

Για επανάληψη 2024 ...η μετακίνηση ενός κιβωτίου

Σε οριζόντιο έδαφος ηρεμεί κιβώτιο μάζας $m = 20\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστή στατικής τριβής $\mu_\sigma = 0,5$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,4$.



α) Ένας εργάτης, θέλοντας να το μετακινήσει, το σπρώχνει με οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1 = 95\text{N}$. Θα τα καταφέρει;

β) Αν αυξήσει το μέτρο της δύναμής του σε $F_2 = 140\text{N}$ ποια επιτάχυνση θα αποκτήσει το κιβώτιο;

γ) Αν θεωρήσουμε τη χρονική στιγμή, που ασκήθηκε η δύναμη \vec{F}_2 , ως $t_0 = 0\text{s}$ και το κιβώτιο να βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0\text{m}$ ενός άξονα $x'x$, βρείτε τη χρονική $t_1 = 4\text{s}$, ποια θα είναι η θέση του x_1 , το μέτρο v_1 της ταχύτητας και η κινητική ενέργειά του K_1 .

δ) Ποιες ενεργειακές μετατροπές συνέβησαν κατά τη διάρκεια της μετατόπισης του κιβωτίου;

ε) Να βρείτε τη χρονική εξίσωση $P_{F_2} = f(t)$ της στιγμιαίας ισχύος, που παρέχει ο εργάτης στο κιβώτιο ασκώντας τη δύναμη \vec{F}_2 και να γίνει η γραφική της παράσταση από 0 ως 4s . Τι εκφράζει το εμβαδόν κάτω από τη γραφική παράσταση;

στ) Υπολογίστε τη στιγμιαία ισχύ κάθε δύναμης, που παράγει έργο, τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\text{s}$ και τη μέση ισχύ κάθε δύναμης που παράγει έργο από 0 ως 4s . Επαληθεύεται η Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας;

ζ) Αν τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\text{s}$ καταργηθεί η δύναμη \vec{F}_2 , ποια χρονική στιγμή t_2 και σε ποια θέση x_2 του άξονα $x'x$ θα σταματήσει το κιβώτιο;

η) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις $x = f(t)$ της θέσης και $v = f(t)$ της ταχύτητας του κιβωτίου για ολόκληρη την κίνηση.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\text{ m/s}^2$ και δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα.

Απάντηση

α)

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N - W_y = 0 \Leftrightarrow$$

$$N = mg = 200\text{N}$$

Η οριακή τριβή έχει μέτρο

$$T_{\sigma, \max} = \mu_\sigma \cdot N =$$

$$= 0,5 \cdot 200 = 100\text{N}$$

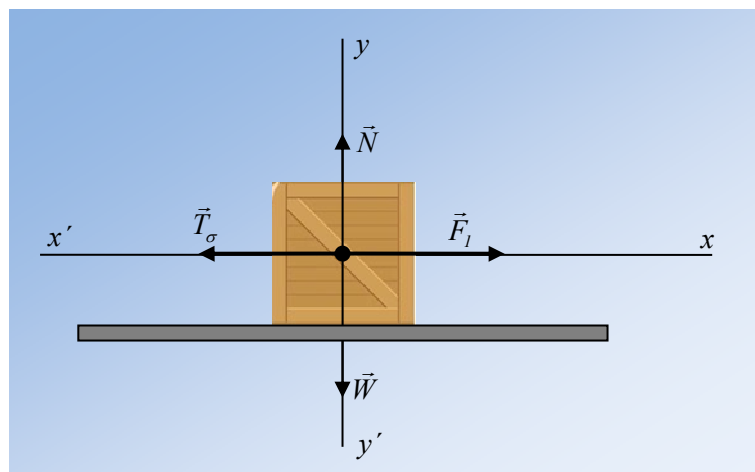
Αφού ασκεί δύναμη μέτρου

$$F_1 = 95\text{N} < T_{\sigma, \max}$$

το κιβώτιο ηρεμεί, δεχόμενο στατική τριβή

$$T_\sigma = F_1 = 95\text{N}$$

ώστε και $\Sigma F_x = 0$.



β) Αφού ασκεί δύναμη μέτρου

$$F_2 = 140N > T_{\sigma, \max},$$

το κιβώτιο ξεκινάει να κινείται ομαλά επιταχυνόμενο, δεχόμενο πλέον τριβή ολίσθησης μέτρου

$$T = \mu \cdot N = 0,4 \cdot 200 = 80N$$

Παίρνουμε τον 2^ο Νόμο Newton:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_1 \Leftrightarrow F_2 - T = m \cdot a_1 \Leftrightarrow 140 - 80 = 20 \cdot a_1 \Leftrightarrow a_1 = 3m / s^2$$

γ) Η θέση του κιβωτίου είναι

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 1,5 \cdot 16 = 24m.$$

Η ταχύτητα του κιβωτίου έχει τότε μέτρο

$$v_1 = a_1 t_1 = 3 \cdot 4 = 12m/s.$$

Η κινητική ενέργεια θα είναι

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = 10 \cdot 144 = 1440J.$$

δ) Μέσω του έργου της δύναμης \vec{F}_2 μειώνεται η χημική ενέργεια του ανθρώπου κατά

$$|\Delta E_{\chi\eta\mu}| = W_{F_2} = |F_2| \cdot |\Delta x_1| \cdot \cos 0 = 140 \cdot 24 = 3360J$$

