

ΘΕΜΑΤΑ Β

Κεφάλαιο 1

Οριζόντια βολή

Σχόλια για τα Θέματα 16039 (2.1), 16049 (2.1), 16085 (2.1), 16118 (2.2), 16264 (2.1), 16639 (2.1), 16737 (2.1), 19480 (2.2), 20105 (2.2), 20230 (2.1), 21438 (2.2), 21440 (2.2) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας \vec{g} είναι σταθερή και οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις χαρακτηριστικές θέσεις κάθε σώματος, τις αποστάσεις και τις ταχύτητες σε κάθε θέση.

Σχόλια για τα Θέματα 16098 (2.2), 19651 (2.1) :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις χαρακτηριστικές θέσεις κάθε σώματος, τις αποστάσεις και τις ταχύτητες σε κάθε θέση.

Σχόλια για το Θέμα 16873 (2.1) :

- 1) Στην ερώτηση «ποια σφαίρα θα φτάσει πρώτη στο έδαφος ; » δεν μπορεί να δοθεί η απάντηση «θα φτάσουν ταυτόχρονα».

Μια καλύτερη διατύπωση της ερώτησης είναι :

«Αν $v_A > v_B$, τότε

- (α) θα φτάσει πρώτη στο έδαφος η Α ,
- (β) θα φτάσει πρώτη στο έδαφος η Β ,
- (γ) θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος».

- 2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας \vec{g} είναι σταθερή και οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλια για το Θέμα 19477 (2.1)

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **το σώμα εκτοξεύεται με οριζόντια αρχική ταχύτητα \vec{v}_0 .**

Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει σταθερό μέτρο g .

- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις χαρακτηριστικές θέσεις κάθε σώματος, τις αποστάσεις και τις ταχύτητες σε κάθε θέση.

Ομαλή κυκλική κίνηση

Σχόλια για τα Θέματα 16085 (2.2), 16115 (2.1) :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις χαρακτηριστικές θέσεις κάθε σώματος, τις αποστάσεις και τις ταχύτητες σε κάθε θέση.

Σχόλια για το Θέμα 16119 (2.2) :

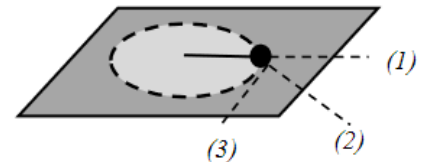
1) Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει ότι η κίνηση είναι **ομαλή** κυκλική.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας χρησιμοποιεί τη σχέση $\alpha_{\kappa} = \omega^2 R$.

Η σχέση αυτή δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο και συνεπώς πρέπει να αποδειχθεί πριν χρησιμοποιηθεί.

Σχόλιο για το Θέμα 16121 (2.2) :

Το σχήμα της εκφώνησης δεν έχει σχεδιαστεί με ακρίβεια.



Σχόλια για το Θέμα 16390 (2.2) :

1) Η έλικα είναι στερεό που περιστρέφεται γύρω από άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της. Η διατύπωση «Η έλικα . . . εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση» είναι **λάθος**.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Η έλικα ενός ανεμιστήρα περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα».

2) Η εκφώνηση αναφέρει ότι «Το σημείο A βρίσκεται πλησιέστερα στο κέντρο περιστροφής της έλικας σε σχέση με το σημείο B», επομένως ισχύει : $r_A < r_B$, άρα $v_A < v_B$.

Η απάντηση του συγγραφέα είναι **λανθασμένη !**

2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

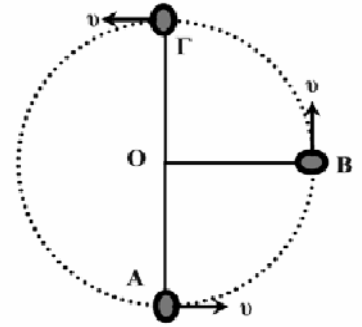
2.2.B.

Η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της έλικας δίνεται από την σχέση $u = \frac{2\pi r}{T}$, όπου T η περίοδος της τροχιάς και r η ακτίνα της. Όλα τα σημεία της έλικας έχουν την ίδια περίοδο, οπότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας θα είναι ανάλογο με την ακτίνα περιστροφής. Επειδή ισχύει $r_A > r_B$, θα έχουμε ότι

$u_A > u_B$, δηλαδή το σημείο στο A έχει μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα από το B.

Σχόλια για το Θέμα 16209 (2.1) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει αν η κίνηση είναι ομαλή κυκλική. Στο σχήμα της εκφώνησης η ταχύτητα έχει το ίδιο μέτρο v στις θέσεις A, B, Γ, επομένως φαίνεται ότι η κίνηση είναι ομαλή κυκλική.
- 2) Η ερώτηση είναι εκτός ύλης, καθώς η παράγραφος 1-4 (μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης) δεν περιλαμβάνεται στη διδακτέα – εξεταστέα ύλη.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη σφαίρα στις θέσεις A, Γ και τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα στις θέσεις αυτές.



2.2.B. Στη θέση A η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με:

$$\Sigma F_A = \frac{m \cdot v_A^2}{l} \quad \text{ή} \quad F_A - m g = \frac{m \cdot v_A^2}{l} \quad (1)$$

Επίσης, στη θέση Γ η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με:

$$\Sigma F_\Gamma = \frac{m \cdot v_\Gamma^2}{l} \quad \text{ή} \quad F_\Gamma + m g = \frac{m \cdot v_\Gamma^2}{l} \quad (2)$$

Η κίνηση του σώματος γίνεται υπό την επίδραση της δύναμης από το νήμα και του βάρους. Η πρώτη έχει ακτινική διεύθυνση, άρα είναι πάντοτε κάθετη στην μετατόπιση. Συνεπώς το έργο της είναι ίσο με 0. Το βάρος είναι συντηρητική δύναμη, συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας για την μετατόπιση από το A στο Γ (ή αντιστρόφως). Συγκεκριμένα:

$$\begin{aligned} U_A + K_A &= U_\Gamma + K_\Gamma \Rightarrow \\ \Rightarrow 0 + \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 &= m \cdot g \cdot 2l + \frac{1}{2} m \cdot v_\Gamma^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow m \cdot v_A^2 &= 4 \cdot m \cdot g \cdot l + m \cdot v_\Gamma^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m \cdot v_A^2}{l} &= 4 \cdot m \cdot g + \frac{m \cdot v_\Gamma^2}{l} \Rightarrow \quad (3) \end{aligned}$$

Αντικαθιστούμε τις (1) και (2) στην (3):

$$\begin{aligned} F_A - m g &= 4 \cdot m \cdot g + F_\Gamma + m g \Rightarrow \\ \Rightarrow F_A &= F_\Gamma + 6 \cdot m \cdot g \end{aligned}$$

Από την παραπάνω ισότητα, δεδομένου ότι η ποσότητα $m \cdot g$ είναι πάντα θετική, προκύπτει ότι:

$$F_A > F_\Gamma$$

Μονάδες 9

Σχόλια για το Θέμα 16489 :

1) Η διατύπωση «Η Ρόδα . . . εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση» είναι **λάθος**.

Η «Ρόδα» είναι στερεό που περιστρέφεται γύρω από άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Η Ρόδα ενός Λούνα Πάρκ περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα».

2) Η διατύπωση «Η χρονική διάρκεια πτώσης της μπάλας στο σημείο που θα καταλήξει» δεν είναι σωστή.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Η χρονική διάρκεια πτώσης της μπάλας μέχρι να φτάσει στο έδαφος».

3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με την ταχύτητα του σημείου A και τις δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί.

2.1.B.

Στην ανώτερη θέση A το παιδί που κρατά την μπάλα έχει γραμμική ταχύτητα u με κατεύθυνση εφαπτόμενη στο A προς τα δεξιά, συμμετέχοντας στην κίνηση της ρόδας. Άρα την στιγμή που αφήνει την μπάλα, θα έχει και αυτή οριζόντια ταχύτητα προς τα δεξιά, εκτελώντας οριζόντια βολή και άρα θα πέσει στο σημείο Γ.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.B.

Στην θέση A και καθώς στρέφεται η ρόδα, οι δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί είναι: το βάρος mg του παιδιού προς το κέντρο της ρόδας και η κάθετη αντίδραση N στην ίδια διεύθυνση αλλά προς τα πάνω.

Λόγω της κυκλικής κίνησης, είναι:

$$\Sigma F = F_k \Leftrightarrow m \cdot g - N = \frac{m \cdot u^2}{R} \Leftrightarrow N = m \cdot g - \frac{m \cdot u^2}{R} \Leftrightarrow N = m \cdot \left(g - \frac{u^2}{R} \right) \Leftrightarrow \frac{N}{m} = g - \frac{u^2}{R}$$

Σχόλιο για το Θέμα 21767

Η απάντηση (β) δεν έχει διατυπωθεί σωστά. Για να εκτελέσει ένα σώμα **ομαλή** κυκλική κίνηση πρέπει η συνισταμένη δύναμη να έχει σταθερό μέτρο και να είναι συνεχώς κάθετη στην ταχύτητα.

Στην κυκλική (όχι ομαλή) κίνηση η συνισταμένη δύναμη δεν είναι κάθετη στην ταχύτητα και μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες :

i) την κεντρομόλο δύναμη \vec{F}_k , η οποία είναι συνεχώς κάθετη στην ταχύτητα και μεταβάλλει τη διεύθυνση της ταχύτητας,

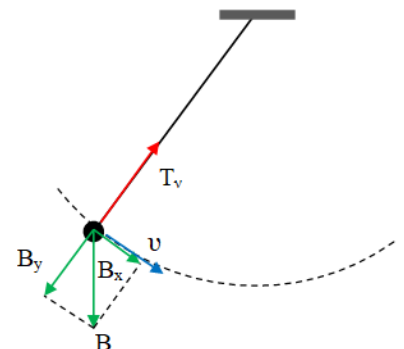
ii) την επιτρόχια δύναμη \vec{F}_e η οποία έχει τη διεύθυνση της ταχύτητας (εφαπτόμενη στην τροχιά) και μεταβάλλει το μέτρο της ταχύτητας.

π.χ. στο διπλανό σχήμα το σφαιρίδιο διαγράφει κατακόρυφο κύκλο.

Σε μία τυχαία θέση η συνισταμένη των προβολών των δυνάμεων στη διεύθυνση του νήματος είναι η κεντρομόλος δύναμη ($F_k = T_v - B_y$),

ενώ η συνισταμένη των προβολών των δυνάμεων στη διεύθυνση της ταχύτητας είναι η επιτρόχια δύναμη ($F_e = B_x$).

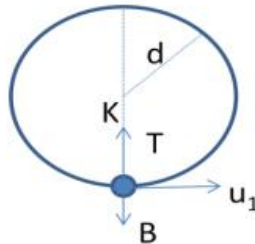
Προφανώς, η συνισταμένη δύναμη δεν είναι κάθετη στην ταχύτητα.



Σχόλια για το Θέμα 16639 (2.2) :

- 1) Η παράγραφος 1–4 (Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης) δεν ανήκει στην εξεταστέα ύλη, συνεπώς **η ερώτηση είναι εκτός ύλης.**
- 2) Οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας εφαρμόζει την ΑΔΜΕ, χωρίς προηγουμένως να ορίσει το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

2.2.Β.



Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για τη σφαίρα, μεταξύ της ανώτερης και κατώτερης θέσης της τροχιάς της:

$E_{μηχ_{αρχ}} = E_{μηχ_{τελ}}$. Επομένως έχουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 + m \cdot g \cdot 2d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_1^2 \rightarrow$$

$$u_1^2 = u^2 + 4 \cdot g \cdot d \quad (1)$$

Στην κατώτερη θέση η συνισταμένη δύναμη ισούται με την κεντρομόλο δύναμη που ασκείται στο σώμα: $\Sigma F = F_k$, δηλαδή: $T_{ορ} - mg = m \cdot \frac{u_1^2}{d}$. Λόγω της σχέσης (1):

$$T_{ορ} = m \cdot \left(\frac{u_1^2}{d} + g \right) = m \cdot \left(\frac{u^2 + 4 \cdot g \cdot d}{d} + g \right)$$

$$\text{Άρα: } T_{ορ} = m \cdot \left(\frac{u^2}{d} + 5g \right)$$

Μονάδες 9

Κεφάλαιο 2

Σχόλια για τα Θέματα 15891 (2.1), 20048 (2.1) :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι το σώμα είναι ακίνητο πάνω σε (λείο) οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του βλήματος πριν την κρούση είναι οριζόντια.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει :
 - α) «... αφού το σύστημα είναι μονωμένο...».
Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το σύστημα είναι μονωμένο.
Επειδή η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, δεχόμαστε ότι δεν μεταβάλλεται η ορμή του συστήματος.
 - β) «η θερμότητα που ρέει στο περιβάλλον ...».
Η διατύπωση δεν είναι σωστή. Κατά τη διάρκεια της κρούσης, ένα ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια.

