

**ΑΝΩΤΑΤΗ
ΣΧΟΛΗ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

ΜΑΘΗΜΑ	ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ
ΦΥΣΙΚΗ	Μηχανολόγων Μηχανικών
	Ηλεκτρονικών Μηχανικών

Καθηγητής Σιδεράς Ευστάθιος

ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ ΔΥΟ Ή ΤΡΕΙΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

Επίπεδα Κύματα

Κύματα σε δυο και τρεις Διαστάσεις

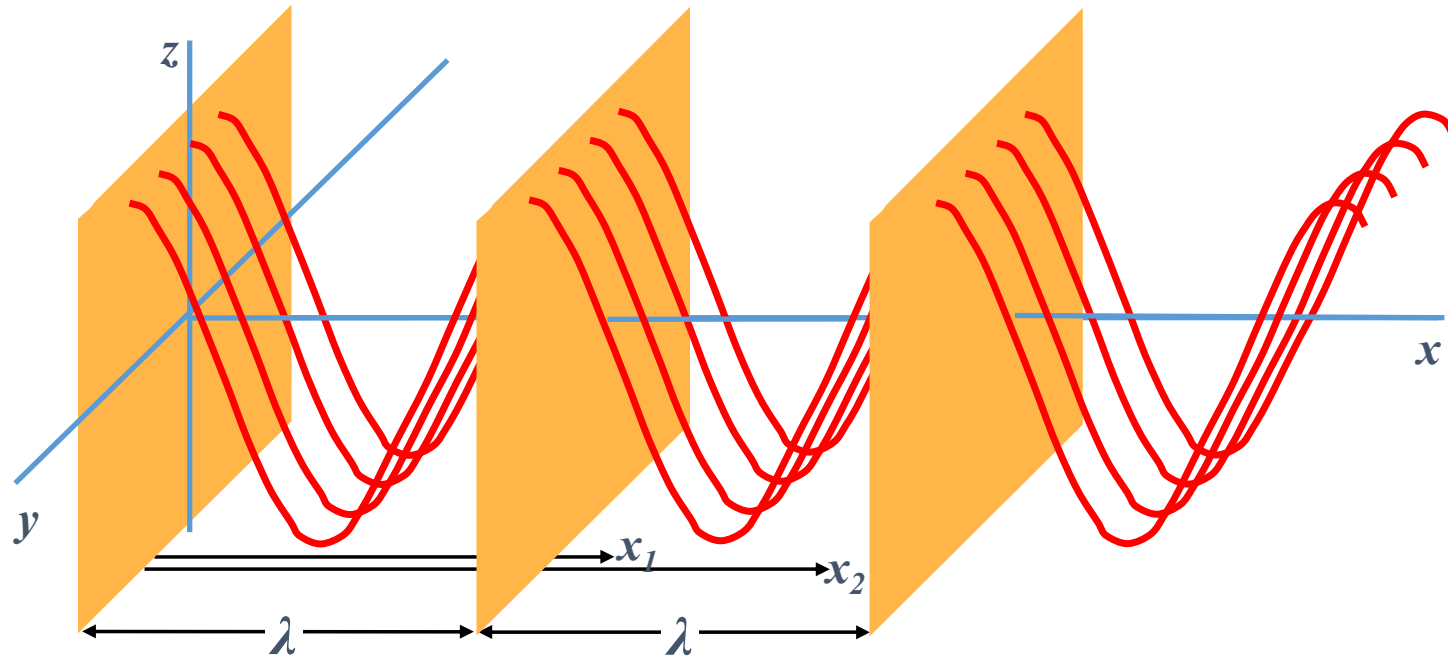
Φάση Κύματος και Διαφορά Φάσης

Είδη Μηχανικών Κυμάτων

Φαινόμενο Doppler.