και ενέργεια μεταφέρεται στο κιβώτιο. Σε τι μορφή;

Αυξάνεται η κινητική ενέργεια του κιβωτίου κατά

$$\Delta K = K_1 - 0 = 1440J.$$

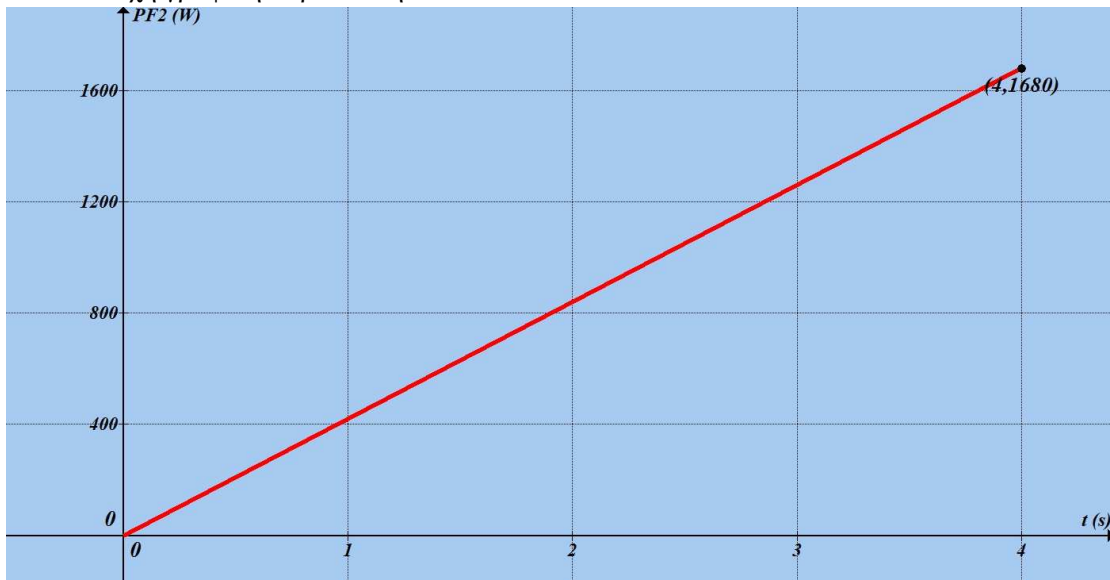
Μέσω του έργου της τριβής ολίσθησης, παράγεται θερμική ενέργεια

$$Q = |W_T| = |T| \cdot |\Delta x_1| \cdot |\cos 180| = |T| \cdot |\Delta x_1| = 80 \cdot 24 = 1920J$$

$$\text{Παρατηρούμε ότι } E_{\chi\eta\mu} \xrightarrow{W_F} \begin{cases} \xrightarrow{W_{\Sigma F_x}} \Delta K_1 \\ \xrightarrow{W_T} Q \end{cases}$$

$$\varepsilon) P_{F_2} = |F_2| \cdot |\nu| \cdot \cos 0 \Leftrightarrow P_{F_2} = |F_2| \cdot |a_1| \cdot t \Leftrightarrow P_{F_2} = 140 \cdot 3 \cdot t \Leftrightarrow P_{F_2} = 420 \cdot t (S.I.)$$

Η αντίστοιχη γραφική παράσταση θα είναι:



Αν υπολογίσουμε το εμβαδό κάτω από τη γραφική παράσταση θα βρούμε

$$E_{\mu\beta} = \frac{1}{2} \cdot 4s \cdot 1680W = 3360J$$

Δηλαδή το έργο που παράγει στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα, η δύναμη \vec{F}_2 .

στ) Η στιγμιαία ισχύς της δύναμης \vec{F}_2

$$P_{F_2} = |F_2| \cdot |v_l| \cdot \cos 0 = 1680W$$

Η στιγμιαία ισχύς της τριβής ολίσθησης \vec{T}

$$P_T = |T| \cdot |v_l| \cdot \cos 180 = -T \cdot v_l = -80 \cdot 12 = -960W$$

Ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{|\Sigma F| \cdot |dx| \cdot \cos 0}{dt} = |\Sigma F| \cdot |v_l| = m|a_l| \cdot |v_l| = 20 \cdot 3 \cdot 12 = 720J/s \text{ ή } 720W$$

Το ισοζύγιο στιγμιαίας ισχύος, δηλαδή η ενέργεια ανά μονάδα χρόνου, υπακούει στην Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας, αφού από τα **1680W**, που προσφέρει ο άνθρωπος, **960W** απορροφά η τριβή (θερμική ισχύς) και τα υπόλοιπα **720W** πηγαίνουν στην αύξηση της κινητικής ενέργειας ανά δευτερόλεπτο.

