)

Αν t ο χρόνος που μεσολαβεί από την πρώτη κρούση των Σ_1 - Σ_2 , μέχρι την δεύτερη κρούση, έχουμε:

$$S_1 = v'_1 \Delta t \quad \text{και} \quad S_2 = v'_2 \Delta t \quad \text{ακόμη} \quad S_1 + S_2 = 2d \quad , \quad v'_1 \Delta t + v'_2 \Delta t = 2d \quad (16)$$

$$\frac{v'_1}{v'_2} = \frac{\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1}{\frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1} = \frac{(m_1 - m_2)}{2m_1} = \frac{(3m_2 - m_2)}{2 \cdot 3m_2} = \frac{2m_2}{2 \cdot 3m_2} = \frac{1}{3}$$

$$3v'_1 = v'_2 \quad (17)$$

$$(16) \quad \text{και} \quad (17) \quad v'_1 \Delta t + 3v'_1 \Delta t = 2d \quad , \quad 4v'_1 \Delta t = 2d \quad , \quad 4S_1 = 2d \quad ,$$

$$S_1 = \frac{d}{2} \quad (18)$$

Άρα σωστή η επιλογή η (γ)

Γ. Η ορμή του συστήματος των Σ_1 - Σ_2 δεν διατηρείται διότι το Σ_2 δέχεται εξωτερική δύναμη από τον τοίχο

B5. Α. Σωστή η επιλογή η (α)

Το τρίγωνο $O_1 O_2 A$ είναι ορθογώνιο με ορθή γωνία την A επομένως αμέσως μετά την κρούση οι ταχύτητες των δύο σωμάτων έχουν κάθετες διευθύνσεις.

Αρχή διατήρησης της ορμής :

$$\vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

Τα παραλληλόγραμμο των ορμών είναι ορθογώνιο και ισχύει

$$\mathbf{p}^2 = \mathbf{p}'^2_1 + \mathbf{p}'^2_2 \quad (19)$$

η κρούση είναι ελαστική:

$$K_{\text{ολ,αρχ}} = K_{\text{ολ,αρχ}}$$

$$K_1 = K'_1 + K'_2$$

$$\frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p'^2_1}{2m_1} + \frac{p'^2_2}{2m_2}, \quad \frac{p'^2_1 + p'^2_2}{2m_1} \stackrel{\square}{=} \frac{p'^2_1}{2m_1} + \frac{p'^2_2}{2m_2}, \quad \frac{p'^2_2}{2m_1} = \frac{p'^2_2}{2m_2}$$

Επομένως

$$m_1 = m_2$$

και

$$\frac{m_1}{m_2} = 1$$

Σωστή η επιλογή η (α)

Β. Σωστή η επιλογή η (α)

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3},$$

$$\frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{4}{3},$$

$$u_1 = \frac{4}{3} u_2$$

$$u_1^2 = v_1'^2 + \frac{16v_2'^2}{9}, u_1^2 = \frac{25v_2'^2}{9}, u_1 = \frac{5v_2'}{3}$$

$$u_2 = \frac{3v_1}{5}$$

Γ. Σωστή η επιλογή η (γ)

$$\vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

$$-\vec{p}'_2 = \vec{p}'_1 - \vec{p}_1, \quad -\vec{p}'_2 = \Delta \vec{p}'_1$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το τεταρτοκύκλιο είναι λείο οπότε το συσσωμάτωμα επιστρέφει στη βάση του με ταχύτητα ίδια με αυτή που απέκτησε εξαιτίας της κρούσης. Έστω $\vec{v}_{\sigma\sigma}$

η ταχύτητα αυτή. Με θετική φορά του οριζόντιου άξονα έχουμε

$$|\Delta \vec{p}| = |\vec{p}' - \vec{p}| = |(m_2 + m_3)(-v_{\sigma\sigma}) - (m_2 + m_3)(-v_{\sigma\sigma})| = |-2(m_2 + m_3)v_{\sigma\sigma}| = 2(m_2 + m_3)v_{\sigma\sigma}(\alpha)$$

και το μέτρο της κεντρομόλου τη στιγμή της επιστροφής στη βάση του κεκλιμένου γράφεται:

$$F = \frac{(m_2 + m_3)}{R} v_{\sigma\sigma}^2(\beta)$$

άρα

$$2(m_2 + m_3)v_{\sigma\sigma} = 4 \quad \text{και} \quad F = \frac{(m_2 + m_3)}{R} v_{\sigma\sigma}^2 = 20 \quad \text{και μετά απ ό πράξεις}$$

$$v_{\sigma\sigma} = 1 \frac{m}{s}(\beta)$$

$$m_2 = m_3 = 1 \text{ Kg} \quad (\gamma)$$

Γ2. Η συνισταμένη δύναμη που κινεί το σώμα Σ_2 είναι:

$$\Sigma F_2 = F_{\text{ελατ}} - T$$

και για όσο χρόνο το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου είναι μεγαλύτερο από εκείνο της τριβής το Σ_2 επιταχύνεται και η ταχύτητά του αυξάνεται.