Η Ένταση του Ήχου

ΕΠΙΠΕΔΑ ΚΥΜΑΤΑ – ΜΕΤΩΠΙΑ ΚΥΜΑΤΟΣ



Εξίσωση Κύματος: $D(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi_0)$

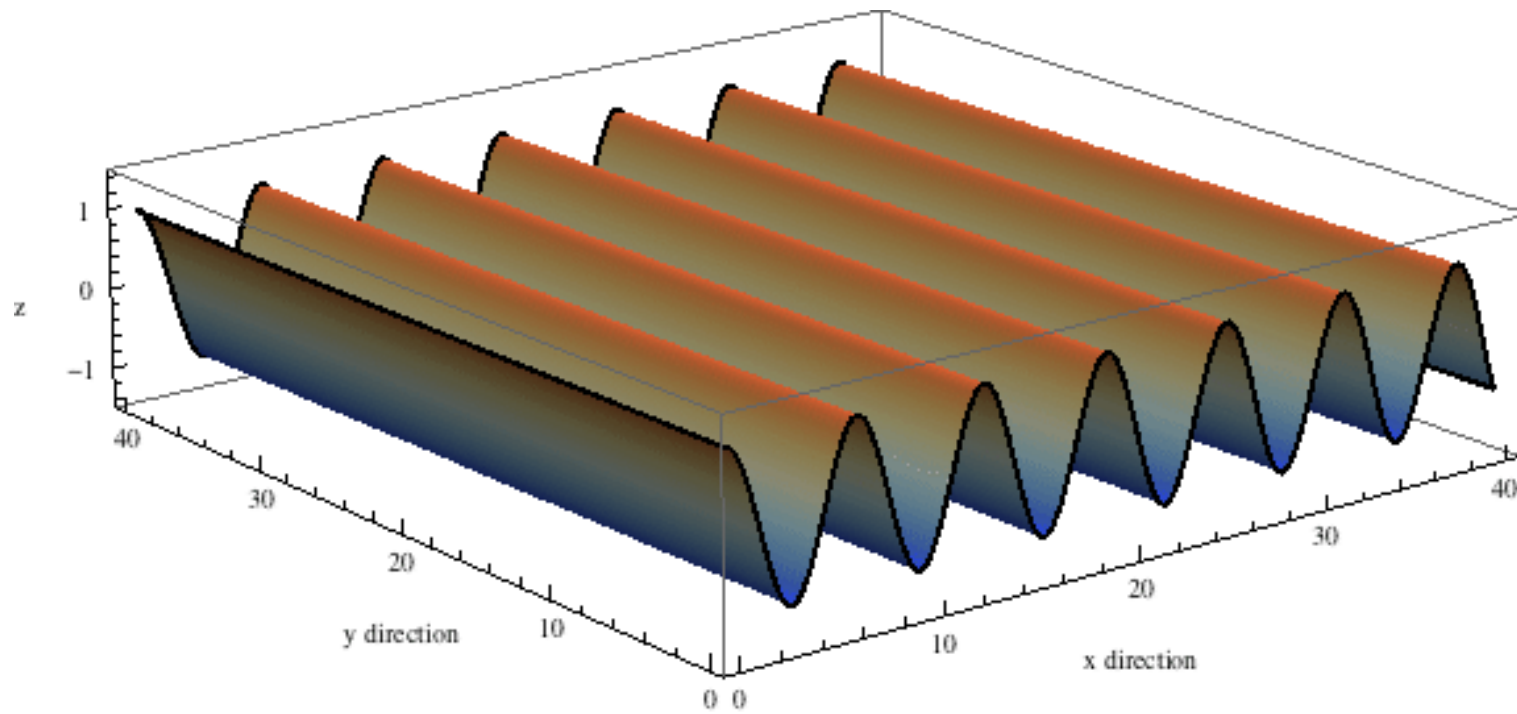
Φάση Κύματος: $\varphi = kx - \omega t + \varphi_0$

Διαφορά Φάσης μεταξύ
σημείων x_1 και x_2 :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (kx_2 - \omega t + \varphi_0) - (kx_1 - \omega t + \varphi_0)$$

$$\Delta\varphi = kx_2 - kx_1 = k(x_2 - x_1) = k\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