2.1.B.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, αφού το σύστημα είναι μονωμένο, έχουμε:

$$m \cdot v = 4 \cdot m \cdot V, V = \frac{v}{4} [1]$$

Η θερμότητα που ρέει στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$Q = |\Delta K_{\text{συστ}}| = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 2 \cdot m \cdot \frac{v^2}{16} = \frac{3}{8} \cdot m \cdot v^2 [2]$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που ρέει ως θερμότητα στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$\frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} = \frac{\frac{3}{8} \cdot m \cdot v^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} = 75\%$$

Μονάδες 8

Σχόλια για το Θέμα 15997 (2.1) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει αν μετά την κρούση τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία, ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή των αλγεβρικών σχέσεων.
- 2) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν Δp είναι η αλγεβρική μεταβολή της ορμής ή το μέτρο της μεταβολής της ορμής.
Αν ισχύει η 1η εκδοχή τότε σωστή απάντηση είναι η (β), ενώ αν ισχύει η 2η εκδοχή τότε σωστή απάντηση είναι η (α).
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας εφαρμόζει την ΑΔΟ αλγεβρικά, ενώ δεν αναφέρει η εκφώνηση αν τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία και μετά την κρούση.

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.1.B. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, κατά τη διάρκεια της κρούσης, έχουμε:

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2, p_1 - p'_1 = p'_2 - p_2, -\Delta p_1 = \Delta p_2$$

Μονάδες 8

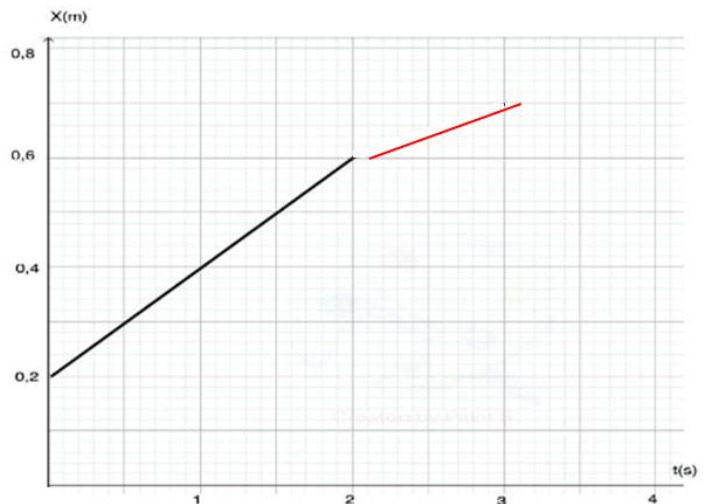
Σχόλιο για τα Θέματα 14748 (2.1), 14785 (2.1)

Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει από τι αποτελείται «ο μηχανισμός εκτίναξης» και με ποιο τρόπο απελευθερώνεται.

Σχόλιο για το Θέμα 16037 (2.2) :

Από το διάγραμμα της εκφώνησης προκύπτει ότι τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$ η ταχύτητα του Α μεταβάλλεται από $v_A = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ σε $v_A' = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 0$, πράγμα αδύνατο.

Ένα πιο «ρεαλιστικό» διάγραμμα φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Σχόλια για το Θέμα 16045 (2.2)

- 1) Η τιμή της μάζας του βλήματος δεν είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό του χρόνου κίνησης.
- 2) Στην πράξη, η δύναμη αντίστασης δεν είναι σταθερή και η κίνηση δεν είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη. Η σχέση (1) εκφράζει το μέτρο της μέσης δύναμης που άσκησε ο τοίχος στο βλήμα κατά τη διάρκεια της κίνησης.

Σχόλια για το Θέμα 16049 (2.2) :

Στην πράξη, η δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν έχει σταθερό μέτρο, άρα το μέτρο της ταχύτητας δεν μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.

Σχόλιο για το Θέμα 16063 (2.1), 16067 (2.2), 16383 (2.2) :

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι τα σώματα βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Σχόλια για το Θέμα 16709 (2.1) :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τριβή ανάμεσα στα πέδιλα και τον πάγο είναι ασήμαντη.

Σχόλιο για το Θέμα 16116 (2.2) :

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι «οι σφαίρες κινούνται στην ίδια ευθεία».
Η έννοια της κεντρικής κρούσης διδάσκεται στη Γ' Λυκείου.

Σχόλιο για το Θέμα 16122 (2.2) :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει αν μετά την κρούση το βλήμα κινείται στην ίδια ευθεία, ώστε να ισχύει η ισότητα και για τα μέτρα των αλγεβρικών μεταβολών των ορμών.

Σχόλιο για το Θέμα 16209 (2.2) :

Η εκφώνηση δεν ορίζει θετική φορά κίνησης και δεν διευκρινίζει αν ζητά το μέτρο ή την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας.

Στην 1η περίπτωση η σωστή απάντηση είναι η β, ενώ στη 2η περίπτωση η σωστή απάντηση είναι η α.

Σχόλιο για το Θέμα 16245 (2.2) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει αν μετά την κρούση το βλήμα κινείται στην ίδια ευθεία, ώστε να ισχύει η ισότητα και για τα μέτρα των αλγεβρικών μεταβολών των ορμών.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας εφαρμόζει τον 2ο νόμο του Newton αλγεβρικά, ενώ η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι μετά την κρούση τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία.

2.2.B.

Το βλήμα και το σώμα αλληλεπιδρούν κατά τη διάτρηση και οι δυνάμεις μεταξύ τους ικανοποιούν τον τρίτο νόμο του Newton. Σύμφωνα με αυτόν το μέτρο των δυνάμεων που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο θα είναι:

$$F_{1 \rightarrow 2} = F_{2 \rightarrow 1}$$

Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Newton για τα δύο σώματα κατά την χρονική διάρκεια Δt της αλληλεπίδρασης:

$$\frac{|\Delta p_1|}{\Delta t} = \frac{|\Delta p_2|}{\Delta t}$$
$$|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$$

Σχόλιο για το Θέμα 16263

Η διατύπωση «κατά την πλαστική κρούση χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος» είναι λανθασμένη.

Η ενέργεια δεν χάνεται αλλά μετασχηματίζεται.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης, ένα ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας (π.χ. θερμική).

Σχόλιο για το Θέμα 16733 (2.2) :

Η διατύπωση «Δύο μάζες . . . κινούνται . . . Οι μάζες συγκρούονται . . . » είναι λανθασμένη.

Η μάζα δεν είναι σώμα αλλά φυσικό μέγεθος.

Η σωστή διατύπωση είναι «Δύο σώματα με μάζες m_1, m_2 . . . κινούνται. Τα σώματα συγκρούονται . . . ».

Σχόλια για το Θέμα 19653 (2.2) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι
 - α) η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει σταθερό μέτρο g ,
 - β) οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν δικαιολογεί γιατί οι ορμές των δύο κομματιών μετά τη διάσπαση είναι αντίθετες.

2.2.B.

Τα δύο κομμάτια, εκτελούν οριζόντια βολή με ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 , αντίστοιχα.

Ο ολικός χρόνος πτώσης $t_{ολ}$ είναι ο ίδιος και για τα δύο σώματα, αφού:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{ολ}^2, \quad t_{ολ} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}.$$

Το οριζόντιο βεληνεκές δίνεται από τη σχέση:

$$S = v_o \cdot t_{ολ}.$$

Είναι:

$$S_2 = 2 \cdot S_1, \quad v_2 \cdot t_2 = 2 \cdot v_1 \cdot t_1, \quad v_2 \cdot t_{ολ} = 2 \cdot v_1 \cdot t_{ολ}, \quad v_2 = 2 \cdot v_1$$

Κατά την έκρηξη διατηρείται η ορμή:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$$

$$0 = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2,$$

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2, \quad m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot 2 \cdot v_1, \quad m_1 = 2 \cdot m_2, \quad \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Σχόλια για το Θέμα 20047

- 1) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν μετά την κρούση τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία, ώστε να ισχύει η ισότητα και για τα μέτρα των αλγεβρικών μεταβολών των ορμών.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας εφαρμόζει την ΑΔΟ αλγεβρικά, ενώ η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι μετά την κρούση τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία.

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.B. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, κατά τη διάρκεια της κρούσης, έχουμε:

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2, \quad p_1 - p'_1 = p'_2 - p_2, \quad -\Delta p_1 = \Delta p_2, \quad |\Delta p_1| = |\Delta p_2|$$

Μονάδες 8

Σχόλια για το Θέμα 21388 (2.1) :

- 1) Το σχολικό βιβλίο χρησιμοποιεί τον όρο «μονωμένο σύστημα» και όχι «κλειστό σύστημα».
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας εφαρμόζει την ΑΔΟ αλγεβρικά, ενώ η εκφώνηση δεν αναφέρει αν οι ορμές των σωμάτων πριν και μετά την αλληλεπίδραση έχουν την ίδια διεύθυνση.

Διανυσματικά : $\vec{p}_{ολ} = \text{σταθερή} \Leftrightarrow \Delta\vec{p}_{ολ} = 0 \Leftrightarrow \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0 \Leftrightarrow \Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$.

2.1.B. Εφόσον το σύστημα των δύο σφαιρών είναι μονωμένο, η συνολική ορμή τους διατηρείται. Δηλαδή:

$$\Delta P_{ολ} = 0 \Leftrightarrow \Delta P_1 + \Delta P_2 = 0 \Leftrightarrow \Delta P_1 = -\Delta P_2$$

Άρα σωστή η απάντηση (γ).

Σχόλιο για το Θέμα 21490 (2.2) :

Η εκφώνηση αναφέρει ότι « . . τα αμαξάκια μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές . . . ».

Προφανώς, ο συγγραφέας εννοεί ότι δεν υπάρχουν τριβές στους άξονες περιστροφής των τροχών και αντιστάσεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα.

Αν δεν υπάρχει τριβή μεταξύ των τροχών και της επιφάνειας, τότε οι τροχοί δεν περιστρέφονται αλλά ολισθαίνουν με την ταχύτητα που έχει κάθε αμαξάκι.

Σχόλιο για το Θέμα 21763 (2.1) :

Η εκφώνηση δεν παρέχει επαρκή δεδομένα ώστε οι εξεταζόμενοι/νες να τεκμηριώσουν την απάντησή τους.

Σχόλιο για το Θέμα 21817 (2.1) : Η εκφώνηση έχει υπερβολικά μεγάλη έκταση για ερώτηση εξετάσεων.

Κεφάλαιο 3

Σχόλιο για το Θέμα 15885 (2.1) :

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «Αν διπλασιαστεί η **απόλυτη** θερμοκρασία . . . ».

Σχόλια για το Θέμα 16071 (2.2) :

- 1) Στα ερωτήματα (α), (β), (γ) η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει την **απόλυτη** θερμοκρασία (T).
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει για τη μέση κινητική ενέργεια του αερίου τη σχέση

$$\bar{K} = \frac{3kT}{m} . \text{ Η σχέση είναι λανθασμένη !}$$

Η σωστή σχέση είναι : $\bar{K} = \frac{3}{2} kT$.

2.2.B.

Έστω A (p_A, V_A, T_A) η αρχική και B (p_B, V_B, T_B) η τελική κατάσταση ισορροπίας του αερίου.

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου, $\bar{K} = \frac{1}{2} m \cdot \bar{v}^2$, στην αρχική και τελική κατάσταση ισορροπίας είναι:

$$\bar{K}_A = \frac{3kT_A}{m} \quad (1) \quad \text{και} \quad \bar{K}_B = \frac{3kT_B}{m} \quad (2)$$

Επειδή $\bar{K}_B = 4\bar{K}_A$, από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: $T_B = 4T_A$ (3)

Σχόλιο για το Θέμα 16325 (2.1) :

Σύμφωνα με την εκφώνηση ισχύει $T_2 = 2T_1$, οπότε προκύπτει ότι $p_2 = 2p_1$ [σωστή απάντηση : (β)].

Στην απάντησή του ο συγγραφέας χρησιμοποιεί λανθασμένη σχέση θερμοκρασιών ($T_2 = \frac{T_1}{2}$) και βρίσκει

λανθασμένη σχέση για τις πιέσεις ($p_1 = 2p_2$ δηλαδή $p_2 = \frac{p_1}{2}$), [δηλαδή, σωστή απάντηση τη (γ)] !

2.1.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.B.

Αφού ο όγκος παραμένει σταθερός, η μεταβολή είναι ισόχωρη και ισχύει $\frac{P}{T} = \text{σταθ}$

(Μονάδες 2)

Συνεπώς, είναι:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{\frac{T_1}{2}}$$

$$P_1 = 2 \cdot P_2$$

Σχόλια για το Θέμα 16388 (2.1) :

- 1) Οι κρούσεις των μορίων θεωρούνται ελαστικές, άρα δεν μεταβάλλεται το μέτρο της ορμής ενός μορίου μετά από κάθε κρούση με το τοίχωμα του μπαλονιού.
- 2) Η εκφώνηση δεν έχει επαρκή δεδομένα.
π.χ. δεν αναφέρει ότι το μπαλόνι έχει σταθερή θερμοκρασία και πίεση.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας αναφέρει ότι «η ορμή ενός μορίου μεταβάλλεται μετά από κάθε σύγκρουση αλλά η $\overline{v^2}$ παραμένει σταθερή», χωρίς να δικαιολογεί τη σύνδεση μεταξύ της ορμής ενός μορίου και της $\overline{v^2}$ (η οποία είναι στατιστικό μέγεθος).
Στη συνέχεια καταλήγει στο συμπέρασμα ότι δεν αλλάζει το **σχήμα** του μπαλονιού (ενώ η εκφώνηση αναφέρεται στο **μέγεθος**, δηλαδή τον όγκο του μπαλονιού).