Αυτό συμβαίνει μέχρι την στιγμή που μηδενίζεται η συνισταμένη. Αμέσως μετά η ταχύτητα αρχίζει να μειώνεται. Τη στιγμή αυτή ισχύει

$$F_{\text{ελ}} = T, \quad kS = \mu N = \mu m_1 g, \quad kS = \mu 3m_2 g, \quad k = 30 \text{ N/m} \quad (\delta)$$

Γ3.Κρούση των m_2, m_3

$$\vec{p}_2 = \vec{p}'_{2,3}$$

$$m_2 \vec{u}'_2 = 2m_2 \vec{u}_{\sigma\sigma\sigma}$$

$$u''_2 = 2m/s \quad (\epsilon)$$

όπου $\vec{u}'_2$ η ταχύτητα του Σ_2 ελάχιστα πριν την κρούση με το Σ_3

Υπολογίζουμε τώρα την ταχύτητα το Σ_2 αμέσως μετά την κρούση του με το Σ_1

Εφαρμοζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την διαδρομή (Α)- (Δ)

$$W_T = \Delta K, \quad - \mu m_2 g S = \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 - \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 \dots \dots \dots v'_2 = 3 \frac{m}{s} (\sigma\tau)$$

Υπολογίζουμε τώρα την ταχύτητα το Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση του με το Σ_2

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1, \quad 3 = \frac{2 \cdot 3m_2}{4m_2} v_1, \quad v_1 = 2 \frac{m}{s} \quad (\zeta)$$

Γ4. Υπολογίζουμε τώρα την ταχύτητα το Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση του με το Σ_2

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1, v'_1 = \frac{3m_2 - m_2}{3m_2 + m_2} 2, v'_1 = \frac{3m_2 - m_2}{3m_2 + m_2} 2 = 1 \frac{m}{s} (\eta),$$

αμέσως μετά την κρούση των Σ_1, Σ_2 το Σ_1 έχει κινητική ενέργεια:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 = \frac{1}{2} 3 \cdot 1^2 = 1,5 J$$

$$\text{και το ελατήριο δυναμική } U = \frac{1}{2} k S^2 = \frac{1}{2} 30 \cdot 0,5^2 = 3,75 J$$

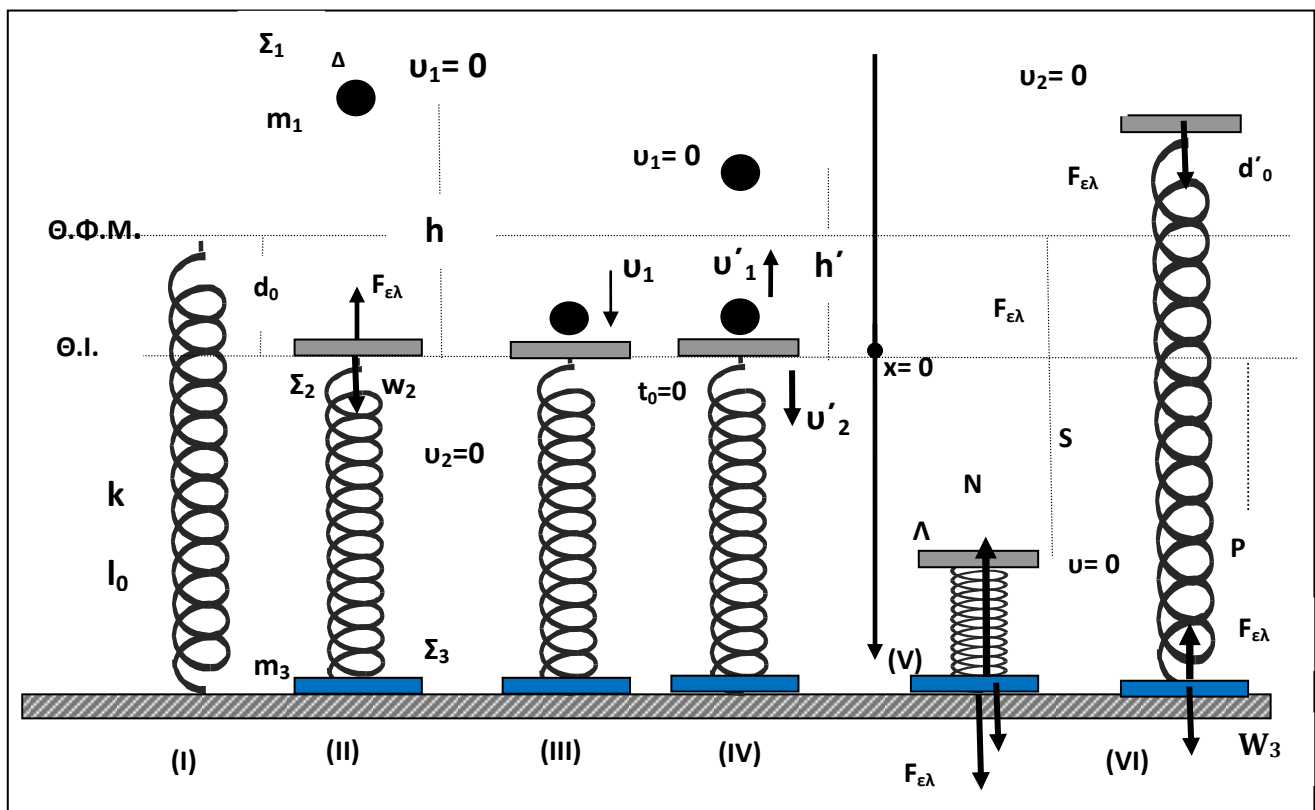
Η συνολική μηχανική ενέργεια του συστήματος ελατήριο- Σ_1