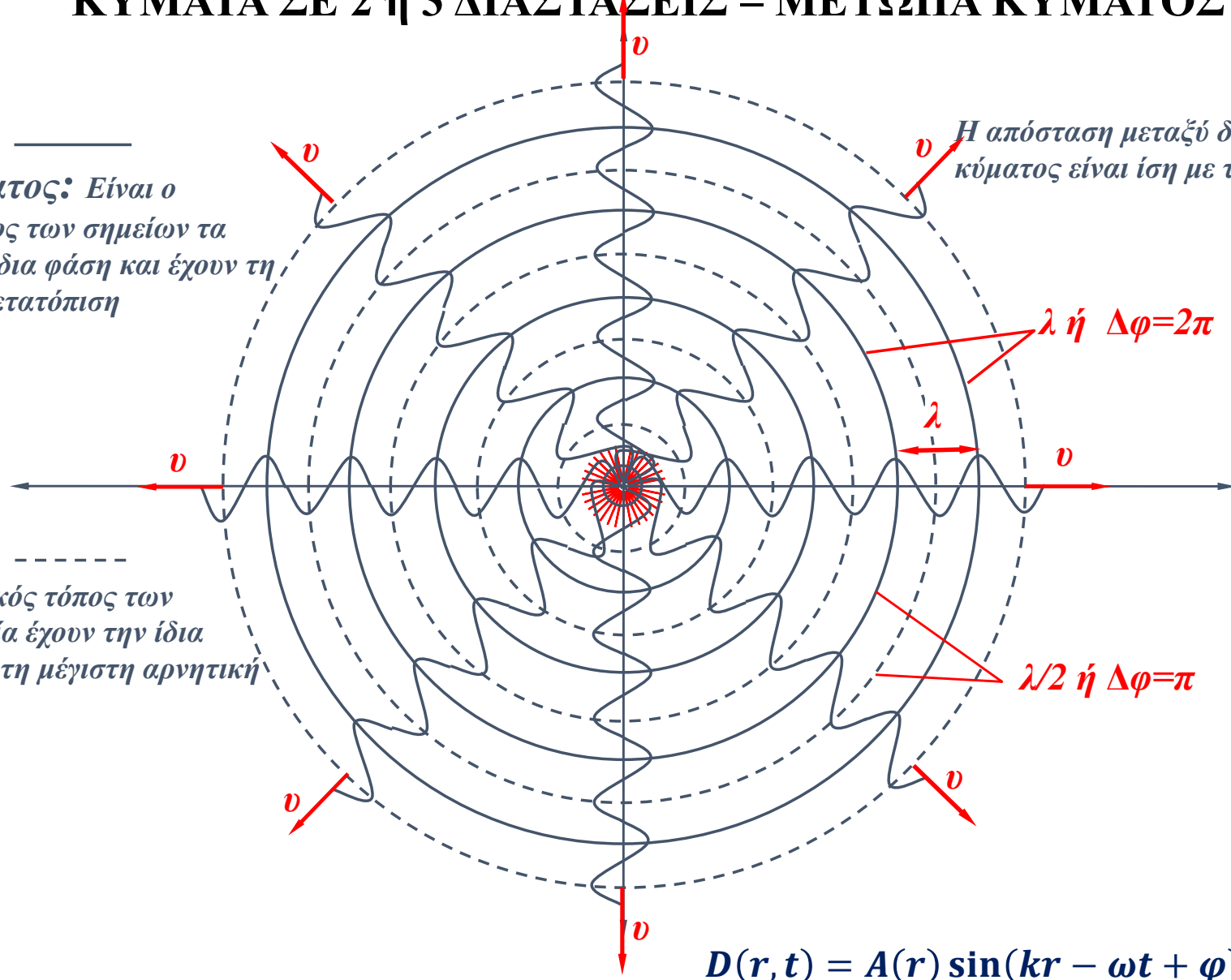
ΕΠΙΠΕΔΑ ΚΥΜΑΤΑ – ΜΕΤΩΠΑ ΚΥΜΑΤΟΣ



ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ 2 ή 3 ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ – ΜΕΤΩΠΙΑ ΚΥΜΑΤΟΣ

Μέτωπο Κύματος: Είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων τα οποία έχουν την ίδια φάση και έχουν τη μέγιστη θετική μετατόπιση

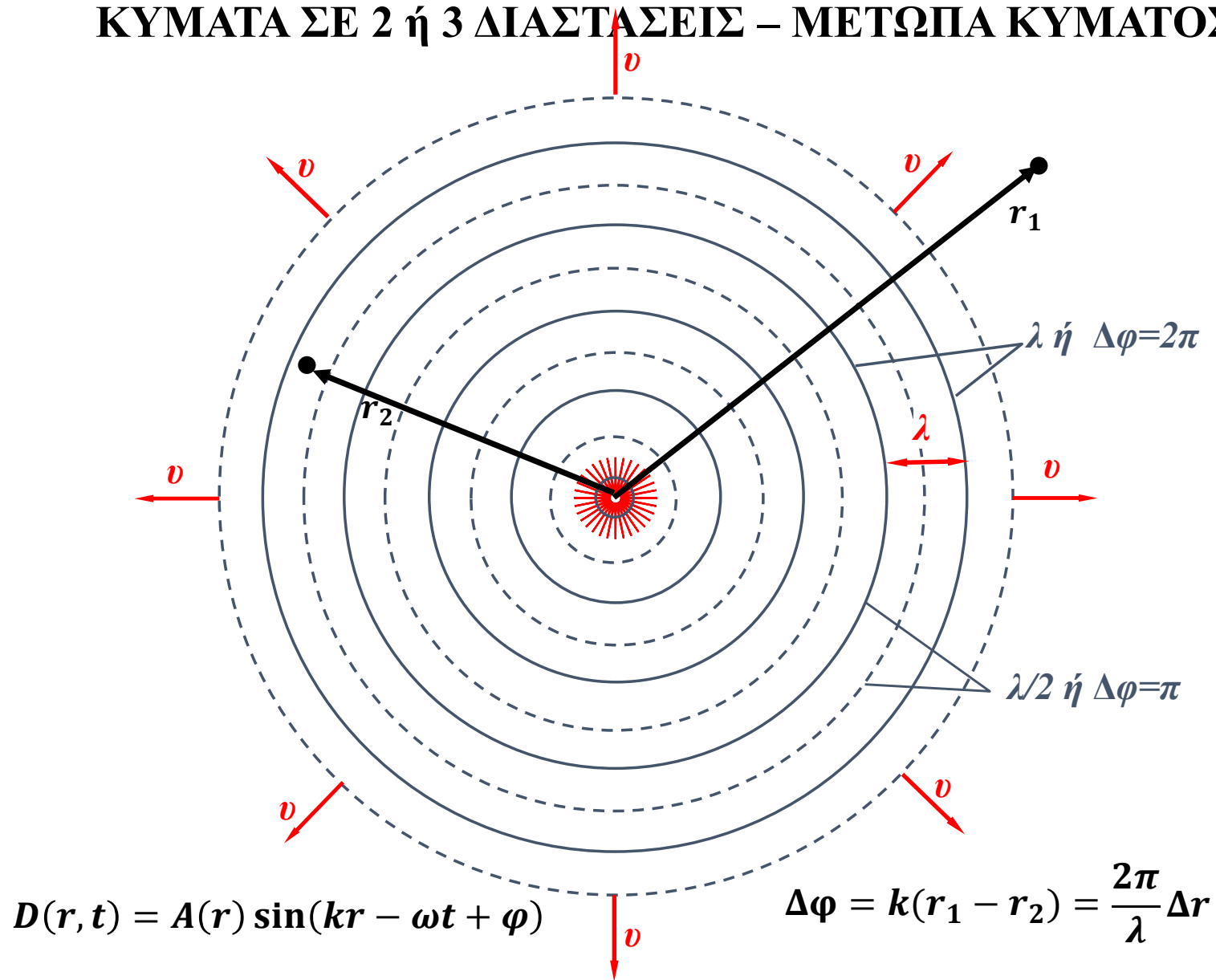
Είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων τα οποία έχουν την ίδια φάση αλλά έχουν τη μέγιστη αρνητική μετατόπιση



Η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών μετώπων κύματος είναι ίση με το μήκος κύματος λ .

