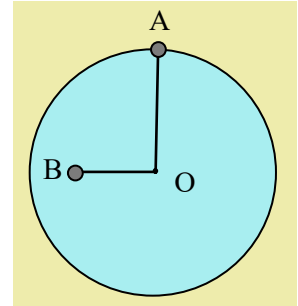


## M0098

## Δύο υλικά σημεία σε κυκλικές τροχιές

Ένας δίσκος ακτίνας  $R=0,6\text{m}$  στρέφεται με το επίπεδό του κατακόρυφο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του  $O$ , με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , με φορά αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Δυο μικρά σημειακά σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , της ίδιας μάζας  $m=0,1\text{kg}$ , έχουν καρφωθεί στα σημεία  $A$  και  $B$ , όπου το  $A$  βρίσκεται στο άκρο μιας ακτίνας του δίσκου, ενώ το  $B$  απέχει από το κέντρο  $O$  απόσταση  $r=0,4\text{m}$ . Σε μια στιγμή τα σώματα βρίσκονται στις θέσεις του σχήματος, όπου η ακτίνα  $OA$  είναι κατακόρυφη ενώ η  $BO$  οριζόντια. Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:

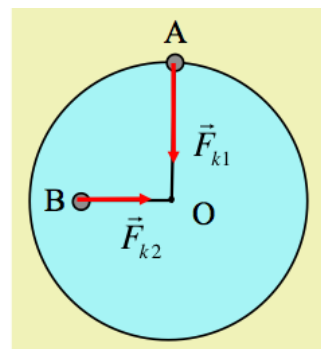
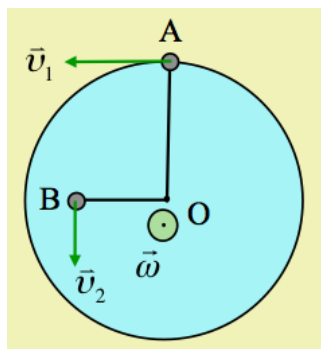


- Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα τη γωνιακή ταχύτητα, καθώς και τις γραμμικές ταχύτητες των δύο σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ .
- Να σημειωθούν επίσης στο σχήμα οι συνισταμένες των δυνάμεων που ασκούνται στα δυο σώματα. Ποια συνισταμένη έχει μεγαλύτερο μέτρο και γιατί;
- Αν το σώμα  $\Sigma_1$  δέχεται από τον δίσκο δύναμη κατακόρυφη με φορά προς το κέντρο, μέτρου  $F_1=0,5\text{N}$ , να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.
- Να υπολογίσετε την δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκεί ο δίσκος στο σώμα  $\Sigma_2$ .

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

## Απάντηση:

- Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, το σώμα  $\Sigma_1$ , το οποίο εκτελεί κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας  $R$ , έχει γωνιακή ταχύτητα κάθετη στο επίπεδο του σχήματος, στο κέντρο  $O$  του κύκλου, με φορά προς τα έξω, όπως στο σχήμα. Αλλά την ίδια γωνιακή ταχύτητα έχουν και όλα τα σημεία του δίσκου που περιστρέφεται, συνεπώς την ίδια  $\omega$  θα έχει και το σώμα  $\Sigma_2$ . Τότε όμως οι γραμμικές ταχύτητες των δύο σωμάτων έχουν τις κατευθύνσεις του σχήματος (κάθετες στις αντίστοιχες ακτίνες) με μεγαλύτερο μέτρο να έχει το σώμα  $\Sigma_1$ , λόγω μεγαλύτερης ακτίνας.



- Στο δεξιό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυο συνισταμένες, όπου  $\vec{F}_{k1}$  η κεντρομόλος δύναμη που δέχεται το

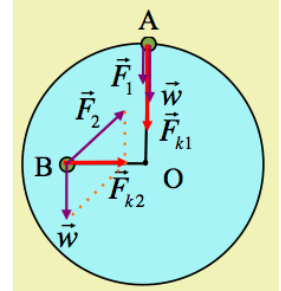
σώμα  $\Sigma_1$  για να μπορεί να κινείται σε κυκλική τροχιά και  $\vec{F}_{k2}$  η αντίστοιχη κεντρομόλος στο σώμα  $\Sigma_2$ .

Για τα μέτρα των δυνάμεων αυτών έχουμε:

$$F_{k1} = m \frac{U_1^2}{R} = mW^2 R \quad \text{και} \quad F_{k2} = m \frac{U_2^2}{r} = mW^2 r$$

Οπότε αφού  $R > r$  θα έχουμε και  $F_{k1} > F_{k2}$ .

- iii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα  $\Sigma_1$ , το βάρος και η δύναμη  $\vec{F}_1$  από το δίσκο. Η συνισταμένη των δύο αυτών, μας δίνει την κεντρομόλο  $F_{k1}$ . Αλλά αν το βάρος και η συνισταμένη είναι κατακόρυφες, τότε και η δύναμη από τον δίσκο  $\vec{F}_1$  θα είναι επίσης κατακόρυφη. Από την εξίσωση της κεντρομόλου δύναμης παίρνουμε:



$$SF = F_{k1} = mW^2 R \rightarrow F_1 + mg = mW^2 R \rightarrow W = \sqrt{\frac{F_1 + mg}{mR}} \rightarrow$$

$$W = \sqrt{\frac{0,5 + 0,1 \times 10}{0,1 \times 0,6}} \text{rad/s} = \sqrt{25} \text{rad/s} = 5 \text{rad/s}$$

- iv) Στο παραπάνω σχήμα έχουν επίσης σημειωθεί οι δυνάμεις στο σώμα  $\Sigma_2$ , όπου η συνισταμένη της δύναμης από το δίσκο  $F_2$  και του βάρους, πρέπει να δίνει την οριζόντια δύναμη  $F_{k2}$ . Όμως για το μέτρο της κεντρομόλου έχουμε:

$$F_{k2} = mW^2 r = 0,1 \times 5^2 \times 0,4 \text{N} = 1 \text{N}$$

ίσου μέτρου με το βάρος του σώματος  $\Sigma_2$ . Αλλά τότε από το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο (το μισό παραλληλόγραμμο των δυνάμεων) παίρνουμε:

$$F_2 = \sqrt{W^2 + F_{k2}^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} \text{N} = 1\sqrt{2} \text{N}$$

η οποία σχηματίζει (με βάση την γεωμετρία του τριγώνου...) γωνία  $45^\circ$  με την οριζόντια διεύθυνση.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)