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.B.

Η ορμή ενός μορίου μεταβάλλεται μετά από κάθε σύγκρουση, αλλά η $\overline{v^2}$ παραμένει σταθερή, αφού εξαρτάται μόνο από την θερμοκρασία. Συνακόλουθα, σταθερή παραμένει και η πίεση του αερίου, η οποία ισούται με την ατμοσφαιρική. Κατά συνέπεια δεν αλλάζει το σχήμα του μπαλονιού

Μονάδες 9

Σχόλιο για το Θέμα 16873 (2.2) :

Το σύμβολο της πίεσης είναι το p (μικρό) και όχι P (κεφαλαίο).

Σχόλιο για το Θέμα 20233 (2.2) :

Ο όρος «γραμμομόριο» έχει αντικατασταθεί από τον όρο «mol».

Σχόλιο για το Θέμα 20804 (2.2)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η ποσότητα του αερίου είναι σταθερή κατά τη διάρκεια της μεταβολής.

Σχόλιο για Θέμα 21439 (2.1) : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το έμβολο κινείται **χωρίς τριβές**.

Σχόλια για το Θέμα 21490 (2.1) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η ποσότητα του αερίου είναι σταθερή.
- 2) Η κυκλική μεταβολή είναι η ΑΒΓΔΑ και όχι η ΑΒΓΔ.

Σχόλιο για το Θέμα 21693 (2.1)

Στην απάντησή του ο συγγραφέας αποκαλεί το νόμο της ισόχωρης μεταβολής «νόμο Gay–Lussac» ενώ σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο (σελ.72) είναι ο νόμος του Charles.

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.B.

Ιδανικό αέριο είναι αυτό που υπακούει στους τρεις νόμους των αερίων σε οποιοσδήποτε συνθήκες και να βρίσκεται. (2 μονάδες)

Στο συγκεκριμένο πείραμα, ο όγκος του αέρα είναι σταθερός (βρίσκεται σε κλειστό δοχείο). Αν ο αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο θα πρέπει το πηλίκο $\frac{p}{T}$ να παραμένει σταθερό σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής (νόμος Gay-Lussac). (3 μονάδες)

Παίρνοντας οποιαδήποτε δύο ζευγάρια θερμοκρασίας – πίεσης από τον πίνακα, το πηλίκο $\frac{p}{T}$ βγαίνει διαφορετικό (τα πηλίκα είναι σε σειρά $\frac{p}{T} = \frac{100}{300} \cong 0,33, \frac{130}{330} \cong 0,39, \frac{160}{360} \cong 0,44, \frac{190}{390} \cong 0,49, \frac{210}{420} = 0,5$), άρα ο νόμος Gay-Lussac δεν ισχύει, συνεπώς ο αέρας δεν συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο. (3 μονάδες)

Μονάδες 8

Σχόλια για το Θέμα 21767 (2.1)

1) Η κλίση της ευθείας είναι $\frac{\Delta p}{\Delta T}$ και όχι $\frac{p}{T}$, αφού η ευθεία

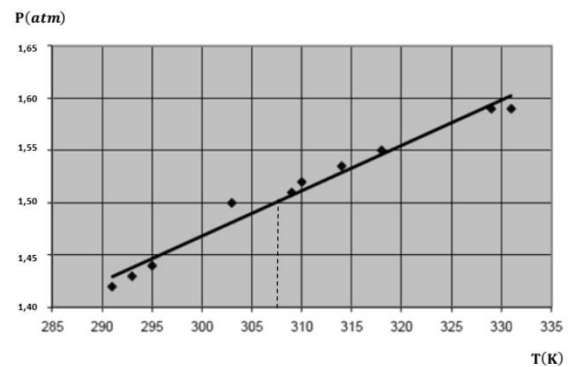
δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

2) Οι απαντήσεις (α), (β) της εκφώνησης είναι παραπλήσιες ($\frac{1}{225} \cong 0,0044$) και μπορεί οι εξεταζόμενοι/νες να

οδηγηθούν στην απάντηση (β), αν κάνουν διαφορετική εκτίμηση για τη θερμοκρασία T_A ή αν επιλέξουν διαφορετικά σημεία του διαγράμματος.

3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει «τα σημεία πρέπει να βρίσκονται τουλάχιστον κατά το ήμισυ της ευθείας απομακρυσμένα».

Η ευθεία δεν έχει ορισμένο μήκος, άρα η διατύπωση είναι λανθασμένη.



2.1.B.

Από το διάγραμμα μπορούμε να πάρουμε πληροφορίες για τα ζεύγη των πειραματικών μετρήσεων που αφορούν την πίεση και την αντίστοιχη θερμοκρασία. Αναζητούμε συγκεκριμένα ζεύγη τιμών πίεσης και θερμοκρασίας που βρίσκονται πάνω στην ευθεία. Επιλέγουμε δύο σημεία της ευθείας τα οποία εύκολα μπορούμε να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες τους (p_1, T_1) και (p_2, T_2) [τα σημεία πρέπει να βρίσκονται τουλάχιστον κατά το ήμισυ της ευθείας απομακρυσμένα και να διακρίνονται καλύτερα].

Αυτά τα ζεύγη είναι:

$$(p_1 = 1,5 \text{ atm}, T_1 = 307,5 \text{ K}) \text{ και } (p_2 = 1,6 \text{ atm}, T_1 = 330 \text{ K})$$

Στο πρώτο ζεύγος η θερμοκρασία $307,5 \text{ K}$ προκύπτει από το γεγονός του ότι αυτή η πειραματική τιμή βρίσκεται στο μέσον της μονάδας κλίμακας στον οριζόντιο άξονα.

Η κλίση της ευθείας υπολογίζεται από το πηλίκο:

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{p_2 - p_1}{T_2 - T_1} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{1,6 - 1,5}{330 - 307,5} \frac{\text{atm}}{\text{K}} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{0,1}{22,5} \frac{\text{atm}}{\text{K}} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{1}{225} \frac{\text{atm}}{\text{K}}$$

Μονάδες 8

Κεφάλαιο 4

Σχόλια για το Θέμα 15997 (2.2) :

Ο 1ος νόμος της Θερμοδυναμικής, για ένα κύκλο λειτουργίας της μηχανής, γράφεται συμβολικά :

$$Q_{ολ} = W_{ολ} + \Delta U_{ολ} \quad (1)$$

Αφού η μεταβολή είναι κυκλική, το σύστημα επανέρχεται στην αρχική κατάσταση, άρα : $\Delta U_{ολ} = 0$. (2)

Το συνολικό ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το σύστημα με το περιβάλλον είναι :

$$Q_{ολ} = Q_h + Q_c \quad \text{ή (αφού } Q_c < 0) \quad Q_{ολ} = Q_h - |Q_c|. \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow Q_h - |Q_c| = W_{ολ} \quad \text{ή} \quad Q_h = |Q_c| + W_{ολ}. \quad (\text{Σωστή απάντηση : } \gamma)$$

Στην απάντησή του ο συγγραφέας **δεν δικαιολογεί γιατί** η σωστή απάντηση είναι η (γ).

2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.2.B. Η θερμότητα Q_c , δηλαδή η θερμότητα που εκλύεται στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται αρνητική, γιατί αποβάλλεται από το σύστημα.

Μονάδες 9

Σχόλιο για το Θέμα 18913 (2.2)

Στην απάντησή του συγγραφέας γράφει ότι «Υπολογίζουμε το έργο του αερίου . . . ως εμβαδό του σχήματος . . . στο διάγραμμα $p - V$ ». Όμως, το εμβαδό στο διάγραμμα $p - V$ είναι πάντοτε μη αρνητικό ενώ το έργο μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό.

Το σωστό είναι : «**Η απόλυτη τιμή του έργου του αερίου είναι ίση με το εμβαδό του σχήματος . . . στο διάγραμμα $p - V$** ». Δηλαδή : $|W| = E_{\text{τραπ}}$.

Αφού το αέριο εκτονώνεται, άρα : $W > 0 \Rightarrow W = E_{\text{τραπ}}$.

2.2.B.

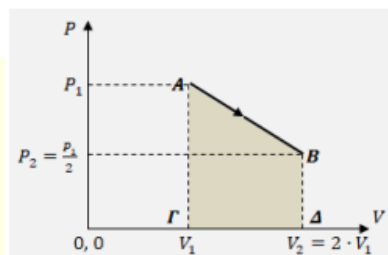
Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής, για την αντιστρεπτή εκτόνωση (AB), του αερίου:

$$Q = \Delta U + W$$

Για την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του ιδανικού μονοατομικού αερίου, ισχύει:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot (n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1) = \frac{3}{2} \cdot (P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1) = 0$$

Υπολογίζουμε το έργο του αερίου κατά την αντιστρεπτή εκτόνωση, ως εμβαδό του σχήματος (ABΔΓ) (τραπεζιού), το οποίο δημιουργείται από τη γραφική παράσταση της μεταβολής σε άξονες πίεσης - όγκου και τον άξονα όγκων:



$$W = \frac{[(A\Gamma) + (B\Delta)] \cdot (\Gamma\Delta)}{2} = \frac{(P_1 + \frac{P_1}{2}) \cdot (2 \cdot V_1 - V_1)}{2} = \frac{3}{4} \cdot P_1 \cdot V_1$$

Σχόλια το Θέμα 16735 (2.1) :

- 1) Το αέριο πρέπει να βρίσκεται μέσα σε **μεταλλικό** δοχείο, ώστε τα ποσά θερμότητας που απορροφά να αποβάλλονται στη δεξαμενή νερού και έτσι να διατηρεί σταθερή θερμοκρασία.
- 2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το επάνω τμήμα του δοχείου κλείνει εφαρμοστά με έμβολο που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές.

Σχόλιο για το Θέμα 19230 (2.1) :

Στην πρόταση «εάν η θερμοκρασία του αερίου γίνει $50\text{ }^{\circ}\text{C}$, τότε η εσωτερική του ενέργεια . . . » δεν μπορεί να δοθεί σαν απάντηση «τίποτα από τα δύο».

Σχόλιο για το Θέμα 20634 (2.2) :

Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά το ελάχιστο ποσό θερμότητας $Q_{h(\min)}$ που απορροφά η μηχανή σε ένα κύκλο.

Σχόλιο για το Θέμα 20799 (2.2)

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι

- α) (σε κάθε περίπτωση) η δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας είναι το περιβάλλον.
- β) η θερμοκρασία στη σκιά της Σελήνης είναι (περίπου) $-270\text{ }^{\circ}\text{C}$ (3 K).

Σχόλιο για το Θέμα 20808 (2.1)

Η διατύπωση «η θερμοκρασία αποτελεί μέτρο της μέσης κινητικής ενέργειας του αερίου» δεν είναι ακριβής.

Η θερμοκρασία αποτελεί μέτρο της μέσης κινητικής ενέργειας **των μορίων** του αερίου.

Σχόλιο για το Θέμα 21768 (2.1) : Η εκφώνηση έχει υπερβολικά μεγάλη έκταση για ερώτηση εξετάσεων.

Κεφάλαιο 5

Ηλεκτρικό πεδίο

Σχόλιο για το Θέμα 16036 (2.2)

Οι διατυπώσεις «ένα φορτίο . . . αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί», «για να μεταβεί το ηλεκτρικό φορτίο», «η κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει το φορτίο» δεν είναι σωστές.
Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίδιο.

Σχόλιο για το Θέμα 16047 (2.2)

Η εκφώνηση χρησιμοποιεί το ίδιο σύμβολο x για δύο διαφορετικές θέσεις.

Σχόλια για το Θέμα 16115 (2.2) :

- 1) Τα σωματίδια a δεν είναι «σωματίδια» (δεν είναι στοιχειώδη).
- 2) Το ηλεκτρικό πεδίο είναι μία περιοχή του χώρου και δεν έχει κατεύθυνση.
- 3) Η έννοια του ηλεκτρονιοβόλτ (eV) δεν περιλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη.

Σχόλιο για τα Θέματα 16117 (2.1), 20643 (2.1) :

Η έκφραση «κατακόρυφο ηλεκτρικό πεδίο» είναι λάθος.
Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι κατακόρυφες.

Σχόλιο για το Θέμα 16243 (2.1)

Η διατύπωση «φορτίο q αφήνεται να μετακινηθεί» δεν είναι σωστή.
Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίδιο.

Σχόλιο για το Θέμα 16734 (2.2) :

Η διατύπωση «Η ταχύτητα που θα αποκτήσουν μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού $4 V$ », είναι λάθος.

Το σωστό είναι : «Η ταχύτητα που θα αποκτήσουν **όταν επιταχυνθούν** μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού $4 V$ ».

Σχόλιο για το Θέμα 16871

Οι διατυπώσεις «αφήνουμε ελεύθερα τα δύο φορτία», «τα φορτία κινούνται» δεν είναι σωστές.
Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίδιο.