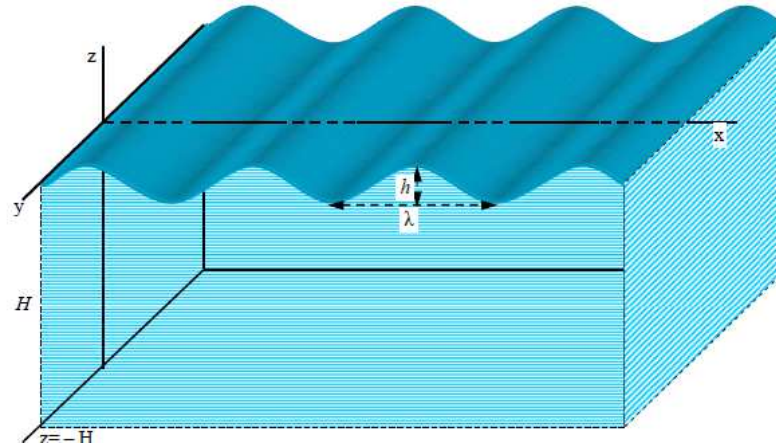
$$D(r, t) = A(r) \sin(kr - \omega t + \varphi)$$

ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ 2 ή 3 ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ – ΜΕΤΩΠΙΑ ΚΥΜΑΤΟΣ



ΕΙΔΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

Κύματα Επιφανείας (Θαλάσσια Κύματα)

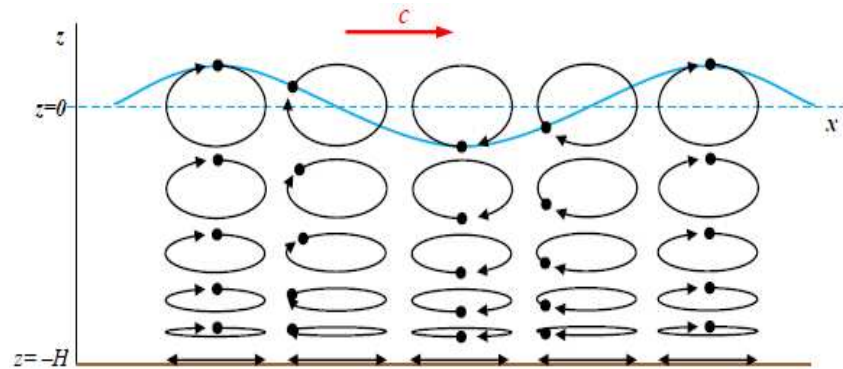
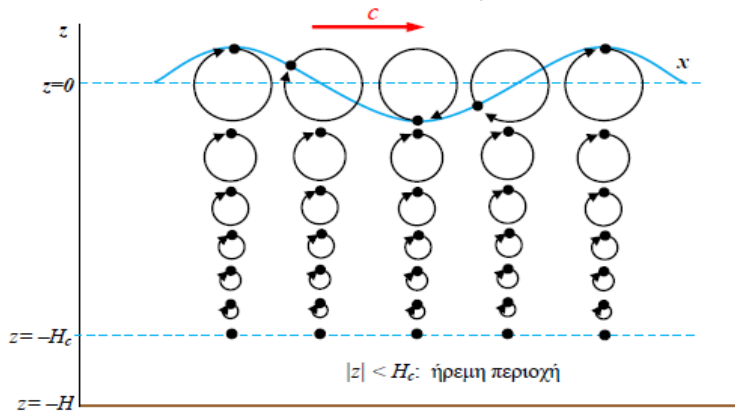


Θάλασσα μεγάλου βάθους

$$H > \frac{\lambda}{2\pi} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi} g}$$