Η μέση ισχύς δύναμης \vec{F}_2

$$\bar{P}_{F_2} = \frac{\Delta W_{F_2}}{\Delta t} = \frac{3360J}{4s} = 840W$$

Η μέση ισχύς της τριβής ολίσθησης

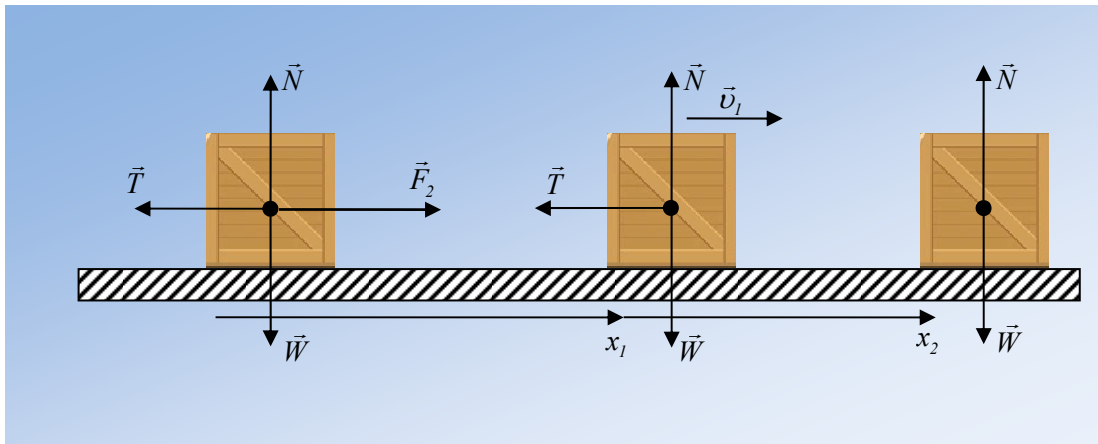
$$\bar{P}_T = \frac{\Delta W_T}{\Delta t} = \frac{-1920J}{4s} = -480W$$

Ο μέσος ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας

$$\frac{\Delta K}{dt} = \frac{1440J}{4s} = 360J/s \text{ ή } 360W$$

Το ισοζύγιο της μέσης ισχύος, αφήνεται στον αναγνώστη...

ζ)



Παίρνουμε πάλι το 2^ο Νόμο Newton:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_l \quad \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_2 \Leftrightarrow -T = m \cdot a_2 \Leftrightarrow -80 = 20 \cdot a_2 \Leftrightarrow a_2 = -4m/s^2$$

Αφού θα σταματήσει, $v_2 = 0m/s$.

$$v_2 = v_l + a_2 \cdot \Delta t \Leftrightarrow 0 = 12 - 4 \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = 3s$$

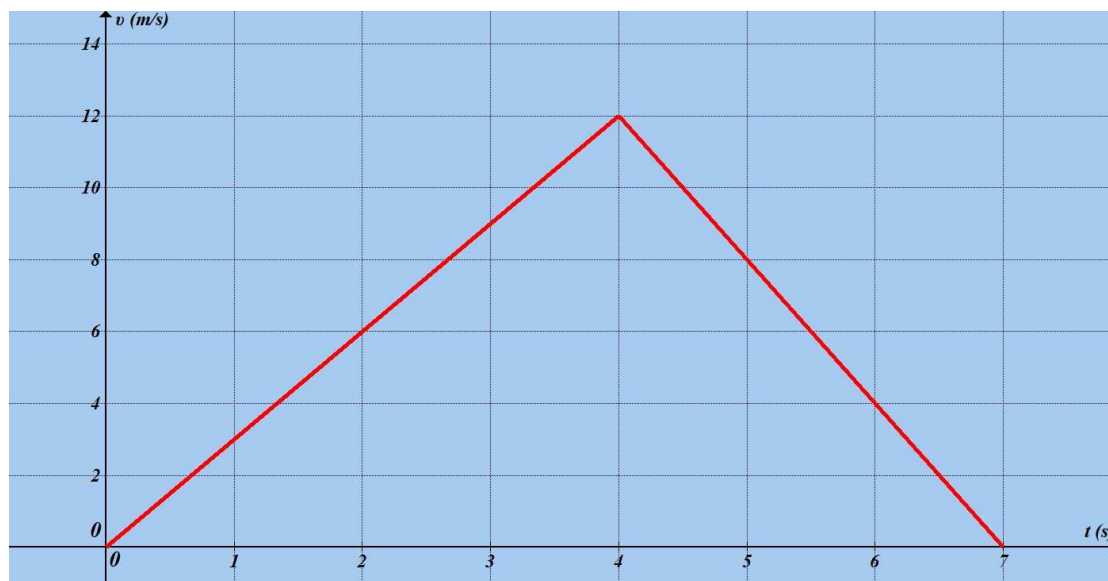
$$\Delta x = v_l \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \Delta t^2 = 12 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 = 18m$$

Άρα:

$$t_2 = t_l + \Delta t = 7s$$

$$x_2 = x_l + \Delta x = 24 + 18 = 42m$$

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις θα είναι



Ανδρέας Ριζόπουλος