$$\text{είναι } E_{\mu\eta\chi} = K_1 + U = 1,5 + 3,75 = 5,25 j \quad (\theta)$$

Εαν το Σ_1 κινηθεί μέχρι την αρχή του τεταρτοκύκλιου η τριβή θα παράξει έργο $W_T = -\mu m_1 g S = -7,5\text{J}$ δηλαδή $|W_T| > E_{\mu\eta\chi}$ άρα το σώμα Σ_1 δεν μπορεί να φτάσει στην αρχή του τεταρτοκύκλιου (θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Το Σ_2 αρχικλά ισορροπεί οπότε ισχύει: $\Sigma F_2 = 0$, $F_{ελ} = W_2$, $kd_0 = m_2 g$,

$$d_0 = \frac{m_2 g}{k} = 0,1\text{m} \quad (\text{i})$$

Εφόσον η επαφή ανάμεσα στο έδαφος και το σώμα Σ_3 οριακά δεν χάνεται ισχύει

$$(\text{σχήμα IV}), \quad \Sigma F_3 = 0, \quad F_{ελ} = W_3, \quad kd'_0 = m_3 g, \quad d'_0 = \frac{mg}{k} \quad (m_3 = m_2 = m)$$

άρα $d'_0 = 0,1\text{m}$ (ii)

Δ2.Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα Σ2 από την αρχική θέση ισορροπίας του ,αμέσως μετά την κρούση, μέχρι την θέση όπου ηρεμεί στιγμιαία ανεβαίνοντας.

$$W_{w2}+W_{Fελ}= 0-\frac{1}{2}m_2\dot{v}_2^2$$

$$-m_2g(d'_0+d_0)+\frac{1}{2}kd_0^2-\frac{1}{2}kd'^2_0=0-\frac{1}{2}m_2\dot{v}_2^2, \quad -m_2g2d_0=0-\frac{1}{2}m_2\dot{v}_2^2,$$

$$\dot{v}=2\frac{m}{s} \quad (iii)$$

Δ3.Η μέγιστη δύναμη που ασκεί το δάπεδο στο σώμα Σ3 αντιστοιχεί στη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα Σ2 από την θέση στιγμιαίας του ηρεμίας κατά την κάθοδό του , μέχρι την θέση όπου ηρεμεί στιγμιαία ανεβαίνοντας

$$W_{w2}+W_{Fελ}= 0-0$$

$$-m_2g(d'_0+S)+\frac{1}{2}kS^2-\frac{1}{2}kd'^2_0=0,$$

$$-m_2g(d'_0+S)+\frac{1}{2}10m_2gS^2-\frac{1}{2}10m_2gd'^2_0=0 \quad (\text{από (i) } k=10m_2g)$$

$$-(0,1+S)+\frac{1}{2}10S^2-\frac{1}{2}10\cdot 0,1^2=0, \quad -0,2-2S+10S^2-10\cdot 0,1^2=0$$

$$10S^2-2S-0,2-0,1=0$$

$$10S^2-2S-0,3=0$$

$$S=0,3m$$

$$\text{Για το } \Sigma_3: \Sigma F_3=0, \quad N=F_{ελ}+W_3, \quad 40=kS+m_2g, \quad 40=10m_2g\cdot 0,3+m_2g,$$

$$40=40m_2,$$

$$m_2=1Kg$$

$$k=10N/m$$

Δ4. Κατά την κρούση των Σ_1, Σ_2 η ολική ορμή διατηρείται:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

$$-\vec{p}'_2 = \vec{p}'_1 - \vec{p}_1, \quad -\vec{p}'_2 = \Delta\vec{p}'_1$$

$$-m_2 \vec{u}'_2 = \Delta\vec{p}'_1, \text{ άρα η } \Delta\vec{p}'_1 \text{ έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο}$$

$$\eta \quad |\Delta\vec{p}'_1| = 2 \text{Kgm/s}$$