$$H < \frac{\lambda}{2\pi} \Rightarrow c = \sqrt{gH}$$

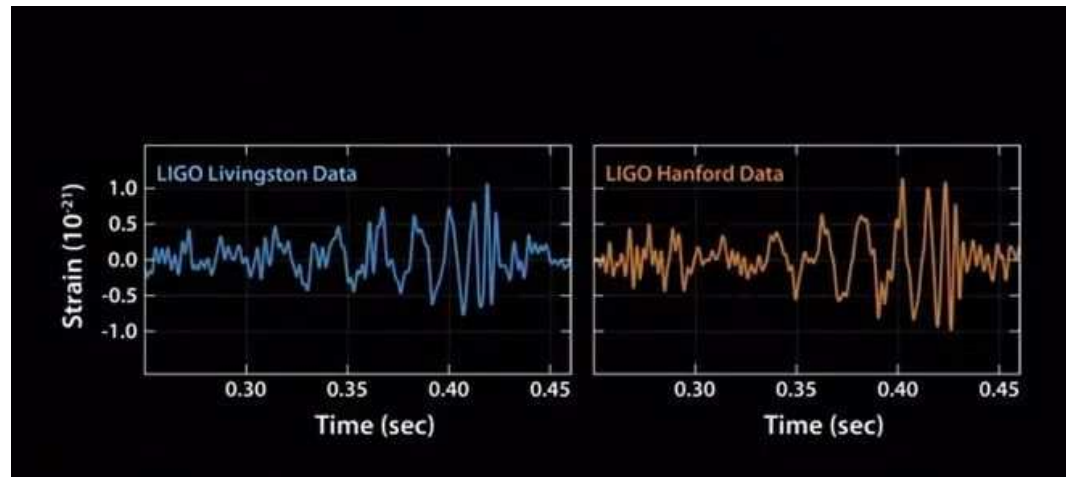
Θάλασσα μικρού βάθους



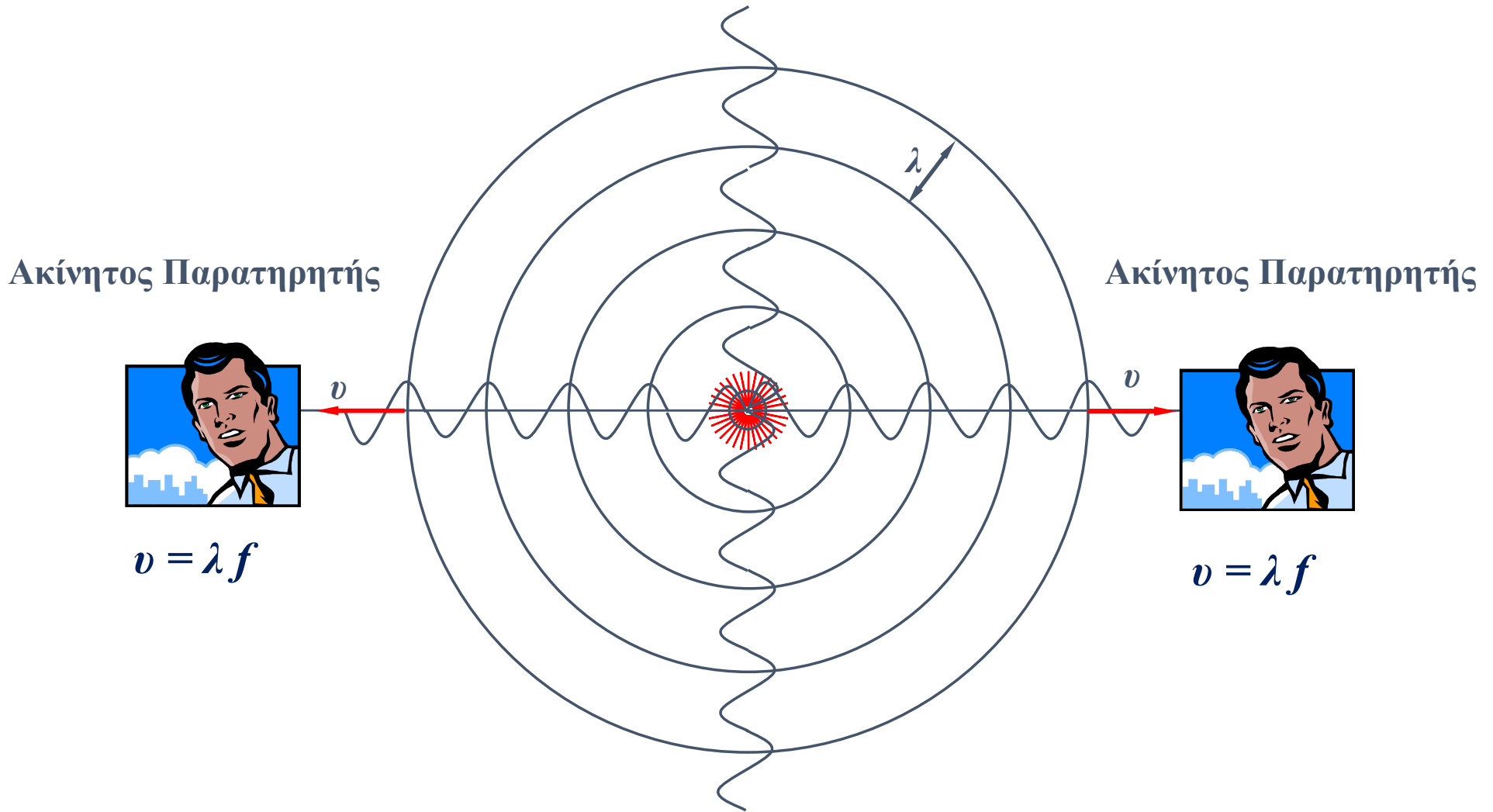
ΕΙΔΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

