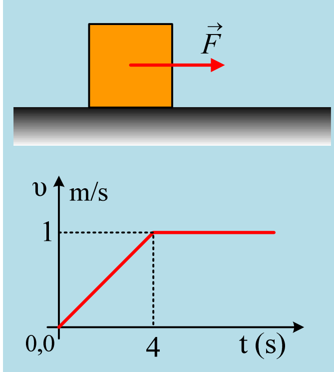
Τραβώντας ένα βαρύ κιβώτιο.



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα μεγάλο κιβώτιο μάζας M=20kg. Σε μια στιγμή ένα παιδί του ασκεί μέσω νήματος, μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με μέτρο F_1=45N, με αποτέλεσμα να το επιταχύνει μέχρι την στιγμή t_1=4s, όπου μεταβάλλει το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, με αποτέλεσμα το σώμα να κινείται πλέον με σταθερή ταχύτητα $υ_1$=1m/s. Στο σχήμα φαίνεται το πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του κιβωτίου από 0-t_1 και η αντίστοιχη μετατόπισή του, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

ii) Το μέτρο της ασκούμενης τριβής, καθώς και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του επιπέδου.

iii) Πόσο είναι το έργο της ασκούμενης δύναμης $\vec{F}$ από 0-10s και πόσο το αντίστοιχο έργο της τριβής;

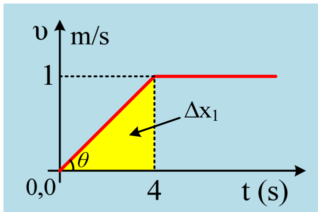
iv) Κάποια στιγμή t΄ μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$ μεταφέρεται ενέργεια στο κιβώτιο με ρυθμό 22,5J/s.

α) Η παραπάνω στιγμή t΄ είναι κατά την διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης του κιβωτίου ή στη διάρκεια της κίνησης με σταθερή ταχύτητα;

β) Μπορείτε χωρίς να εμπλέξετε στη λύση το χρόνο, να βρείτε τη μετατόπιση του κιβωτίου την παραπάνω χρονική στιγμή t΄;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:



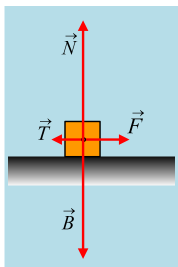
i) Από το διάγραμμα υ=υ(t) μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση, ίση με την κλίση και τη μετατόπιση, ίση με το εμβαδόν του σχηματιζόμενου χωρίου. Έτσι εστιάζοντας στο διπλανό διάγραμμα και για το χρονικό διάστημα 0-4s, θα έχουμε:

- Η κλίση, όπως εκφράζεται από τη γωνία θ παραμένει σταθερή, οπότε θα έχουμε και σταθερή επιτάχυνση με μέτρο:

$$\alpha = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{1-0}{4-0} m/s^2 = 0{,}25\ m/s^2$$

- Η μετατόπιση του κιβωτίου, ίση αριθμητικά με το εμβαδόν του κίτρινου τριγώνου, είναι:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\beta \upsilon = \frac{1}{2} 4 \cdot 1\ m = 2m$$



ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Για τις ασκούμενες δυνάμεις έχουμε:

$$ΣF_y=0 \rightarrow N=B=mg=200N$$

αφού το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση και

$$\Sigma F_x = M\cdot\alpha \rightarrow F_1 - T = M\cdot\alpha \rightarrow$$

$$T = F_1 - M\cdot\alpha = 45N - 20\cdot 0{,}25N = 40N$$

Αλλά $T = \mu N \rightarrow \mu = \frac{T}{N} = \frac{40N}{200N} = 0{,}2$

iii) Από t_1=4s έως t_2=10s το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, οπότε μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_2 = \upsilon_1\cdot\Delta t = 1\cdot 6\ m = 6m$$

Οπότε η συνολική μετατόπιση (ίση προφανώς με το αντίστοιχο εμβαδόν του τραπεζίου στο διάγραμμα υ-t) είναι ίση:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 2m + 6m = 8m.$$

Βέβαια η ασκούμενη δύναμη $\vec{F}$ έχει μέτρο F_1= 45N από 0-4s, στη συνέχεια όμως το μέτρο της μειώνεται, αφού το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Έτσι ΣF_x=0 και F_2 =Τ=40Ν.

Με βάση τα παραπάνω για τα ζητούμενα έργα, έχουμε:

$$W_F = W_{F,1} + W_{F,2} = F_1\cdot\Delta x_1 + F_2\cdot\Delta x_2 = 45\cdot 2J + 40\cdot 6J = 330J$$

$$W_T = -\ T\cdot\Delta x = -\ 40\cdot 8\ J = -320J.$$

iv) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο κιβώτιο, μέσω του έργου της F, είναι ίσος με την στιγμιαία ισχύ της δύναμης, η οποία υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$P = F\cdot\upsilon \rightarrow$$

α) Μπορούμε να διακρίνουμε δύο περιπτώσεις. Αν t΄< 4s θα έχουμε:

$$\upsilon = \frac{P}{F} = \frac{22{,}5\ ^{J}/_{s}}{45N} = 0{,}5m/s$$

Αν αντίθετα t΄> 4s, τότε F=40N και με υ=1m/s θα είχαμε ισχύ P=F·υ=40W, άτοπο.

Συνεπώς t΄< 4s και τη στιγμή αυτή το κιβώτιο έχει ταχύτητα υ=0,5m/s.

β) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το κιβώτιο, από την αρχή της κίνησής του, μέχρι τη στιγμή που αποκτά ταχύτητα υ=0,5m/s, έχοντας μετατοπισθεί κατά x και παίρνουμε:

$$K_\tau - K_\alpha = W_F + W_T\ W_B + W_N$$

Όμως $W_B = W_N$=0, δυνάμεις κάθετες στην μετατόπιση, οπότε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = Fx - Tx \rightarrow$$

$$x = \frac{m\upsilon^2}{2(F-T)} = \frac{20\cdot 0{,}5^2}{2(45-40)}m = 0{,}5m$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια: ***Διονύσης Μάργαρης***