Σχόλιο για το Θέμα 16867 (2.2) :

Στην απάντησή του συγγραφέας γράφει για το μέτρο της επιτάχυνσης α_2 : $\alpha_2 = \frac{-e2E}{m}$.

Το μέτρο ενός μεγέθους δεν μπορεί να είναι αρνητικό. Η σωστή σχέση είναι : $\alpha_2 = \frac{e2E}{m}$.

2.2.

2.2.A. Σωστή πρόταση η (γ)

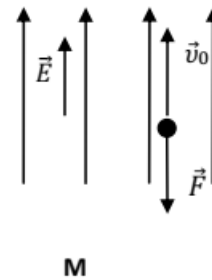
2.2.B.

Το ηλεκτρόνιο δέχεται δύναμη \vec{F} με φορά αντίρροπη της αρχικής του ταχύτητας για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = -e\vec{E} \Rightarrow m\vec{a}_1 = -e\vec{E} \quad (1)$$

και τελικά για το μέτρο της \vec{a}_1 έχουμε

$$\alpha_1 = \frac{eE}{m} = \text{σταθερή} \quad (2)$$



Μονάδες 4

Μονάδες 3

Επομένως, για το μέτρο της μετατόπισης του ηλεκτρονίου ισχύει

$$\Delta x_1 = v_0 \Delta t_1 - \frac{1}{2} \alpha_1 \Delta t_1^2 \quad (3)$$

Θέτοντας στη σχέση (3) $\Delta x_1 = 0$ έχουμε

$$\Delta t_1 = \frac{2v_0}{\alpha_1} \quad (4)$$

Μονάδες 3

Όταν το ηλεκτρόνιο εκτοξευτεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο διπλάσιας έντασης με ανάλογους συλλογισμούς έχουμε

$$\alpha_2 = \frac{-e2E}{m} = 2\alpha_1 = \text{σταθερή} \quad (5)$$

$$\text{και } \Delta t_2 = \frac{2v_0}{\alpha_2} \quad (6)$$

Από τις σχέσεις (4), (5) και (6) έχουμε τελικά

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{2}$$

Μονάδες 3

Σχόλια για το Θέμα 20796 (2.1) :

- 1) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίδιο, επομένως δεν έχει μάζα ή ταχύτητα. Επίσης, η διατύπωση «ηλεκτρικό φορτίο +q» δεν εξασφαλίζει ότι το φορτίο είναι θετικό. Η σωστή διατύπωση είναι : «Ένα σωματίο που έχει θετικό ηλεκτρικό φορτίο q και μάζα m, εκτοξεύεται ...». «Η τροχιά που θα ακολουθήσει το σωματίο είναι . . . ».
- 2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι δεν λαμβάνονται υπ' όψη οι βαρυτικές δυνάμεις και η αντίσταση του αέρα.

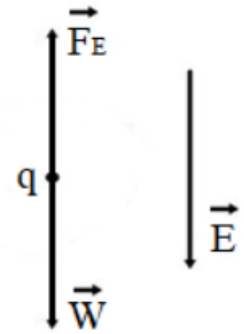
Σχόλια για το Θέμα 20643 (2.1)

- 1) Η διατύπωση «κατακόρυφο ηλεκτρικό πεδίο» είναι λανθασμένη.
Το ηλεκτρικό πεδίο είναι περιοχή του χώρου.
Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι κατακόρυφη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας χρησιμοποιεί λανθασμένα επιχειρήματα για να δικαιολογήσει γιατί η δύναμη του πεδίου έχει φορά προς τα πάνω και γιατί το φορτίο της σταγόνας είναι αρνητικό.

2.1.B.

Η σταγόνα λαδιού ισορροπεί με την επίδραση των δυνάμεων του βάρους W και της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου. ~~Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου~~ ^{Το βάρος της σταγόνας} έχει φορά προς τα κάτω, επομένως η δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου πρέπει να έχει φορά προς τα πάνω ^{Αφού η δύναμη του πεδίου έχει αντίθετη φορά από την ένταση} ώστε να ισορροπεί. άρα το ηλεκτρικό φορτίο q της σταγόνας είναι αρνητικό. Συνεπώς, λόγω ισορροπίας έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow F_E = W \Rightarrow E|q| = W \Rightarrow |q| = \frac{W}{E}$$



Σχόλια για το Θέμα 20799 (2.1) :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα δύο σωματίδια, τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης, τις ταχύτητές τους και την απόστασή τους.
- β) δεν τεκμηριώνει επαρκώς γιατί η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων είναι ελάχιστη τη στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες.
- γ) γράφει : «Οι δυνάμεις μεταξύ τους είναι εσωτερικές του συστήματος, άρα αυτό είναι μονωμένο». Το σύστημα θεωρείται μονωμένο γιατί οι εξωτερικές δυνάμεις είναι ασήμαντες, όχι γιατί οι ηλεκτρικές δυνάμεις είναι εσωτερικές.

2.1.B.

Με την εκτόξευση του πρωτονίου, λόγω των απωστικών δυνάμεων στα δύο σωματίδια, το πρωτόνιο επιβραδύνει και το σωματίδιο α επιταχύνει. Όταν η μεταξύ τους απόσταση γίνει ελάχιστη, η ταχύτητα των δύο σωματιδίων στιγμιαία θα είναι η ίδια: $u_p = u_\alpha$. Οι δυνάμεις μεταξύ τους είναι εσωτερικές του συστήματος, άρα αυτό είναι μονωμένο και ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής (ΑΔΟ):

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετ}}$$
$$m_p \cdot u_0 = m_p \cdot u_p + m_\alpha \cdot u_\alpha \Leftrightarrow m_p \cdot u_0 = m_p \cdot u_p + 4 \cdot \cancel{m_\alpha} \cdot u_p \Leftrightarrow$$
$$m_p \cdot u_0 = 5 \cdot m_p \cdot u_p \Leftrightarrow u_p = u_\alpha = \frac{u_0}{5}$$

Μονάδες 8

Σχόλιο για το Θέμα 20892 :

Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίο, επομένως δεν έχει μάζα ή ταχύτητα. Η σωστή διατύπωση είναι: «...αφήνω ένα σωματίο που έχει φορτίο q και μάζα m ...», «το σωματίο κινείται ...».

Σχόλια για το Θέμα 20893 (2.2) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι δεν υπάρχουν τριβές και οι βαρυτικές δυνάμεις είναι ασήμαντες, ώστε να δεχθούμε ότι το σύστημα είναι μονωμένο.
- 2) Στην απάντησή του συγγραφέας δεν τεκμηριώνει γιατί η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων είναι ελάχιστη τη στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες.

2.2.

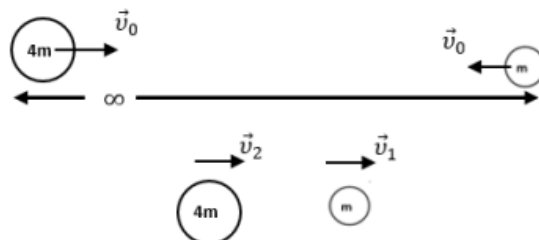
2.2.A. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.B. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων δίνεται από τη σχέση

$$U = K_c \frac{q_1 \cdot q_2}{x}$$

Παίρνει τη μέγιστη τιμή της όταν η μεταξύ των σωματιδίων απόσταση x γίνει ελάχιστη. Η απόσταση x γίνεται ελάχιστη στην κατάσταση όπου τα σώματα αποκτούν ίσες ταχύτητες, μέτρου $v_1 = v_2 = v$. Το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο, οπότε ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής:



$$\vec{P}_{\text{αρχ. συσ}} = \vec{P}_{\text{τελ. συσ}} \Rightarrow \vec{P}_{4m} + \vec{P}_m = \vec{P}'_{4m} + \vec{P}'_m$$

$$4m \cdot v_0 - m \cdot v_0 = 4m \cdot v_2 + m \cdot v_1$$

$$4m \cdot v_0 - m \cdot v_0 = 4m \cdot v + m \cdot v \Rightarrow 3m \cdot v_0 = 5m \cdot v$$

$$v = \frac{3v_0}{5}$$

Άρα, τα σώματα αποκτούν ταχύτητες ίσου μέτρου $v_1 = \frac{3v_0}{5}$ και $v_2 = \frac{3v_0}{5}$

Μονάδες 9

Σχόλιο για το Θέμα 20894 (2.1) :

Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίο, επομένως δεν έχει μάζα ή ταχύτητα. Η σωστή διατύπωση είναι : «...αφήνεται ένα σωματίο που έχει θετικό φορτίο q και μάζα m ...», «το σωματίο φτάνει ...».

Σχόλια για το Θέμα 20895 (2.1) :

1) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίδιο, επομένως δεν έχει μάζα ή κινητική ενέργεια.

Η σωστή διατύπωση είναι : «εκτοξεύουμε ένα σωματίδιο . . . με κινητική ενέργεια K_0 εναντίον ενός ακλόνητου σωματιδίου . . . ».

2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι δεν υπάρχουν τριβές και οι βαρυτικές δυνάμεις είναι ασήμαντες.

Σχόλιο για το Θέμα 21173 (2.2) :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυναμικές γραμμές των δύο πεδίων, τις δυνάμεις που δέχεται το σωματίδιο, τις φορτισμένες πλάκες στο 2ο πεδίο, την ταχύτητα και τις συνιστώσες της καθώς και τη γωνιακή εκτροπή.

2.2.B.

Πριν εισέλθει στο πεδίο το φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και φορτίου q , επιταχύνεται λόγω της διαφοράς δυναμικού V_0 και αποκτά κινητική ενέργεια. Από το θεώρημα έργου – ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 - 0 = q \cdot V_0, \text{ οπότε: } m \cdot u_0^2 = 2 \cdot q \cdot V_0 \quad (1)$$

Κατά την έξοδο του σωματιδίου από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η ταχύτητα του στον x άξονα θα είναι $u_x = u_0$ (2) και στον y άξονα θα είναι:

$$u_y = \alpha \cdot t = \frac{F}{m} \cdot t = \frac{Eq}{m} \cdot t = \frac{qV_0}{dm} \cdot t \quad (3)$$

Την χρονική στιγμή που το σωματίδιο εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο έχει διανύσει μέσα σε αυτό οριζόντια απόσταση $2d$, οπότε ισχύει: $2d = u_0 \cdot t \leftrightarrow t = \frac{2d}{u_0}$

Άρα, η σχέση (3) μας δίνει: $u_y = \frac{qV_0}{dm} \cdot \frac{2d}{u_0} \quad (4)$

Η γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου θα είναι: $\epsilon\phi = \frac{u_y}{u_x}$. Λόγω των σχέσεων (1), (2), (4)

έχουμε: $\epsilon\phi = \frac{qV_0}{dm} \cdot \frac{2d}{u_0^2} = \frac{2qV_0d}{2qV_0d} = 1$.

Επομένως: $\phi = 45^\circ$, σωστή είναι η απάντηση (α).

Σχόλιο για το Θέμα 21761 (2.2)

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες των σωματιδίων, όταν η μεταξύ τους απόσταση είναι $4r$.

Βαρυτικό πεδίο

Σχόλιο για τα Θέματα 15885 (2.2), 16083 (2.1)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} και ακτίνας R_{Γ} .

Σχόλιο για το Θέμα 15889 (2.2)

Η διατύπωση «για να μεταφερθεί σημειακή μάζα» δεν είναι σωστή.

Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος.

Σχόλιο για το Θέμα 14785 (2.2), 15977 (2.2), 16266 (2.1), 16266 (2.2), 20639 (2.1), 21401 (2.1)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} και ακτίνας R_{Γ} .

Οι επιδράσεις των υπόλοιπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλιο για το Θέμα 15998 (2.1)

Οι διατυπώσεις «δύο σημειακές μάζες συγκρατούνται . . . », «για να μεταφερθούν οι δύο μάζες» δεν είναι σωστές.

Η μάζα δεν είναι σώμα αλλά φυσικό μέγεθος.

Σχόλια για το Θέμα 16067 (2.1), (16383) :

1) Η μονάδα μέτρησης της έντασης g ενός πεδίου βαρύτητας είναι το $1 \frac{N}{Kg}$ και όχι το $1 \frac{N}{m}$.

2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} και ακτίνας R_{Γ} .

Σχόλιο για το Θέμα 16069 (2.1), 16071 (2.1)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

α) το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι g_0 .

β) η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} και ακτίνας R_{Γ} .

γ) οι επιδράσεις των υπόλοιπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλια για το Θέμα 16083 (2.2) :

1) Η διατύπωση « . . . ο λόγος των ακτινών σε κυκλική τροχιά δύο δορυφόρων της Γης . . . » δεν είναι σωστή.

Η σωστή διατύπωση είναι : « . . . ο λόγος των ακτίνων των κυκλικών τροχιών δύο δορυφόρων της Γης».

2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} και ακτίνας R_{Γ} .

Οι επιδράσεις των υπόλοιπων ουρανίων σωμάτων και η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλιο για το Θέμα 16096 (2.2) :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} και ακτίνας R_{Γ} .

Οι επιδράσεις των υπόλοιπων ουρανίων σωμάτων και η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Θεωρούμε ότι η κίνηση κάθε τηλεσκοπίου είναι ομαλή κυκλική.