Σεισμικά Κύματα

Βαρυτικά Κύματα



ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

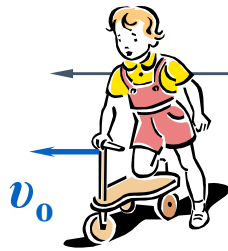


ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

Ακίνητη ηχητική πηγή συχνότητας f εκπέμπει κύματα προς όλες τις κατευθύνσεις

Παρατηρητής απομακρύνεται από την ηχητική πηγή με ταχύτητα: v_0

Ο Παρατηρητής κινείται προς την κατεύθυνση διάδοσης το κύματος



Σχετική ταχύτητα

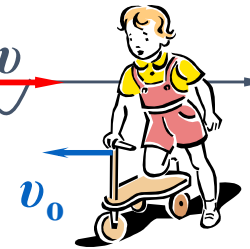
$$v - v_0 = \lambda f_2$$

$$v - v_0 = \frac{v}{f} f_2 \Rightarrow \boxed{f_2 = f \frac{v - v_0}{v}}$$

$$f_2 < f$$

Παρατηρητής πλησιάζει την ηχητική πηγή με ταχύτητα: v_0

Ο Παρατηρητής κινείται αντίθετα προς την κατεύθυνση διάδοσης το κύματος



Σχετική ταχύτητα

$$v + v_0 = \lambda f_1$$

$$v + v_0 = \frac{v}{f} f_1 \Rightarrow \boxed{f_1 = f \frac{v + v_0}{v}}$$

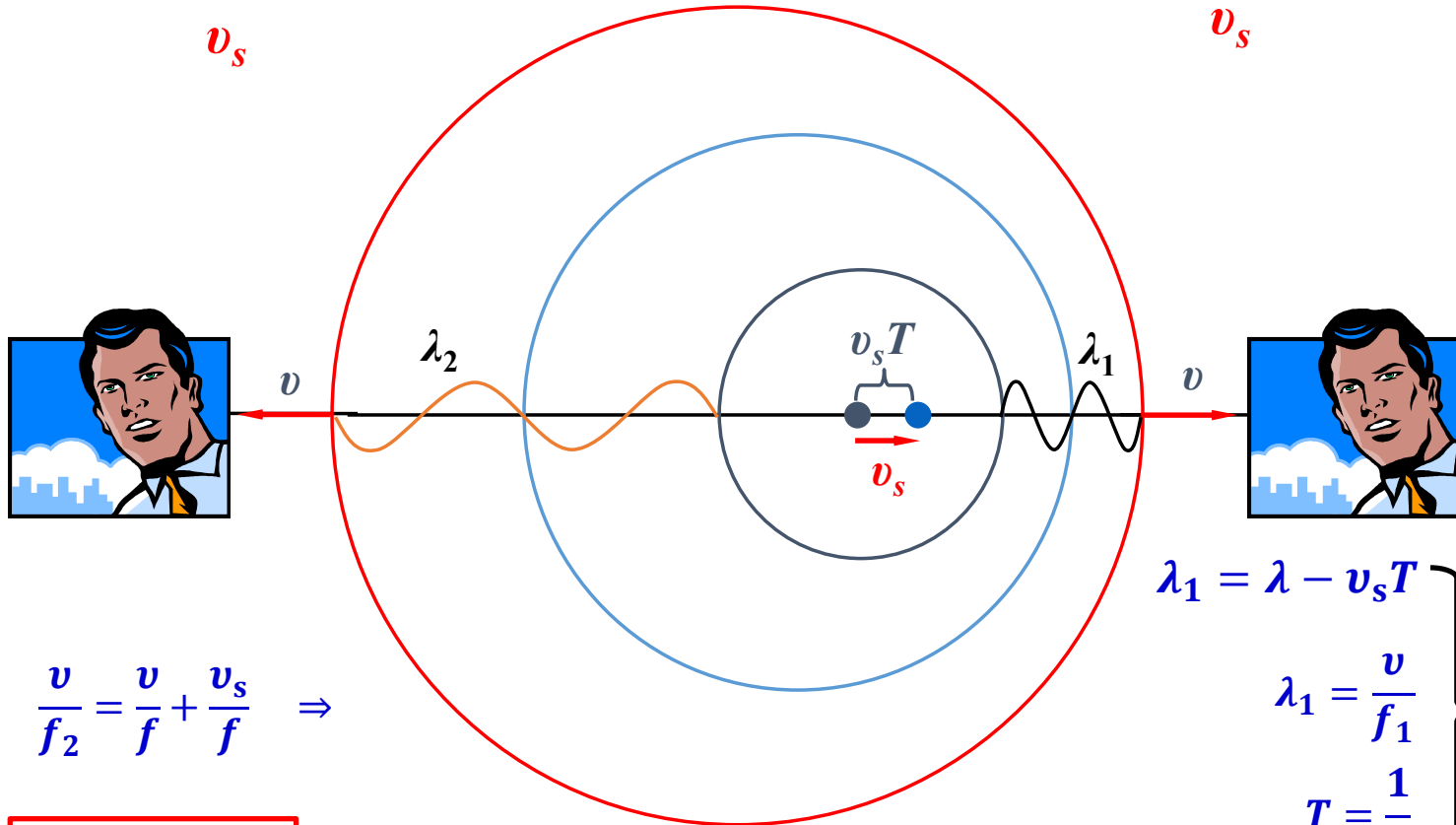
$$f_1 > f$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$$

ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

Ηχητική πηγή απομακρύνεται από παρατηρητή με ταχύτητα:

Ηχητική πηγή πλησιάζει παρατηρητή με ταχύτητα:



$$\left. \begin{aligned} \lambda_2 &= \lambda + v_s T \\ \lambda_2 &= \frac{v}{f_2} \\ T &= \frac{1}{f} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{v}{f_2} = \frac{v}{f} + \frac{v_s}{f} \Rightarrow$$

$$f_2 = f \frac{v}{v + v_s}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda - v_s T \\ \lambda_1 &= \frac{v}{f_1} \\ T &= \frac{1}{f} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{v}{f_1} = \frac{v}{f} - \frac{v_s}{f} \Rightarrow$$

$$f_1 = f \frac{v}{v - v_s}$$

ΚΡΟΥΣΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ



ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ 2 ή 3 ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ – ΕΝΤΑΣΗ ΚΥΜΑΤΟΣ

Πηγή σφαιρικού κύματος εκπέμπει κυματική ισχύ P_0 προς όλες τις κατευθύνσεις μέσα σε ομογενές και ισοτροπικό μέσο διάδοσης.

Τα μέτωπα κύματος είναι ομόκεντρες σφαιρικές επιφάνειες.

