

Πόσο αντέχουν τα αυγά μέχρι να χαλάσουν;

Γεώργιος Καρυδιανάκης*

17/4/2025

* Προπτυχιακός φοιτητής, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, τμήμα Φυσικής

Περίληψη

Κατασκευάζεται ένα γρήγορο μαθηματικό μοντέλο για να περιγράψει ποσοτικά πόσο γρήγορα χαλούν τα αυγά, σε σχέση με τη θερμοκρασία. Εφαρμόζεται στις χαρακτηριστικές θερμοκρασίες δωματίου, ψύξης και κατάψυξης. παραθέτονται ιδέες για περαιτέρω μελέτη και σχόλια.

1 Εισαγωγή

Έχουμε συνηθίσει να βάζουμε τα παραδοσιακά κόκκινα αυγά λίγες ημέρες πριν το Πάσχα, και κατά πάσα πιθανότητα να τα αφήνουμε εκτός ψυγείου. Πόσο υγιεινή είναι όμως η κατανάλωση των βραστών αυγών μετά από τόσες ημέρες; Η απάντηση (όχι ιδιαίτερα) είναι φυσικά εύκολα προσβάσιμη στο διαδίκτυο, όμως ο στόχος του παρόντος είναι διαφορετικός: θα προσπαθήσουμε μέσα από ένα ιδιαίτερα απλοϊκό μοντέλο να εξάγουμε χαρακτηριστικούς χρόνους για τους οποίους τα βραστά αυγά είναι βρώσιμα, σε διάφορες θερμοκρασίες.

2 Κατασκευή & επίλυση της εξίσωσης

Όπως και οποιοδήποτε άλλο φαινόμενο στη Φυσική, η αλλαγή στην ποιότητα των αυγών μπορεί να μελετηθεί μέσω μίας **διαφορικής εξίσωσης** (ΔE). Σε αυτό το εδάφιο θα προσδιορίσουμε τη ΔE που περιγράφει πώς αλλάζει η ποιότητα των αυγών. Αρχικά, πρέπει να ξέρουμε τι *ψάχνουμε*: μια συνάρτηση $\Pi(t)$, που για κάθε χρονική στιγμή t μας δίνει την ποιότητα των αυγών. Τη χρονική στιγμή t_0 που $\Pi(t) = 0$, τα αυγά έχουν χαλάσει. Μπορούμε όμως να απλοποιήσουμε ακόμα περισσότερο τη μορφή της συνάρτησης αυτής: η **μέγιστη** ποιότητα ενός αυγού επιτυγχάνεται φυσικά όταν αυτό είναι ολόφρεσκο, δηλαδή σε χρόνο $t = 0$. Έστω Π_{max} Η τιμή αυτή. Μπορούμε να ορίσουμε μία νέα συνάρτηση, την $\varpi(t) \equiv \frac{\Pi(t)}{\Pi_{max}}$. Έτσι η $\varpi(t)$ παίρνει τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Η διαδικασία που μόλις περιγράψαμε λέγεται **κανονικοποίηση** και μας

απαλλάσσει επίσης από το 'βάσανο' του να καταλάβουμε τι μονάδες θα είχε η Π . Στο εξής θα χρησιμοποιήσουμε μόνο την ϖ , η οποία είναι αδιάστατη.

Επόμενο βήμα είναι να προσδιορίσουμε από τι *αναμένουμε* να *εξαρτάται* η $\varpi(t)$, δηλαδή τις *παραμέτρους* της εξίσωσης. Εδώ θα μπορούσε κανείς να σκεφτεί κάθε πιθανό παράγοντα που επηρεάζει, όπως π.χ. το είδος της βαφής. Χάρην απλότητας, ας περιοριστούμε στον πλέον σημαντικό παράγοντα, τη **θερμοκρασία** T . Η εξίσωσή μας λοιπόν θα έχει τη μορφή:

$$\frac{d\varpi(t)}{dt} = \Theta(t)\varpi(t), \quad \varpi(0) = 1 \quad (1)$$

όπου η $\Theta(t)$ είναι κάποια (άγνωστη για τώρα) συνάρτηση της θερμοκρασίας.

2.1 Πρώτη προσέγγιση

Μία πρώτη προσέγγιση είναι φυσικά να θεωρήσουμε τη θερμοκρασία σταθερή καθ' όλο το διάστημα που ενδιαφέρει. Τότε η εξίσωση λύνεται ως εξής:

$$\frac{d\varpi(t)}{\varpi(t)} = \Theta(T)dt \Rightarrow \int_{\varpi(0)}^{\varpi(t)} \frac{d\varpi'}{\varpi'} = \Theta(T) \int_0^t dt' \Rightarrow \varpi(t) = \varpi(0)e^{\Theta(T)t} \stackrel{\varpi(0)=1}{\Rightarrow}$$

$$\boxed{\varpi(t) = e^{\Theta(T)t}} \quad (2)$$

Σύμφωνα με την **Αμερικανική Εταιρία Γεωργίας**, τα βραστά αυγά αντέχουν 1 εβδομάδα (168 ώρες) στο ψυγείο, δηλαδή σε θερμοκρασία (κατά μέσο όρο) περίπου $5^\circ C = 278.15K$.

Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε ότι η ποιότητά τους πρακτικά μηδενίζεται στο διάστημα αυτό. Όσο για το “πρακτικά μηδενίζεται”, αφού η λύση μας είναι εκθετική και άρα τυπικά δε μηδενίζεται ποτέ, καλούμαστε να δι-αλέξουμε μια αυθαίρετη τιμή ως ≈ 0 . Ας επιλέξουμε την $e^{-5} \approx 0.007$. Επιλέγοντας να γράψουμε την $\Theta(T)$ ως $-\theta T$ (θ σταθερά- το αρνητικό πρόσημο φροντίζει η $\varpi(t)$ να είναι φθίνουσα συνάντηση) παίρνουμε τελικά: $\theta \approx 0.0001 \frac{hr}{K} = 10^{-4} \frac{hr}{K}$.

Η πλήρης λύση λοιπόν είναι:

$$\varpi(t) = e^{-\theta T t}, \quad \theta = 10^{-4} \frac{hr}{K} \quad (3)$$

Ας εφαρμόσουμε λοιπόν τη λύση μας για διάφορες τιμές της θερμοκρασίας! Για θερμοκρασία **κατάψυξης** ($255^\circ K$) η $\varpi(t)$ μηδενίζεται σε χρόνο της τάξης των δύο εβδομάδων, ενώ για θερμοκρασία **δωματίου** (στην περιοχή της Πανεπιστημιούπολης της Αθήνας, το απόγευμα της συγγραφής του παρόντος) μηδενίζεται σε χρόνο της τάξης των λίγων ημερών. Η πρώτη προσέγγισή μας, λοιπόν, οδηγεί σε δύο συμπεράσματα:

1. Τα αυγά **δεν** πρέπει να μένουν εκτός ψυγείου κατά το διάστημα που συνηθίζεται σύμφωνα με τα Πασχαλινά έθιμα. Εντός ψυγείου ωστόσο, μπορούν να διατηρηθούν ώστε να καταναλωθούν με ασφάλεια.
2. Η προσέγγισή μας δε λαμβάνει υπόψη όλους τους παράγοντες, αφού διάφορες πηγές αναφέρουν ότι σε θερμοκρασία δωματίου τα αυγά δεν είναι ασφαλείς να καταναλωθούν έπειτα από μερικές ώρες, ενώ στην κατάψυξη διατηρούνται εν δυνάμει ακόμα και για ένα έτος.

2.2 Δεύτερη προσέγγιση

Μια δεύτερη, πιο ρεαλιστική προσέγγιση είναι να θεωρήσουμε ότι η ίδια η θερμοκρασία αλλάζει με το πέρασμα του χρόνου. Σε χρονικά διαστήματα της τάξης των ημερών, εβδομάδων, ακόμα και μηνών, μπορούμε να προσεγγίσουμε αυτή την αλλαγή ως $\Theta(t) = -C(At + B)$, όπου B η

θερμοκρασία τη στιγμή 0 και A ο ρυθμός μεταβολής της θερμοκρασίας. Η σταθερά C λοιπόν έχει μονάδες χρόνου ανά θερμοκρασία, ενώ το αρνητικό πρόσημο εκφράζει το γεγονός ότι η ποιότητα πρέπει να φθίνει με το χρόνο, άρα η παράγωγος πρέπει να είναι αρνητική. Αντικαθιστώντας στην (1), η λύση είναι:

$$\begin{aligned} \frac{d\varpi}{\varpi} &= -C(At + B)dt \Rightarrow \int_{\varpi(0)}^{\varpi(t)} \frac{d\varpi'}{\varpi'} = -C \int_0^t At + B dt' \\ \Rightarrow \varpi(t) &= \varpi(0)e^{-C(At^2 + Bt)} \quad \varpi(0)=1 \end{aligned}$$

$$\varpi(t) = e^{-C(At^2 + Bt)} \quad (4)$$

Προφανώς δεν έχει νόημα να εφαρμόσουμε αυτή τη λύση στην περίπτωση του ψυγείου ή της κατάψυξης, αφού εκεί η θερμοκρασία είναι εξ ορισμού σταθερή. Με τις τιμές της θερμοκρασίας που επικρατούν στην περιοχή της Πανεπιστημιούπολης της Αθήνας κατά τη συγγραφή του παρόντος, καθώς και τις μετεωρολογικές προβλέψεις της ερχόμενης εβδομάδας, προκύπτει ο χρόνος μηδενισμού ίσος με **μία ημέρα**.

3 Συμπεράσματα & σχόλια

Αν και υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν, η θερμοκρασία αποτελεί σίγουρα ένα βασικό κριτήριο για το πόσο γρήγορα χαλούν τα αυγά. Αποδείχθηκε και μαθηματικά ότι, εκτός ψυγείου, τα αυγά γίνονται ακατάλληλα έπειτα από 1-2 ημέρες το πολύ! Φέτος το Πάσχα λοιπόν, ας προτιμήσουμε να τα διατηρήσουμε στο ψυγείο όπου αντέχουν **μία εβδομάδα**.

Καθάρά από επιστημονική περιέργεια, θα είχε ενδιαφέρον να έλυνε κανείς την (2) για μία περιοδική συνάρτηση $\Theta(t)$. Αφού όλες οι κλίμακες που προέκυψαν είναι της τάξης των ημερών/ εβδομάδων, μία περιοδική συνάρτηση (με περίοδο μίας ημέρας) είναι σίγουρα πιο ρεαλιστική προσέγγιση από τη σταθερή θερμοκρασία. Ακόμα περισσότερο, ένας συνδυασμός ενός περιοδικού και ενός γραμμικού όρου θα προσέγγιζε με τον βέλτιστο τρόπο την αλλαγή της θερμοκρασίας με το χρόνο.



Καλά... τσουγκρίσματα!