Σχόλιο για το Θέμα 16098 (2.2)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Σελήνη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_S και ακτίνας R_S . Οι επιδράσεις των υπόλοιπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλιο για το Θέμα 16103 (2.1)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο πλανήτης είναι απομονωμένη ομογενής σφαίρα μάζας M και ακτίνας R .

Σχόλιο για το Θέμα 16116 (2.1)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Σελήνη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M και ακτίνας R .

Σχόλιο για το Θέμα 16299 (2.2), 16637 (2.1), 16390 (2.1), 16638 (2.2)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η $\Gamma_η$ θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} και ακτίνας R_{Γ} . Οι επιδράσεις των υπόλοιπων ουρανίων σωμάτων και η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλιο για το Θέμα 16384 (2.2)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η $\Gamma_η$ και η Σελήνη θεωρούνται ακίνητες ομογενείς σφαίρες με μάζες M_{Γ} και M_S αντίστοιχα.

Οι επιδράσεις των υπόλοιπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλιο για το Θέμα 16385 (2.2) :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

- α) η $\Gamma_η$ και η Σελήνη θεωρούνται ομογενείς σφαίρες,
- β) οι επιδράσεις των υπόλοιπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλιο για το Θέμα 16386 (2.1, 2.2)

Δεχόμαστε ότι τα δύο σώματα είναι σημειακά ή ομογενείς σφαίρες και r είναι η απόσταση των κέντρων τους.

Σχόλια για το Θέμα 16633 (2.1)

1) Η διατύπωση «Δύο μάζες . . . απέχουν μεταξύ τους . . .» δεν είναι σωστή.

Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.

2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι τα σώματα είναι ομογενείς σφαίρες και ότι r είναι η απόσταση ανάμεσα στα κέντρα τους.

Σχόλιο για το Θέμα 16633 (2.2), 16636 (2.2), 16735 (2.2)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη και ο πλανήτης θεωρούνται ομογενείς σφαίρες. Οι επιδράσεις των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλιο για το Θέμα 16636 (2.1)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **τα σώματα θεωρούνται σημειακά**.

Σχόλιο για το Θέμα 16638 (2.1) :

Μία καλύτερη διατύπωση για την απάντηση (γ) είναι : «Όταν ένα σώμα αφήνεται ελεύθερο σε βαρυτικό πεδίο, η δυναμική ενέργεια μειώνεται».

Σχόλιο για το Θέμα 16734 (2.1)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη και ο Ήλιος θεωρούνται ομογενείς σφαίρες και ο Ήλιος θεωρείται ακίνητος.

Δεν λαμβάνεται υπ' όψη η περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της.

Σχόλιο για το Θέμα 19474 (2.2)

Η διατύπωση «δύο σημειακές μάζες . . . βρίσκονται σε απόσταση r » είναι λανθασμένη.

Το σωστό είναι : «δύο σώματα με μάζες . . . βρίσκονται σε απόσταση r ».

Σχόλιο για το Θέμα 20045 (2.2)

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ομογενής σφαίρα μάζας $M_{Γ}$.

Σχόλιο για το Θέμα 20046 (2.1)

Οι διατυπώσεις «για να μεταφερθεί σημειακή μάζα . . .», «κατά τη μεταφορά σημειακής μάζας . . . » δεν είναι σωστές.

Το σωστό είναι : «για να μεταφερθεί σώματιο μάζας . . . », «κατά τη μεταφορά σώματιου μάζας . . . ».

Σχόλιο για το Θέμα 20634 (2.1)

Η διατύπωση «δύο απομονωμένες σημειακές μάζες . . . βρίσκονται στα σημεία . . . απέχουν απόσταση d » δεν είναι σωστή.

Σχόλια για το Θέμα 20643 (2.2)

1) Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά **τη μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη – σώμα λόγω της αλληλεπίδρασής τους** και όχι την ολική ενέργεια του συστήματος Γη – σώμα.

2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας $M_{Γ}$ και ακτίνας $R_{Γ}$.

ΘΕΜΑΤΑ Δ

Κεφάλαιο 1

Σχόλιο για το Θέμα 16110 :

1) Το ερώτημα 4.1 δεν έχει διατυπωθεί με σαφήνεια.

Μία καλύτερη διατύπωση για το ερώτημα 4.1 είναι : «Υπολογίστε την **ελάχιστη** ακτίνα του κύκλου ώστε οι επιβάτες να μην αισθανθούν οριζόντια επιτάχυνση μεγαλύτερη από 0,1g».

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με το σώμα στις χαρακτηριστικές θέσεις, την τροχιά, την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διάνυσε, την ταχύτητα και τις συνιστώσες της καθώς και τη γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με την οριζόντια.

β) στο ερώτημα 4.1 δέχεται ότι η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει μέτρο $a_k = 0,1g$, ενώ η εκφώνηση αναφέρει : «Υπολογίστε την ακτίνα του κύκλου ώστε οι επιβάτες **να μην αισθανθούν οριζόντια (κεντρομόλο) επιτάχυνση πάνω από 0,1g**».

4.1. Η κεντρομόλος επιτάχυνση πρέπει να είναι ίση με $0,1g = 0,1 \left(10 \frac{m}{s^2}\right) = 1 m/s^2$ (2 μονάδες)

Από τον τύπο της κεντρομόλου επιτάχυνσης (4 μονάδες):

$$a_k = \frac{v^2}{R}$$
$$1 m/s^2 = \frac{\left(100 \frac{m}{s}\right)^2}{R}$$
$$R = 10.000 m$$

Σχόλια για το Θέμα 16136

Η εκφώνηση δεν αναφέρει

1) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 45° .

2) ότι η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνεται υπ' όψη.

Σχόλιο για τα Θέματα 16053, 16136, 16253, 16365 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με το σώμα στις χαρακτηριστικές θέσεις, την τροχιά, την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διάνυσε, την ταχύτητα και τις συνιστώσες της καθώς και τη γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με την οριζόντια.

Σχόλιο για το Θέμα 20108 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με το σώμα στις χαρακτηριστικές θέσεις, την τροχιά, την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διάνυσε, την ταχύτητα τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

β) στο ερώτημα 4.3 εφαρμόζει το ΘΔΜΕ, χωρίς προηγουμένως να ορίσει το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

4.3.

Η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}, \quad \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0,$$

Σχόλιο για το Θέμα 21421 : Η μονάδα επιτάχυνσης είναι το $1 m/s^2$ και όχι το $1 m^2/s$.

Κεφάλαιο 2

Σχόλιο για το Θέμα 16040

Η διατύπωση « . . . χάνεται στο περιβάλλον το 50% της ενέργειας . . . » δεν είναι ακριβής.

Η ενέργεια δεν χάνεται αλλά μεταφέρεται στο περιβάλλον και μετασχηματίζεται σε άλλες μορφές ενέργειας (π.χ. θερμική).

Επίσης, η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν πρόκειται για κινητική ή για μηχανική ενέργεια.

Στην περίπτωση που πρόκειται για μηχανική ενέργεια, έπρεπε να αναφέρει ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο έδαφος.

Σχόλια για το Θέμα 16041 :

Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει ότι το ερώτημα 4.4 αναφέρεται στο μέτρο της μεταβολής της ορμής του **συσσωματώματος**.

Σχόλια για το Θέμα 16042 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η ταχύτητα του βέλους μετά τη διάτρηση **έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα**.
- 2) Το ερώτημα 4.3 δεν διευκρινίζει αν ζητά το μέτρο ή την αλγεβρική τιμή της μέσης δύναμης.

Σχόλιο για το Θέμα 16044

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) χρησιμοποιεί το επιχείρημα ότι οι εσωτερικές δυνάμεις είναι πολύ μεγαλύτερες από το βάρος, για να δικαιολογήσει ότι η ορμή του συστήματος διατηρείται. Όμως, οι εσωτερικές δυνάμεις δεν μεταβάλλουν την ορμή του συστήματος. Η ορμή του συστήματος διατηρείται (κατά προσέγγιση) γιατί η χρονική διάρκεια της έκρηξης είναι αμελητέα ($\Delta t \cong 0$), με αποτέλεσμα η μεταβολή της ορμής του συστήματος λόγω των εξωτερικών δυνάμεων να είναι ασήμαντη : $\Delta p_{\sigma} = (\Sigma F_{\epsilon\zeta}) \cdot (\Delta t) \cong 0$.
- 2) στο ερώτημα 4.1 **δεν αποδεικνύει ότι η ορμή (ταχύτητα) του 2ου κομματιού είναι αντίρροπη από την ορμή (ταχύτητα) του 1ου**, αλλά εφαρμόζει την ΑΔΟ αλγεβρικά βάζοντας αρνητικό πρόσημο στην ορμή του 2ου και στη συνέχεια «συμπεραίνει» ότι η \vec{v}_2 έχει αντίθετη κατεύθυνση από τη \vec{v}_1 .

4.1. Η οβίδα στο ανώτερο σημείο της τροχιάς της (Ο) ακινητοποιείται στιγμιαία οπότε ακριβώς πριν την διάσπαση έχει μηδενική ταχύτητα και ορμή.

Κατά την έκρηξη που διαρκεί ελάχιστο χρόνο οι εσωτερικές δυνάμεις που αναπτύσσονται είναι πολύ μεγαλύτερες του βάρους (εξωτερική δύναμη), οπότε το σύστημα θεωρείται μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας του κομματιού με μάζα m_1 αμέσως μετά την έκρηξη:

$$0 = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 \text{ ή } v_2 = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2} = 5 \text{ m/s}$$

Άρα η ταχύτητα που αποκτά το κομμάτι μάζας m_2 αμέσως μετά την έκρηξη έχει μέτρο 5 m/s και κατεύθυνση αντίθετη της \vec{v}_1 .

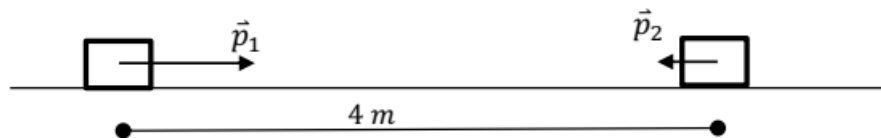
Σχόλιο για το Θέμα 16050 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 δεν γράφει τις εξισώσεις της κίνησης των δύο σωμάτων, ώστε να υπολογίσει τη χρονική στιγμή της σύγκρουσης, αλλά χρησιμοποιεί μία σχέση με αναλογίες, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

4.1. Το μέτρο της ορμής των δύο σωμάτων είναι:

$$p_1 = m \cdot v_1 = 0,2 \cdot 6 = 1,2 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ με κατεύθυνση προς τα δεξιά}$$

$$\text{και } p_2 = m \cdot v_2 = 0,2 \cdot 2 = 0,4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ με κατεύθυνση προς τα αριστερά.}$$



Μονάδες 6

4.2. Τα δύο σώματα κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά. Έστω ότι θα συγκρουστούν τη χρονική στιγμή t_1 .

Αν το πρώτο σώμα έχει διανύσει απόσταση x τότε το άλλο σώμα θα έχει καλύψει απόσταση $4 - x$, οπότε:

$$\frac{x}{v_1} = \frac{4-x}{v_2} \text{ ή } \frac{x}{6} = \frac{4-x}{2}, \text{ άρα το πρώτο σώμα θα έχει καλύψει απόσταση } x = 3 \text{ m σε χρόνο:}$$

$$t_1 = \frac{x}{v_1} = \frac{3}{6} \text{ s} = 0,5 \text{ s}$$

Μονάδες 6

Σχόλια για το Θέμα 16072 : Η εκφώνηση

- 1) στην 1η πρόταση αναφέρει «Δύο σώματα . . . κινούνται πάνω σε λείο». Λείπει η φράση « . . . οριζόντιο επίπεδο».
- 2) Στο ερώτημα 4.3 δεν διευκρινίζει αν ζητά την αλγεβρική τιμή ή το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής.

Σχόλιο για το Θέμα 16051 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) στο ερώτημα 4.2 γράφει ότι «η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά τη διάρκεια της κρούσης». Όμως, αφού υπάρχει τριβή, **το σύστημα δεν είναι μονωμένο άρα η ορμή διατηρείται (προσεγγιστικά) μόνο κατά τη διάρκεια της κρούσης** (που είναι ασήμαντη) και όχι πριν ή μετά την κρούση.
- 2) στο ερώτημα 4.3
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, τις δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησης στο επίπεδο και την επιτάχυνσή του.
 - β) αντικαθιστά στον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής το μέτρο της $F_{ολ}$ με το γινόμενο $\mu_{ολ}g$, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.
Η σχέση $T = \mu mg$ δεν είναι γενική, δεν θεωρείται γνωστή και πρέπει να αποδειχθεί.