Μέσα από μια οποιαδήποτε επιφάνεια ΔA που είναι κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης ενός σφαιρικού κύματος διέρχεται κυματική ισχύς ΔP

Η κυματική ισχύς ΔP είναι ίση με το μέρος εκείνο της ολικής ισχύος P_0 το οποίο εισέρχεται στον νοητό κώνο του οποίου η κορυφή είναι στην κυματική πηγή και οριοθετείται από την επιφάνεια ΔA .

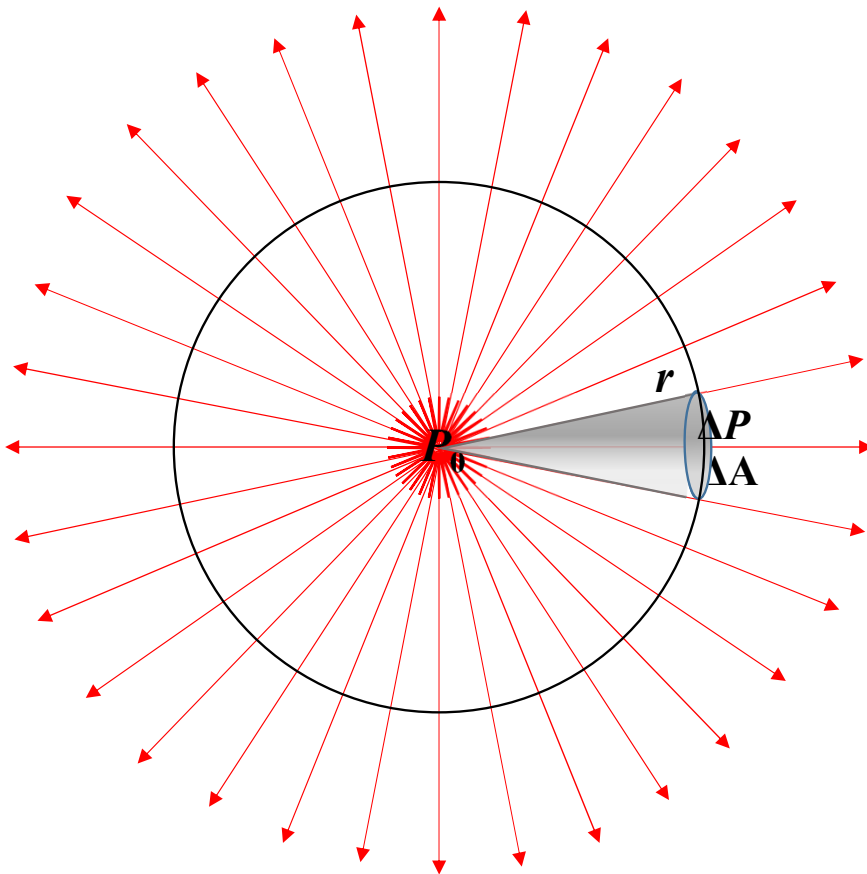
Ορίζουμε την ένταση I του κύματος ως:

$$I = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad \text{με μονάδες:} \quad \frac{W}{m^2}$$

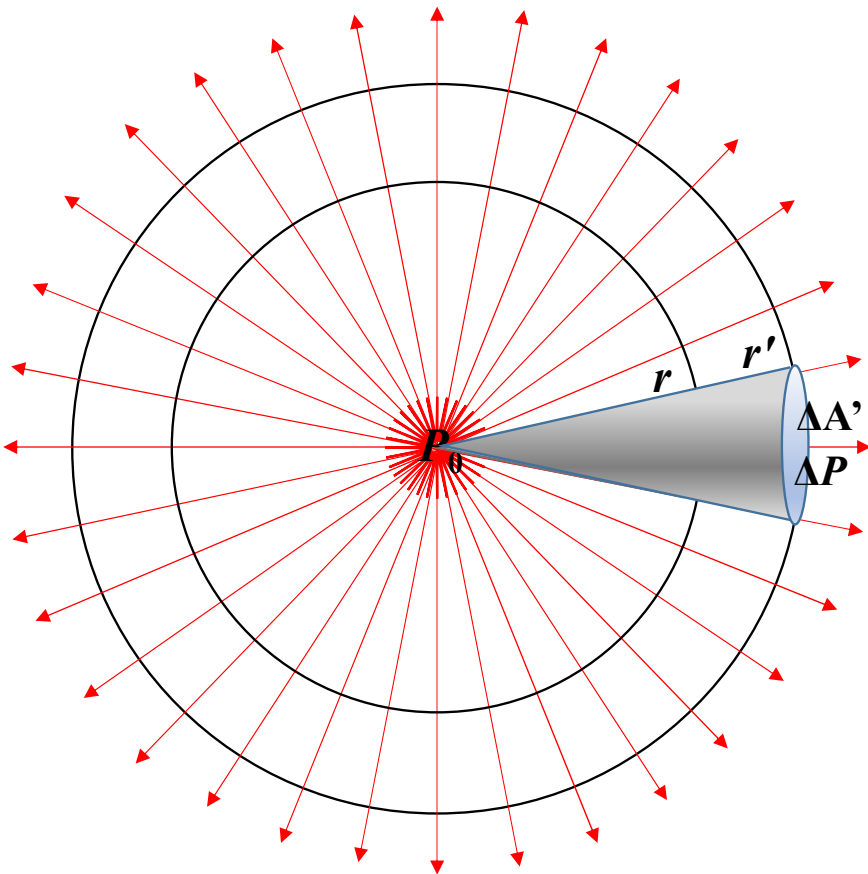
Στην περίπτωση που η επιφάνεια ΔA καλύπτει όλη τη σφαιρική επιφάνεια που έχει ακτίνα r τότε μέσα από τη σφαιρική αυτή επιφάνεια διέρχεται όλη η ισχύς P_0 που εκπέμπεται από την κυματική πηγή:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta A \rightarrow A = 4\pi r^2 \\ \Delta P \rightarrow P_0 \end{array} \right\} I = \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{P_0}{4\pi r^2}$$

Σε όλα τα σημεία που βρίσκονται πάνω σε σφαιρική επιφάνεια ακτίνας r η ένταση I του κύματος είναι η ίδια.



ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ 2 ή 3 ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ – ΕΝΤΑΣΗ ΚΥΜΑΤΟΣ



Στην απόσταση r η ένταση του κύματος είναι:

$$I = \frac{P_0}{4\pi r^2}$$

Η κωνική περιοχή επεκτείνεται σε μεγαλύτερη απόσταση $r' > r$ από την κυματική πηγή.

Μέσα από την επιφάνεια της βάσης της νέας κωνικής περιοχής που έχει εμβαδό $\Delta A' > \Delta A$ διέρχεται η ίδια ισχύς ΔP .

Στην απόσταση r' η ένταση του κύματος είναι:

$$I' = \frac{\Delta P}{\Delta A'} < I$$

Στην περίπτωση που η επιφάνεια $\Delta A'$ καλύπτει όλη τη σφαιρική επιφάνεια που έχει ακτίνα r' τότε μέσα από τη σφαιρική αυτή επιφάνεια διέρχεται όλη η ισχύς P_0 που εκπέμπεται από την κυματική πηγή:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta A' \rightarrow A' = 4\pi r'^2 \\ \Delta P \rightarrow P_0 \end{array} \right\}$$

$$I' = \frac{P_0}{4\pi r'^2}$$

$$\frac{I}{I'} = \frac{\frac{P_0}{4\pi r^2}}{\frac{P_0}{4\pi r'^2}} \Rightarrow$$

$$\frac{I}{I'} = \frac{r'^2}{r^2} \Rightarrow I' = I \left(\frac{r}{r'} \right)^2$$

ΕΝΤΑΣΗ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΚΥΜΑΤΟΣ (ΕΠΙΠΕΔΟΥ ή ΣΦΑΙΡΙΚΟΥ)

Ένταση Κύματος ορίζεται ως ο μέσος χρονικός ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια από το κύμα ανά μονάδα επιφανείας που είναι κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος (Ισχύς ανά μονάδα επιφανείας).

Σε κάθε χρονική στιγμή, τα μόρια του μέσου διάδοσης δέχονται μια στιγμιαία δύναμη επαναφοράς $F(t)$ και έχουν μια στιγμιαία ταχύτητα ταλάντωσης $v_d(t)$

Σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, τα μόρια του μέσου διάδοσης αποδίδουν μια στιγμιαία ισχύ: $P(t) = F(t) v_d(t)$

Σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, η στιγμιαία ισχύς που αποδίδεται ανά μονάδα επιφανείας: $\frac{P(t)}{\Delta A} = \frac{F(t)}{\Delta A} v_d(t)$

$\frac{P(t)}{\Delta A} = I(t)$ Είναι η στιγμιαία ένταση του κύματος

$\frac{F(t)}{\Delta A} = \delta p(t)$ Είναι η στιγμιαία μεταβολή της πίεσης στο μέσο διάδοσης

$$v_d(t) = \frac{\partial D(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial [A \sin(kx - \omega t)]}{\partial t} \Rightarrow$$

$$I(t) = \delta p(t) v_d(t)$$

$$\delta p(t) = -BAk \cos(kx - \omega t)$$

$$v_d(t) = -A\omega \cos(kx - \omega t)$$

$$I(t) = Bk\omega A^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

ΕΝΤΑΣΗ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΚΥΜΑΤΟΣ (ΕΠΙΠΕΔΟΥ ή ΣΦΑΙΡΙΚΟΥ)

Ένταση Κύματος ορίζεται ως ο μέσος χρονικός ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια από το κύμα ανά μονάδα επιφανείας που είναι κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος (Ισχύς ανά μονάδα επιφανείας).

Αποδείξαμε τη στιγμιαία ένταση του κύματος: $I(t) = Bk\omega A^2 \cos^2(kx - \omega t)$

Ισοδύναμα σύμβολα για τη μέση ένταση του κύματος: $\bar{I} \equiv \langle I \rangle \equiv I_{\text{avg}}$

Μέση τιμή της έντασης του κύματος σε χρόνο μιας περιόδου T : $\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T Bk\omega A^2 \cos^2(kx - \omega t) dt \Rightarrow$

$$\bar{I} = \frac{Bk\omega A^2}{T} \int_0^T \cos^2(kx - \omega t) dt \Rightarrow \bar{I} = \frac{Bk\omega A^2}{T} \int_0^T \frac{1 + \cos 2(kx - \omega t)}{2} dt \Rightarrow$$

$$\bar{I} = \frac{Bk\omega A^2}{2T} \int_0^T dt + \frac{Bk\omega A^2}{2T} \int_0^T \cos 2(kx - \omega t) dt \Rightarrow \bar{I} = \frac{Bk\omega A^2}{2T} T \Rightarrow \bar{I} = \frac{1}{2} Bk\omega A^2$$