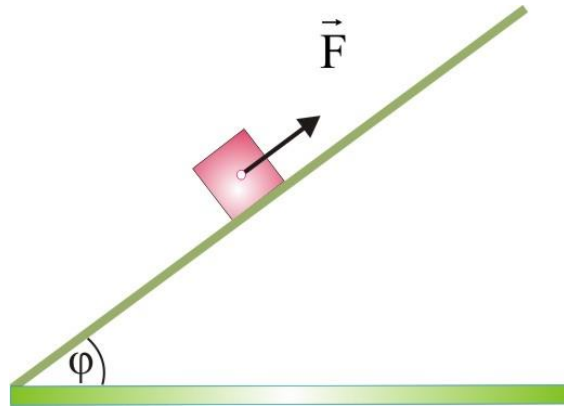


## Αλλάζοντας την τιμή της δύναμης... αλλάζουν όλα!!!

Σημειακό σώμα μάζας  $m$  συγκρατείται στο μέσο κεκλιμένου επιπέδου μήκους  $L$  και γωνίας κλίσης  $\varphi$  (ημ $\varphi = 0,6$ , συν $\varphi = 0,8$ ) έχοντας δυναμική ενέργεια ίση με  $12$  J. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αφήνεται ελεύθερο ενώ ταυτόχρονα ασκείται σε αυτό σταθερή δύναμη  $F$  παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Διαπιστώνεται ότι αν η τιμή της δύναμης  $F$  είναι ίση με  $F = 1$  N, το σώμα φτάνει στο ένα άκρο του κεκλιμένου επιπέδου τη χρονική στιγμή  $t_1$ , ενώ αν επαναληφθεί η διαδικασία και η τιμή της δύναμης  $F$  είναι ίση με  $F' = 11$  N, το σώμα φτάνει στο άλλο άκρο του κεκλιμένου επιπέδου την ίδια χρονική στιγμή  $t_1$ . Αν για τους συντελεστές στατικής τριβής και τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και κεκλιμένου επιπέδου ισχύει  $\mu = \mu_{στ} = 0,5$ , να βρείτε:

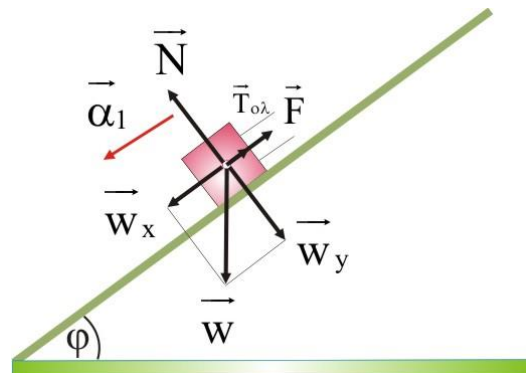
- Τη μάζα του σώματος.
- Το μήκος  $L$  του κεκλιμένου επιπέδου.
- Τη χρονική στιγμή  $t_1$ .
- Την απώλεια ενέργειας στο σώμα, από το σημείο εκκίνησης ως τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου όταν ασκείται σε αυτό δύναμη  $F = 1$  N;
- Για ποιες τιμές της δύναμης  $F$  το σώμα δεν θα μετακινηθεί καθόλου;

Δίνεται  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Θεωρήστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα και επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος.

### Λύση

α. Αφού στο σώμα ασκούνται σταθερές δυνάμεις, όταν θα αφεθεί ελεύθερο θα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εκφώνηση δίνεται ότι για τις δύο τιμές της δύναμης το σώμα χρειάζεται τον ίδιο χρόνο για να φτάσει στα δύο άκρα του κεκλιμένου επιπέδου. Σύμφωνα λοιπόν με τη σχέση  $x = \frac{1}{2}at^2$  και εφόσον το σώμα θα διανύσει την ίδια απόσταση και στις δύο περιπτώσεις ( $x = L/2$ ), θα πρέπει να έχει κινηθεί με επιτάχυνση ίδιου μέτρου. Επίσης επειδή το σώμα κινείται προς τα αντίθετα άκρα σημαίνει ότι:

- Όταν στο σώμα ασκηθεί δύναμη  $F = 1$  N το σώμα θα κατεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο, οπότε για το μέτρο της επιτάχυνσής

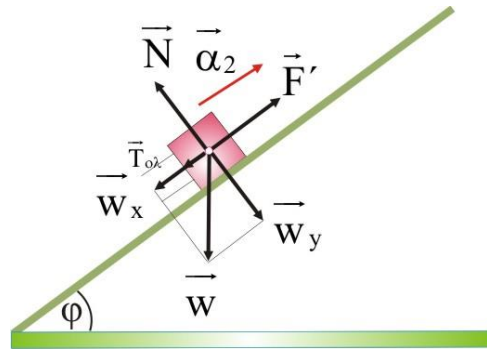


του θα ισχύει σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = m\alpha_1 \Rightarrow B_x - T_{ολ} - F = m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{mg\eta\mu\phi - T_{ολ} - F}{m} \quad (1)$$