4.2. Στο σύστημα που αποτελείται από τα δύο σώματα η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά τη διάρκεια της κρούσης. Θεωρούμε ως θετική φορά κίνησης από αριστερά προς τα δεξιά, οπότε:

$$\begin{aligned}\vec{p}_{τελ} &= \vec{p}_{1αρχ} + \vec{p}_{2αρχ} \\ (m_1 + m_2) \cdot v_{τελ} &= m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 \\ v_{τελ} &= \frac{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{8 - 3}{1} \frac{m}{s} = 5 \frac{m}{s}\end{aligned}$$

Μονάδες 6

4.3. Το συσσωμάτωμα θα κινηθεί για χρόνο Δt_2 πριν ακινητοποιηθεί λόγω της τριβής. Από το 2^ο νόμο του Newton μπορεί να υπολογιστεί το μέτρο της επιτάχυνσης (επιβράδυνση) με την οποία κινείται το συσσωμάτωμα λόγω της τριβής ολίσθησης στο οριζόντιο επίπεδο.

$$\begin{aligned}F_{ολ} &= m_{ολ} \cdot a \\ \mu \cdot m_{ολ} \cdot g &= m_{ολ} \cdot a, \text{ άρα} \\ \alpha &= \frac{\mu \cdot m_{ολ} \cdot g}{m_{ολ}} = \frac{0,2 \cdot 1 \cdot 10}{1} \frac{m}{s^2} = 2 \frac{m}{s^2} \\ \Delta t_2 &= \frac{|\Delta v|}{a} = \frac{5}{2} s = 2,5 s\end{aligned}$$

Μονάδες 7

Σχόλιο για το Θέμα 16052 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα δύο κομμάτια στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις αποστάσεις που έχουν διανύσει και τη μεταξύ τους απόσταση τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$, τις συνιστώσες ταχύτητες και τη συνισταμένη ταχύτητα του 1ου κομματιού τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
- 2) στο ερώτημα 4.2 γράφει ότι «η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά την έκρηξη». Όμως μετά τη διάσπαση στα σώματα ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις (βάρη), άρα το σύστημα δεν είναι μονωμένο και η ορμή διατηρείται μόνο πριν και (προσεγγιστικά) κατά τη διάρκεια της έκρηξης (που είναι ασήμαντη) και όχι μετά την έκρηξη.
- 3) στο ερώτημα 4.4 γράφει ότι «οι δύο μάζες κινούνται με την ίδια κατακόρυφη ταχύτητα». Όμως, στη διάρκεια της κίνησης η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας αυξάνεται ($v_y = gt$). Η σωστή διατύπωση είναι : «τα δύο κομμάτια κινούνται κατακόρυφα με την ίδια επιτάχυνση $a = g$ ».
- 4) Στο ερώτημα 4.4 γράφει τη σχέση $D' = x_1 + x_2$. Όμως, τα x_1, x_2 οι τετμημένες των θέσεων των δύο κομματιών και όχι αποστάσεις, π.χ. αν $x_1 > 0$, τότε $x_2 < 0$. Η σωστή σχέση είναι : $D' = |x_1| + |x_2|$ ή $D' = s_1' + s_2'$ (s_1', s_2' τα διαστήματα που διανύθηκαν).

4.1. Οι δύο μάζες φτάνουν στο οριζόντιο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα 3 s. Εκτελούν οριζόντια βολή, άρα, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, η κίνηση της κάθε μάζας στον κατακόρυφο άξονα περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

$$H = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0,5 \cdot 10 \cdot 9 \text{ m} = 45 \text{ m}$$

Μονάδες 6

4.2. Στο σύστημα των δύο μαζών η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά την έκρηξη, συνεπώς:

$$\vec{p}_{\text{τελ}} = \vec{p}_{\text{αρχ}}$$

Ορίζουμε ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας της μάζας m_1 , οπότε:

$$m_1 \cdot v_{1x} - m_2 \cdot v_{2x} = 0$$

$$m_1 \cdot v_{1x} - 2m_1 \cdot v_{2x} = 0$$

$$v_{1x} = 2 \cdot v_{2x} \quad (1)$$

Οι δύο μάζες εκτελούν οριζόντια βολή, άρα στον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση της κάθε μάζας περιγράφεται από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης. Οι δύο μάζες διανύουν οριζόντια απόσταση $S_1 + S_2 = D$, σε χρόνο $t = 3 \text{ s}$, άρα:

$$t \cdot v_{1x} + t \cdot v_{2x} = D, \text{ ή}$$

$$3 \cdot 2 \cdot v_{2x} + 3 \cdot v_{2x} = 180 \text{ m}, \text{ άρα}$$

$$v_{2x} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{και από τη σχέση (1) : } v_{1x} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

4.4. Μετά την έκρηξη οι δύο μάζες κινούνται με τις ταχύτητες που αναφέρθηκαν στο ερώτημα 4.2. Και οι δύο μάζες κινούνται με την ίδια κατακόρυφα επιτάχυνση $a = g$ κατακόρυφη ταχύτητα άρα είναι στο ίδιο ύψος κάθε χρονική στιγμή, δεδομένου ότι πραγματοποιούν οριζόντια βολή, και κινούνται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα. Συνεπώς:

$$D' = x_1 + x_2 = t' \cdot v_{1x} + t' \cdot v_{2x} = 120 \text{ m}$$

Μονάδες 7

Σχόλιο για το Θέμα 16054 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.3 δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες πριν και μετά την κρούση με τον τοίχο, καθώς και τη δύναμη που δέχεται το αυτοκινητάκι από τον τοίχο.

Στη συνέχεια, ενώ δεν έχει ορίσει τη θετική φορά, γράφει «θετική είναι η φορά της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στο αυτοκινητάκι». Όμως, η φορά της δύναμης είναι άγνωστη και ζητείται από την εκφώνηση.

Η θετική φορά είναι από τον τοίχο προς το αυτοκινητάκι (η φορά της \vec{v}_3). Αφού η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι θετική, άρα η δύναμη έχει τη θετική φορά (από τον τοίχο προς το αυτοκινητάκι).

4.3. Η μέση δύναμη που δέχεται το αυτοκινητάκι από τον τοίχο προκύπτει από τον 2^ο νόμο του Newton για το χρονικό διάστημα Δt .

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

όπου θετική είναι η φορά της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στο αυτοκινητάκι κατά την πρόσκρουση:

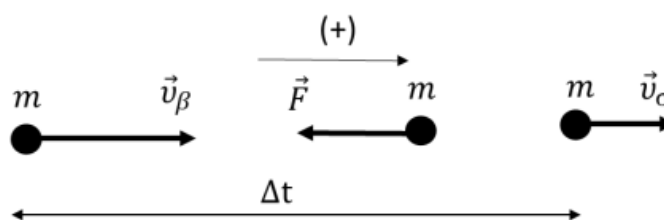
$$F = \frac{m_2 \cdot v_3 - (-m_2 \cdot v_2)}{\Delta t} = \frac{0,3 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,5}{0,07} N = 3 N$$

Μονάδες 6

Σχόλιο για το Θέμα 16073

Στην απάντησή του ο συγγραφέας υπολογίζει τη μέση δύναμη που ασκήθηκε από το κιβώτιο στο βλήμα, ενώ η εκφώνηση ζητά τη μέση δύναμη που ασκήθηκε από το βλήμα στο κιβώτιο.

4.2. Η δύναμη αντίστασης \vec{F} που ασκείται από το κιβώτιο στο βλήμα είναι η μοναδική δύναμη που ευθύνεται για τη μεταβολή της ορμής του βλήματος, επομένως:



$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}_\beta}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{m \cdot \vec{v}_\sigma - m \cdot \vec{v}_\beta}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{m \cdot v_\sigma - m \cdot v_\beta}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot (6 - 200)}{10^{-2}} N$$

Επομένως, $F = -582 N$

Μονάδες 6

Σχόλια για το Θέμα 16111 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η ταχύτητα \vec{v}_A' έχει την ίδια διεύθυνση με τις αρχικές ταχύτητες των αμαξιδίων.
- 2) Στα ερωτήματα 4.1, 4.2, 4.3 δεν διευκρινίζει αν ζητά την αλγεβρική τιμή ή το μέτρο του μεγέθους.
- 3) Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωμάτων κατά τη διάρκεια της κρούσης **δεν είναι σταθερές** και η αλγεβρική τιμή της ορμής κάθε σώματος δεν μεταβάλλεται γραμμικά με το χρόνο.

Σχόλια για το Θέμα 16093 :

- 1) Η διατύπωση στο ερώτημα 4.2 «να υπολογίσετε τη χρονική άφιξη» δεν είναι ακριβής. Προφανώς, εννοεί να υπολογιστεί η **χρονική στιγμή της άφιξης** στο μέγιστο ύψος.
- 2) Στο ερώτημα 4.4 δεν διευκρινίζει αν ζητά την αλγεβρική τιμή ή το μέτρο της μεταβολής της ορμής.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας εξισώνει τον διανυσματικό ρυθμό μεταβολής της ορμής με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής!

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Για δύο χρονικές στιγμές, η ορμή υπολογίζεται αντιστοίχως

$$P_1 = 30 - 15t_1 \text{ και } P_2 = 30 - 15t_2.$$

Ο ρυθμός μεταβολής ορμής υπολογίζεται

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_2 - \vec{P}_1}{t_2 - t_1} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 15t_2 - (30 - 15t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 15t_2 - 30 + 15t_1}{t_2 - t_1}$$
$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-15(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} \Leftrightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = -15 \text{ kg m/s}^2$$

Σχόλια για το Θέμα 16270 :

- 1) Στο ερώτημα 4.2 δεν διευκρινίζει αν ζητά την αλγεβρική τιμή ή το μέτρο της δύναμης.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 γράφει «. . . η σφαίρα m_1 δέχεται τη μέση δύναμη \vec{F}_1 . . . ». Στη συνέχεια αναφέρεται στο **μέτρο** της μέσης δύναμης \vec{F}_1 , ενώ γράφει τη διανυσματική και την αλγεβρική σχέση για τη δύναμη.

Στη διάρκεια της κρούσης η σφαίρα δέχεται δύναμη \vec{F}_1 μεταβλητού μέτρου.

Η αλγεβρική τιμή της μέσης δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση : $\bar{F}_1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta t}$.

4.2. Κατά τη σύγκρουση των δύο μαζών η σφαίρα m_1 δέχεται τη μέση δύναμη \vec{F}_1 από τη σφαίρα m_2 , το μέτρο της οποίας υπολογίζεται από τη σχέση

$$\vec{F}_1 = \frac{\Delta \vec{P}_1}{\Delta t} \Leftrightarrow \vec{F}_1 = \frac{\vec{P}_1 \text{τελ} - \vec{P}_1 \text{αρχ}}{\Delta t}$$

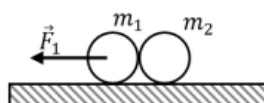
$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot U_1' - (+m_1 \cdot U_1)}{\Delta t}$$

$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot U_1' - m_1 \cdot U_1}{\Delta t}$$

$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot (U_1' + U_1)}{\Delta t}$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και η

$$F_1 = -3600 \text{ N}$$



Η δύναμη αυτή έχει μέτρο $F_1 = 3600 \text{ N}$ και κατεύθυνση προς τα αριστερά όπως φαίνεται στο σχήμα.

Μονάδες 6

Σχόλια για το Θέμα 16271 :

- 1) Στα ερωτήματα 4.1, 4.2, 4.4 δεν διευκρινίζει αν ζητά την αλγεβρική τιμή ή το μέτρο του μεγέθους.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) στο ερώτημα 4.2 υπολογίζει την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας $v_B = -20 \text{ m/s}$, ενώ στη συνέχεια γράφει ότι το **μέτρο** της ταχύτητας είναι $v_B = 20 \text{ m/s}$.
Το σωστό είναι : το μέτρο της ταχύτητας είναι $|v_B| = 20 \text{ m/s}$.
 - β) στο ερώτημα 4.3 δεν υπολογίζει τη χρονική διάρκεια $t_1 = 2 \text{ s}$ μέχρι τη διάσπαση του βλήματος.
Η χρονική στιγμή που φτάνει το τμήμα Α στο μέγιστο ύψος είναι $t_2 = t_1 + \Delta t = 2 \text{ s} + 6 \text{ s} = 8 \text{ s}$.
 - γ) i) στο ερώτημα 4.4, στη σχέση υπολογισμού της Δp_B , το μέτρο της ταχύτητας του Β είναι $|v_B|$.
ii) στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει το μέτρο της ταχύτητας \vec{v}_B' και το συμβολίζει $v_B' = 40 \text{ m/s}$, ενώ το σωστό είναι $|v_B'| = 40 \text{ m/s}$. Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι $v_B' = -40 \text{ m/s}$.
Η αλγεβρική μεταβολή της ορμής είναι $\Delta p = -100 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$.
Το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι $|\Delta p| = 100 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$.

