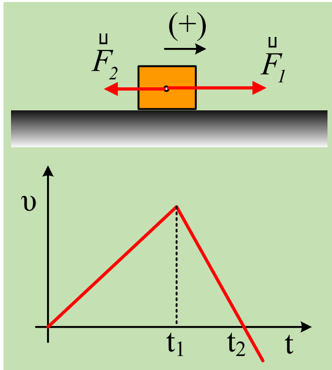
Όταν παύει να ασκείται η μία δύναμη



Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όταν κάποια στιγμή δέχεται δύο οριζόντιες δυνάμεις με αντίθετες κατευθύνσεις, όπως στο σχήμα. Στο διάγραμμα δίνεται το πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, όταν τη στιγμή t_1 παύει να ασκείται η μια από τις παραπάνω δυνάμεις. Δίνεται ότι η κατεύθυνση προς δεξιά θεωρείται θετική και ότι η δύναμη $\vec{F}_1$ έχει σταθερό μέτρο.

i) Η δύναμη $\vec{F}_2$ έχει σταθερό μέτρο ή είναι μεταβλητή;

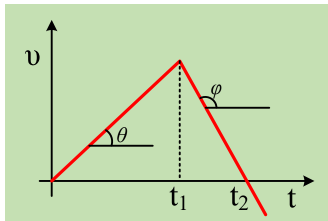
ii) Ποια δύναμη έπαψε να ασκείται στο σώμα τη στιγμή t_1;

iii) Αν $t_2=1{,}5t_1$, τότε για τα μέτρα των δύο δυνάμεων ισχύει:

α) $|\vec{F}_1| = 1{,}5|\vec{F}_2|$, β) $|\vec{F}_1| = 2|\vec{F}_2|$, γ) $|\vec{F}_1| = 2{,}5|\vec{F}_2|$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:



i) Η κλίση σε ένα διάγραμμα υ-t, μας επιτρέπει να υπολογίζουμε την επιτάχυνση του σώματος. Έτσι στο διάγραμμα από 0-t_1 η γωνία θ παραμένει σταθερή, πράγμα που σημαίνει ότι το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Αλλά ο 2ος νόμος του Νεύτωνα μας δίνει:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a} \quad (1)$$

Οπότε αφού η επιτάχυνση παραμένει σταθερή και η συνισταμένη δύναμη θα είναι σταθερή, συνεπώς και η δύναμη $\vec{F}_2$ είναι σταθερή, έχοντας προφανώς και σταθερό μέτρο.

ii) Μετά την κατάργηση της μιας δύναμης, για $t > t_1$ η κλίση στο διάγραμμα υ-t γίνεται αρνητική (η γωνία φ είναι μεγαλύτερη των 90° και η εφφ < 0), συνεπώς και η επιτάχυνση του σώματος είναι αρνητική. Αλλά αυτό σημαίνει ότι η επιτάχυνση αυτή προκαλείται από την δύναμη $\vec{F}_2$ η οποία έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά (αρνητική κατεύθυνση). Συνεπώς έπαψε να ασκείται η δύναμη $\vec{F}_1$.

iii) Επιστρέφοντας στην εξίσωση (1) και αντικαθιστώντας τα διανύσματα με τα μέτρα τους, θα πάρουμε, για το χρονικό διάστημα 0-t_1 όπου το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1$ και μετά την κατάργηση της μιας δύναμης όπου έχουμε επιτάχυνση $\vec{\alpha}_2$:

$$|\vec{F}_1| - |\vec{F}_2| = m|\vec{a}_1| \quad (2) \quad και \quad |\vec{F}_2| = m|\vec{a}_2| \quad (3)$$

Αλλά για τα μέτρα των δύο επιταχύνσεων έχουμε:

$$\left|\vec{\alpha}_1\right| = \left|\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\upsilon - 0}{t_1}\right| = \frac{\upsilon}{t_1} \quad \kappa\alpha\iota \quad \left|\vec{\alpha}_2\right| = \left|\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\right| = \left|\frac{0-\upsilon}{t_2 - t_1}\right| = \frac{\upsilon}{0,5t_1} = 2\frac{\upsilon}{t_1} = 2\left|\vec{\alpha}_1\right|$$

Οπότε με πρόσθεση κατά μέλη των εξισώσεων (2) και (3) παίρνουμε:

$$\left|\vec{F}_1\right| - \left|\vec{F}_2\right| + \left|\vec{F}_2\right| = m\left|\vec{a}_1\right| + m\left|\vec{a}_2\right| \rightarrow$$
$$\left|\vec{F}_1\right| = m\left|\vec{a}_1\right| + m \cdot 2\left|\vec{a}_1\right| = 3m\left|\vec{a}_1\right| \quad (4)$$

Ενώ από την εξίσωση (3) παίρνουμε:

$$\left|\vec{F}_2\right| = m\left|\vec{a}_2\right| = 2m\left|\vec{a}_1\right| \quad (5)$$

Με διαίρεση κατά μέλη των (4) και (5) παίρνουμε:

$$\frac{\left|\vec{F}_1\right|}{\left|\vec{F}_2\right|} = \frac{3m\left|\vec{a}_1\right|}{2m\left|\vec{a}_1\right|} = \frac{3}{2} = 1,5 \rightarrow$$
$$\left|\vec{F}_1\right| = 1,5\left|\vec{F}_2\right|$$

Σωστό το (α).

dmargaris@gmail.com