• Όταν στο σώμα ασκηθεί δύναμη  $F' = 11 \text{ N}$  το σώμα θα ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο, οπότε για το μέτρο της επιτάχυνσής του θα ισχύει σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= m\alpha_2 \Rightarrow F' - B_x - T_{ολ} = m\alpha_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \alpha_2 &= \frac{F' - mg\eta\mu\phi - T_{ολ}}{m} \quad (2) \end{aligned}$$



Όμως  $\alpha_1 = \alpha_2$ , οπότε από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{mg\eta\mu\phi - T_{ολ} - F}{m} = \frac{F' - mg\eta\mu\phi - T_{ολ}}{m} \Rightarrow F + F' = 2mg\eta\mu\phi \Rightarrow$$

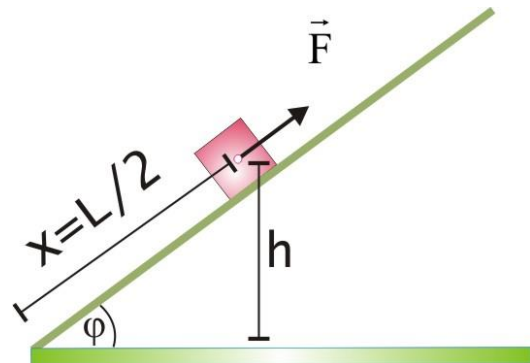
$$m = \frac{F + F'}{2g\eta\mu\phi} = \left( \frac{1 + 11}{2 \cdot 10 \cdot 0,6} \right) \text{ kg} \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

**β.** Για τη δυναμική ενέργεια του σώματος ισχύει:

$$U = mgh \Rightarrow h = \frac{U}{mg} = \frac{12}{1 \cdot 10} \text{ m} \Rightarrow h = 1,2 \text{ m}$$

Επομένως για την απόσταση  $x$  ισχύει:

$$\eta\mu\phi = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\eta\mu\phi} = \frac{1,2 \text{ m}}{0,6} \Rightarrow x = 2 \text{ m}$$



Ενώ το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι:  $L = 2x = 4 \text{ m}$ .

**γ.** Η επιτάχυνση με την οποία κατεβαίνει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο είναι ίση με:

$$\alpha_1 = \frac{mg\eta\mu\phi - T_{ολ} - F}{m} = \frac{6 - 4 - 1}{1} \text{ m/s}^2 \Rightarrow \alpha_1 = 1 \text{ m/s}^2$$

Επομένως για τη χρονική στιγμή  $t_1$  θα ισχύει:

$$x = \frac{1}{2} \alpha_1 t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2x}{\alpha_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{1}} \text{ s} \Rightarrow t_1 = 2 \text{ s}$$

**δ.** Όταν το σώμα κινείται προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου τόσο η τριβή ολίσθησης, όσο και η δύναμη  $F$  αφαιρούν ενέργεια από το σώμα καθώς αντιτίθενται στην κίνηση του σώματος. Άρα για τη συνολική απώλεια ενέργειας ισχύει:

$$E_{απωλ} = |W_T| + |W_F| = T \cdot x + F \cdot x = (4 \cdot 2 + 1 \cdot 2) \text{ J} \Rightarrow E_{απωλ} = 10 \text{ J}$$

Όπου  $T_{ολ} = \mu mg \sigma\upsilon\eta\phi = 4 \text{ N}$ .

ε. Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής που μπορεί να ασκηθεί στο σώμα είναι:

$$T_{\sigma\tau,\max} = \mu_{\sigma\tau}mg\sigma\upsilon\nu\phi = 4 \text{ N.}$$

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

**Για να μην μετακινηθεί το σώμα προς τα πάνω θα πρέπει:**

$$F - B_x \leq T_{\sigma\tau,\max} \Rightarrow F - mg\eta\mu\phi \leq T_{\sigma\tau,\max} \Rightarrow F - 6 \text{ N} \leq 4 \text{ N} \Rightarrow F \leq 10 \text{ N}$$

**Για να μην μετακινηθεί το σώμα προς τα κάτω θα πρέπει:**

$$B_x - F \leq T_{\sigma\tau,\max} \Rightarrow mg\eta\mu\phi - F \leq T_{\sigma\tau,\max} \Rightarrow 6 \text{ N} - F \leq 4 \text{ N} \Rightarrow F \geq 2 \text{ N}$$

Επομένως το σώμα δεν μετακινείται καθόλου, όταν για την τιμή της δύναμης  $F$  ισχύει:

$$2 \text{ N} \leq F \leq 10 \text{ N}$$

**Επιμέλεια  
Νεκτάριος Προτοπαπός  
nprotopapas@avgouleaschool.gr**