4.2. Εφαρμόζω θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το βλήμα για την κατακόρυφη μετακίνηση του κατά $y=60\text{m}$ από τη θέση Α στη θέση (Γ)

$$K_{\text{τελ}}^{(\Gamma)} - K_{\text{αρχ}}^{(A)} = W_W$$
$$\frac{1}{2}m \cdot v^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_0^2 = -m \cdot g \cdot y \Leftrightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2g \cdot y}$$
$$v = 20 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.) κατά την έκρηξη του βλήματος στα τμήματα Α και Β. Εάν m είναι η μάζα του βλήματος τα τμήματα Α και Β έχουν ίσες μάζες $m_A = m_B = \frac{m}{2}$.

$$\vec{P}_{\text{αρχ}} \text{ συσ} = \vec{P}_{\text{τελ}} \text{ συσ}$$
$$\vec{P}_{\beta\lambda} = \vec{P}_A + \vec{P}_B$$
$$m \cdot v = \frac{m}{2}v_A + \frac{m}{2}v_B \Leftrightarrow 2m \cdot v = m \cdot v_A + m \cdot v_B \Leftrightarrow 2m \cdot v = m \cdot (v_A + v_B) \Leftrightarrow 2v = v_A + v_B$$
$$v_B = 2v - v_A \Leftrightarrow v_B = -20 \text{ m/s}$$

Μετά την κρούση το σώμα Β κινείται κατακόρυφα με φορά προς τα κάτω και με ταχύτητα μέτρου

$$|v_B| = 20 \text{ m/s}$$

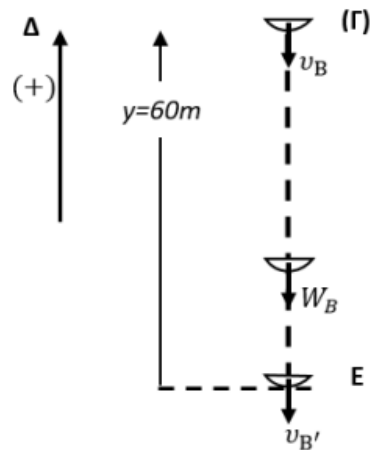
Μονάδες 6

4.3. Το τμήμα Α κατά την κατακόρυφη κίνηση εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα πάνω και η ταχύτητά του δίνεται από τον τύπο $v = v_0 - g \cdot t$ με v_0 την ταχύτητα v_A μέτρου $v_A = 60 \text{ m/s}$. Στο μέγιστο ύψος η ταχύτητα του v είναι μηδέν. Έτσι έχω

$$0 = v_A - g \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v_A}{g}$$
$$t = 6\text{s}$$

Μονάδες 6

4.4.



Εφαρμόζω για το τμήμα Β Θεώρημα Μηχανικής Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ) από τη θέση ακριβώς μετά την έκρηξη μέχρι την προσεδάφισή του για να βρω με τι ταχύτητα φτάνει στο έδαφος.

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{WB}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_B'^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_B^2 = +m_B \cdot g \cdot y$$

$$|v_B'| = \sqrt{v_B^2 + 2g \cdot y}$$

$$|v_B'| = 40 \text{ m/s}$$

$$\Delta \vec{P}_\beta = \vec{P}_{\beta\text{τελ}} - \vec{P}_{\beta\text{αρχ}}$$

$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot |v_B'| - (-m_B \cdot |v_B|)$$

$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot |v_B'| + m_B \cdot |v_B|$$

$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot (|v_B'| - |v_B|)$$

$$\Delta P_\beta = -\frac{m}{2} \cdot (|v_B'| - |v_B|)$$

$$\Delta P_\beta = -100 \text{ kg m/s}$$

Άρα η μεταβολή ορμής έχει μέτρο $|\Delta P| = 100 \text{ kg m/s}$, διεύθυνση κατακόρυφη και φορά αντίθετη από την θετική φορά διανυσμάτων.

Μονάδες 7

Σχόλιο για το Θέμα 16366 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4

- α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα, κατά τη διάρκεια της ολίσθησης στο δάπεδο.
β) αντικαθιστά στο ΘΜΚΕ το έργο της τριβής ολίσθησης από τη σχέση $W_T = -\mu(M+m)gs$. Η σχέση αυτή δεν ισχύει πάντοτε, δεν θεωρείται γνωστή και πρέπει να αποδειχθεί.

4.4. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος (λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης) θα είναι:

$$0 - \frac{1}{2} \cdot (M + m) \cdot V_{\sigma}^2 = W_T \quad \text{ή} \quad -\frac{1}{2} \cdot (M + m) \cdot V_{\sigma}^2 = -\mu \cdot (M + m) \cdot g \cdot s$$

όπου το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι ίσο με $T = \mu N = \mu(M+m)g = 2 \text{ N}$.

Με αντικατάσταση των δεδομένων στην πιο πάνω σχέση προκύπτει ότι το διάστημα είναι $s = 9 \text{ m}$.

Μονάδες 7

Σχόλια για το Θέμα 16368 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη σφαίρα στις τρεις χαρακτηριστικές θέσεις, την ταχύτητά της πριν και μετά την επαφή με το δάπεδο και τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της επαφής με το δάπεδο.
2) στο ερώτημα 4.1 δεν καθορίζει την κατεύθυνση της μεταβολής της ορμής.
3) στο ερώτημα 4.2 υπολογίζει την τιμή της δύναμης A από το δάπεδο θεωρώντας ότι είναι σταθερή, ενώ η εκφώνηση ζητά τη μέση τιμή της δύναμης \bar{A} .

Σχόλιο για το Θέμα 16369 :

Στο ερώτημα 4.4 η εκφώνηση ζητά το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής και όχι το μέτρο της μεταβολής της ορμής που αναφέρει ο συγγραφέας στην απάντησή του.

4.4. Με το 2^ο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε το μέτρο ^{του ρυθμού} της μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής. Η τιμή ^{του} της είναι ίση με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα, δηλαδή με το βάρος του σώματος.

$$\frac{|\Delta p|}{\Delta t} = \Sigma F = w = (m_1 + m_2)g = 100 \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = 100 \text{ N}$$

Μονάδες 8

Σχόλια για το Θέμα 16463 :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι η ταχύτητα \vec{u}_2 έχει την **ίδια διεύθυνση** με τη \vec{u}_1 .
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση, τη δύναμη που δέχεται το βλήμα από το κιβώτιο κατά τη διάρκεια της κρούσης καθώς και τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης.
 - β) στο ερώτημα 4.1 γράφει «το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο». Όμως, στο κιβώτιο ασκείται δύναμη τριβής, άρα το σύστημα δεν είναι μονωμένο (αυστηρά).
 - γ) στο ερώτημα 4.2 συμβολίζει την αλγεβρική τιμή της μέσης δύναμης με F , ενώ το σωστό είναι \bar{F} ή F_{μ} .

4.1. Κατά την διάρκεια του φαινομένου, στο οποίο το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο, **το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο** και ισχύει η διατήρηση της ορμής. Έχουμε:

$$P_{\alpha\rho\chi} = P_{\tau\epsilon\lambda} \Leftrightarrow mu_1 = mu_2 + MV \Leftrightarrow M = \frac{mu_1 - mu_2}{V} \Leftrightarrow$$
$$M = \frac{0,1kg \cdot 100 \frac{m}{s} - 0,1kg \cdot 20 \frac{m}{s}}{5 \frac{m}{s}} = 1,6 \text{ kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Με χρήση της γενίκευσης του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα, η μέση δύναμη που δέχεται το βλήμα από το κιβώτιο είναι

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_{1\tau\epsilon\lambda} - P_{1\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{mu_2 - mu_1}{\Delta t} = \frac{0,1kg \cdot 20 \frac{m}{s} - 0,1kg \cdot 100 \frac{m}{s}}{0,2s} = -40N$$

Μονάδες 6

Σχόλια για το Θέμα 16496 :

- 1) Η εκφώνηση δεν καθορίζει τη φορά της ταχύτητας \vec{v}_A αμέσως μετά τη διάσπαση.
- 2) Η διατύπωση «το κομμάτι B . . . εξακολουθεί να παραμένει ακίνητο και μετά την έκρηξη» δεν είναι σωστή.
Αμέσως μετά την έκρηξη η ταχύτητα του B είναι μηδενική, αλλά στη συνέχεια εκτελεί ελεύθερη πτώση.
- 3) Το ερώτημα 4.3 είναι ασαφές. Έπρεπε να ζητά τις συντεταγμένες του σημείου πτώσης του κομματιού A στο έδαφος, ως προς το σημείο της έκρηξης.
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) προσδιορίζει τις συντεταγμένες του σημείου πτώσης του A στο έδαφος, ως προς το σημείο της έκρηξης, χωρίς να σχεδιάσει το σύστημα αξόνων και έχοντας σαν θετική φορά στον άξονα x (αυθαίρετα) τη φορά της \vec{v}_A (ενώ η εκφώνηση δεν καθορίζει τη φορά της \vec{v}_A).
 - β) στο ερώτημα 4.4 γράφει «Τα δύο κομμάτια . . . θα έχουν πέσει κατά το ίδιο ύψος h_1 ».
Το σωστό είναι : «Τα δύο κομμάτια . . . θα έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση».
 - γ) στο ερώτημα 4.4 συμβολίζει με Δx την απόσταση μεταξύ των A, Γ και όχι με d.

4.3. Το κομμάτι A του πυραύλου εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα $u_A=30\text{m/s}$.

Στον άξονα των xx' εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με χρονική διάρκεια ίδια με εκείνη στον yy' :

$$yy': h_{max} = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} = 10\text{s}$$

$$xx': x = u_A t = 30 \cdot 10 = 300\text{m}$$

Άρα το σώμα θα συναντήσει το έδαφος στο σημείο (300, -500) ως προς το σημείο της έκρηξης.

Μονάδες 7

4.4. Τα δύο κομμάτια του πυραύλου εκτελούν επίσης οριζόντιες βολές. Σε χρόνο 3s θα έχουν πέσει κατά το ίδιο ύψος h_1 :

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

Η μεταξύ τους απόσταση καθορίζεται μόνο από την κίνηση στον άξονα των xx' .

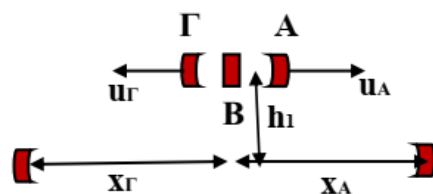
Οπότε για το κομμάτι A του πυραύλου:

$$x_A = u_A t_1 = 30 \times 3 = 90\text{m}$$

Αντίστοιχα, για το κομμάτι Γ του πυραύλου:

$$x_\Gamma = u_\Gamma t_1 = -40 \times 3 = -120\text{m}$$

u_Γ

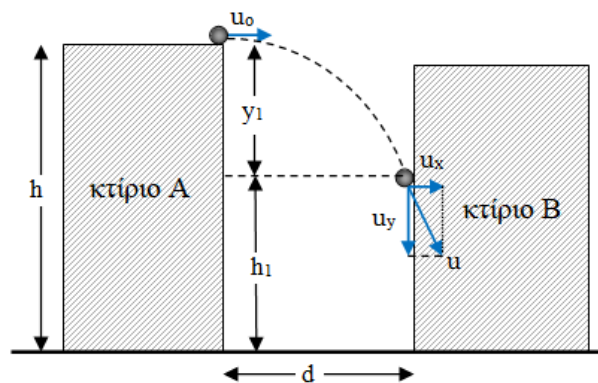


Άρα, η μεταξύ τους απόσταση θα είναι : $\Delta x = x_A - x_\Gamma = 90 - (-120) = 210\text{m}$

Μονάδες 8

Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι η \vec{u}_0 έχει διεύθυνση κάθετη στην πρόσοψη του απέναντι κτιρίου, ώστε τη στιγμή που η μπάλα φτάνει απέναντι η οριζόντια απόσταση x που διάνυσε να είναι ίση με την απόσταση d των κτιρίων.
- 2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει το ύψος του 2ου κτιρίου. Για να χτυπήσει η μπάλα στην πρόσοψη του 2ου κτιρίου πρέπει το ύψος του να είναι τουλάχιστον :



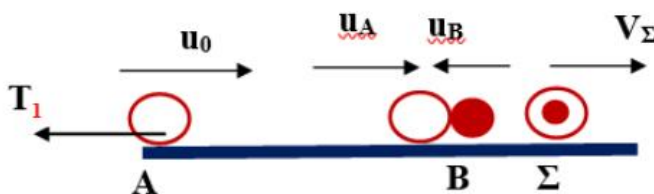
$$h' \geq h_1 \Rightarrow h' \geq 8,75 \text{ m} \Rightarrow h'_{\min} = 8,75 \text{ m}.$$

Αν το ύψος του 2ου κτιρίου είναι μικρότερο από 8,75 m, τότε η μπάλα δεν θα χτυπήσει στην πρόσοψή του αλλά σε κάποιο σημείο της ταράτσας (άρα θα διανύσει οριζόντια απόσταση μεγαλύτερη από 30 m) ή θα περάσει πάνω από το 2ο κτίριο χωρίς να χτυπήσει σε αυτό.

Σχόλια για το Θέμα 16741 :

- 1) Στο σχήμα της άσκησης τα σώματα παριστάνονται σαν σφαίρες. Όμως η σφαίρα σε μη λεία επιφάνεια, εκτός από τη μεταφορική κίνηση εκτελεί και στροφική κίνηση.
- 2) Στο ερώτημα 4.2 ζητείται η ταχύτητα του συσσωματώματος **αμέσως μετά την κρούση**.
- 3) Στο ερώτημα 4.4 η διατύπωση «... τη θερμότητα που παράχθηκε» δεν είναι ακριβής. Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «... το ποσό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια».
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.1 δεν σχεδιάζει στο σχήμα το βάρος και την κάθετη δύναμη στη σφαίρα A. Στη συνέχεια γράφει : «Η μόνη δύναμη στο σώμα A είναι η τριβή» και χωρίς να εφαρμόσει τον 1ο νόμο του Newton και το νόμο της τριβής, αντικαθιστά την τριβή με τη σχέση : $T = \mu m_A g$. Η σχέση $T = \mu m_A g$ δεν ισχύει πάντοτε, δεν θεωρείται γνωστή και πρέπει να αποδειχθεί.

4.1. Το σώμα A κινούμενο με αρχική ταχύτητα $u_0 = 10 \text{ m/s}$ στο τραχύ επίπεδο, επιβραδύνει με αποτέλεσμα την στιγμή της κρούσης να έχει ταχύτητα u_A :



$$\vec{u}_A = \vec{u}_0 + \vec{a} \cdot t_1 \quad (1)$$

όπου η επιβράδυνση a προκύπτει από τον 2^ο v. του Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m_A \cdot \vec{a} \quad (2)$$

Η μόνη δύναμη στο σώμα A είναι η τριβή, οπότε η (2) γίνεται:

$$-T_1 = m_A \cdot a \Leftrightarrow -\mu \cdot m_A \cdot g = m_A \cdot a \Leftrightarrow a = -0,2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (3)$$

Η (1) λόγω της (3), γίνεται:

$$u_A = (10 - 2 \cdot 2) \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$$

Μονάδες 5

Σχόλιο για το Θέμα 16851 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 συμβολίζει την «απώλεια» κινητικής ενέργειας ΔK .

Όμως, με ΔK συμβολίζεται η μεταβολή της κινητικής ενέργειας : $\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}}$.

Η ελάττωση της κινητικής ενέργειας συμβολίζεται $|\Delta K|$: $|\Delta K| = |K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}}| = K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}}$.

4.2.

Υπολογισμός της απώλειας Κινητικής Ενέργειας κατά την κρούση:

$$|\Delta K| = |K_{\text{ολ,τελ}} - K_{\text{ολ,αρχ}}| = \left| \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot V_{\Sigma}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right|$$
$$\Rightarrow |\Delta K| = \left| \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot (2,5 \text{ m/s})^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,05 \text{ kg} \cdot (100 \text{ m/s})^2 \right|$$
$$\Rightarrow |\Delta K| = 243,75 \text{ J}$$

Μονάδες 7

Σχόλια για το Θέμα 17062 :

1) Η διατύπωση «Δύο σφαίρες βρίσκονται η μία δίπλα στην άλλη και εκτελούν οριζόντια βολή» δεν είναι σωστή.

Οι σφαίρες βρίσκονται αρχικά η μία δίπλα στην άλλη και εκτοξεύονται ταυτόχρονα με οριζόντιες ταχύτητες.

2) Τα ερωτήματα 4.3, 4.4 είναι ασαφή.

Στο ερώτημα 4.3 έπρεπε να ζητείται το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας της 1ης σφαίρας τη χρονική στιγμή t_1 .

Στο ερώτημα 4.4 έπρεπε να ζητείται το μέτρο και η κατεύθυνση της μεταβολής της ορμής κάθε σφαίρας, από τη στιγμή που εκτοξεύτηκε μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

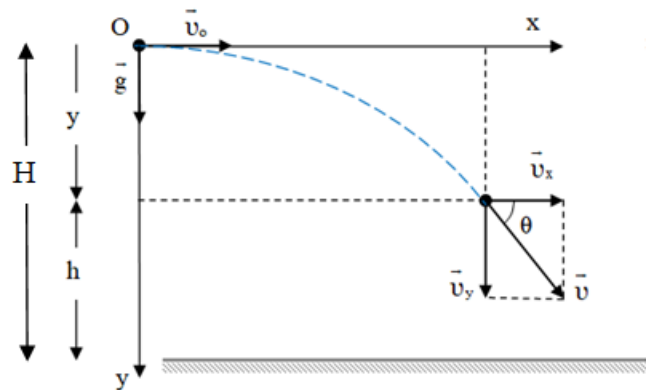
α) στο ερώτημα 4.2 χρησιμοποιεί λάθος σύμβολα.

Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 η κατακόρυφη μετατόπιση της Σ_1 είναι : $y_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$.

Η απόστασή της από το έδαφος είναι : $h_1 = H - y_1$.

β) στο ερώτημα 4.3 γράφει : «τη χρονική στιγμή t_1 η μεταβολή της ταχύτητας . . . ».

Το σωστό είναι : «από τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 η μεταβολή της ταχύτητας . . . ».



Μέχρι τη

4.2. Την χρονική στιγμή t_1 η σφαίρα m_1 έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά:

$$y_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = 0,2 \text{ m}.$$

Άρα απέχει από το έδαφος: $h_1 = H - y_1 = 1,05 \text{ m}$

Μονάδες 6

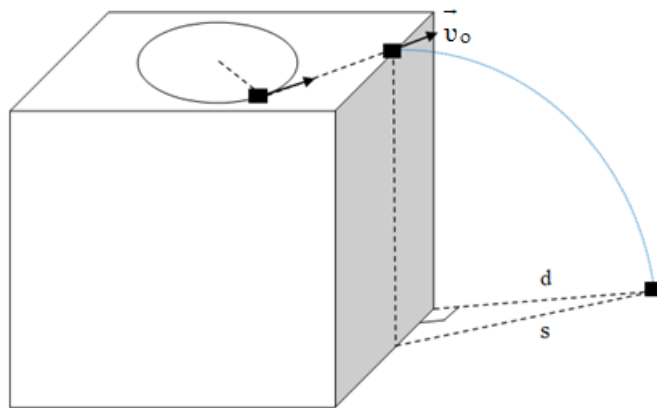
Μέχρι τη

4.3. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0,2 \text{ s}$ η μεταβολή της ταχύτητας της σφαίρας m_1 οφείλεται στην κίνηση του σώματος μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ δεν μεταβάλλεται η ταχύτητα στην οριζόντια διεύθυνση.

Σχόλιο για το Θέμα 16853 :

Αν η ταχύτητα \vec{v}_0 του συσσωματώματος δεν είναι κάθετη στην πρόσοψη του κτιρίου, τότε η απόσταση d του σημείου πτώσης από τη βάση του κτιρίου δεν είναι ίση με το βεληνεκές s , όπως φαίνεται στο σχήμα.

Στο ερώτημα 4.2 η εκφώνηση έπρεπε να ζητά την οριζόντια απόσταση του σημείου πτώσης του συσσωματώματος στο έδαφος από το σημείο που εγκατέλειψε την ταράτσα.



Σχόλια για το Θέμα 20110 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την έκρηξη, τις δυνάμεις που ασκούνται στο πυροβόλο και τη μετατόπισή του μέχρι να σταματήσει, την τροχιά του βλήματος, το αρχικό ύψος και το βεληνεκές, την ταχύτητα του βλήματος τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
- 2) στο ερώτημα 4.1 γράφει «για το μονωμένο σύστημα πυροβόλο – βλήμα η ορμή διατηρείται». Το σύστημα δεν είναι μονωμένο (αυστηρά) αφού υπάρχει τριβή. Επειδή η χρονική διάρκεια της έκρηξης είναι πολύ μικρή, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η ορμή του συστήματος δεν μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της έκρηξης.
- 3) στο ερώτημα 4.2 δεν εφαρμόζει τον 1ο νόμο του Newton στον άξονα y και το νόμο της τριβής.
- 4) στο ερώτημα 4.3 εφαρμόζει το Θ.Δ.Μ.Ε. χωρίς να ορίσει επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

4.1. Για το **μονωμένο σύστημα** πυροβόλο – βλήμα η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{τελ}}$$

$$0 = -M \cdot v + m \cdot v_0, \quad v = \frac{m \cdot v_0}{M}, \quad v = \frac{5 \cdot 100 \text{ m}}{100 \text{ s}}, \quad v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

για το πυροβόλο

4.2. Από το θεώρημα έργου – ενέργειας έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{N}} + W_{\vec{f}}, \quad 0 - K_{\text{αρχ}} = 0 + 0 - T \cdot \Delta x, \quad -K_{\text{αρχ}} = -\mu \cdot N \cdot \Delta x,$$

$$\frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = \mu \cdot M \cdot g \cdot \Delta x, \quad \Delta x = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}, \quad \Delta x = 2,5 \text{ m}$$

για το βλήμα

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται, συνεπώς:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}, \quad \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0,$$
$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = v_0^2 + g^2 \cdot t^2, \quad (50\sqrt{5})^2 = 100^2 + 10^2 \cdot t^2, \quad t = 5 \text{ s}$$

Μονάδες 7

Σχόλια για το Θέμα 20112 :

- 1) Στο ερώτημα 4.2 δεν διευκρινίζεται αν ζητείται η αλγεβρική μεταβολή της ορμής ή το μέτρο μεταβολής της ορμής.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση, τη δύναμη που ασκεί ο στόχος στο βλήμα, την τροχιά του συσσωματώματος, το ύψος από το έδαφος και το βεληνεκές.
 - β) στο ερώτημα 4.2 υπολογίζει την αλγεβρική μεταβολή της ορμής χωρίς να έχει ορίσει θετική φορά και δεν ερμηνεύει το αρνητικό πρόσημο στο αποτέλεσμα.
 - γ) στο ερώτημα 4.3 υπολογίζει το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο βλήμα με τη σχέση $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, ενώ το σωστό είναι $F = \frac{|\Delta p_{\beta}|}{\Delta t}$.

4.1. Για το μονωμένο σύστημα, βλήμα – ξύλινος στόχος, η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}$$

$$m \cdot v = (m + M) \cdot \cancel{v}, \quad \cancel{v} = \frac{m \cdot v}{M + m}, \quad \cancel{v} = \frac{0,02 \cdot 200 \text{ m}}{0,98 + 0,02 \text{ s}}, \quad \cancel{v} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.2. ~~Για τη~~ ^Η μεταβολή της ορμής ^{του βλήματος} είναι: **Μονάδες 6**

$$\Delta \vec{p}_{\beta\lambda} = \vec{p}'_{\beta\lambda} - \vec{p}_{\beta\lambda}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = p'_{\beta\lambda} - p_{\beta\lambda}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = m \cdot V - m \cdot v, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = m \cdot (V - v),$$

$$\Delta p_{\beta\lambda} = 0,02 \cdot (4 - 200) \text{Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = -3,92 \text{Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.3. ~~Για το~~ ^{Το} μέτρο της δύναμης που ασκεί ο ξύλινος στόχος στο βλήμα είναι: **Μονάδες 6**

$$F = \frac{|\Delta p_{\beta}|}{\Delta t} \quad F = \frac{3,92}{0,01} \text{N}, \quad F = 392 \text{N}$$

Μονάδες 7

Σχόλια για το Θέμα 20113 :

- 1) Στο ερώτημα 4.1 δεν διευκρινίζεται ότι ζητείται **το μέτρο** της γωνιακής ταχύτητας.
- 2) Η διατύπωση « . . . γωνιακή ταχύτητα της **κυκλικής τροχιάς** του σώματος . . . » δεν είναι σωστή.
Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της **ομαλής κυκλικής κίνησης**.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει τα σχήματα με το Σ_1 όταν εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του τη στιγμή που κόβεται το νήμα, το Σ_2 πριν την κρούση και την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
 - β) στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει την αλγεβρική μεταβολή της ορμής, ενώ η εκφώνηση ζητά το μέτρο της μεταβολής της ορμής.

4.4. Για τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}'_1 - \vec{p}_1, \quad \Delta p_1 = p'_1 - p_1, \quad \Delta p_1 = m_1 \cdot V - m_1 \cdot v, \quad \Delta p_1 = m_1 \cdot (V - v).$$

$$\Delta p_1 = 0,1 \cdot (2 - 20) \text{Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \Delta p_1 = -1,8 \text{Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 είναι:

$$\Delta K_1 = K'_1 - K_1, \quad \Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v^2, \quad \Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (V^2 - v^2),$$

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot (2^2 - 20^2) \text{J}, \quad \Delta K_1 = -19,8 \text{J}$$

Σχόλιο για το Θέμα 20897

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **οι ταχύτητες των δύο κομματιών αμέσως μετά τη διάσπαση έχουν οριζόντια διεύθυνση**.

Σχόλιο για το Θέμα 20899

Η έννοια του κέντρου μάζας διδάσκεται στη Γ' Λυκείου.

Σχόλια για το Θέμα 21182 :

- 1) Τα δεδομένα της άσκησης δεν είναι ρεαλιστικά.

Η χρονική διάρκεια της κρούσης $\Delta t = 2$ s είναι πολύ μεγάλη και το σύστημα δεν μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο, αφού υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις (βάρους, τριβή).

Η μέση ταχύτητα του βλήματος κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι (περίπου) $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Στη χρονική διάρκεια της κρούσης $\Delta t = 2$ s το βλήμα θα μετακινηθεί (περίπου) : $\Delta x = \bar{v}(\Delta t) = 400 \text{ m}$,
άρα το ξύλινο σώμα θα έπρεπε να έχει μήκος τουλάχιστον 400 m !

Η εκφώνηση έπρεπε να δίνει πολύ μικρότερη χρονική διάρκεια κρούσης, π.χ. $\Delta t = 2 \cdot 10^{-3}$ s.

- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σώματα πριν και μετά την κρούση, τις ταχύτητές τους, τη δύναμη που δέχεται το βλήμα καθώς και τις δυνάμεις που ασκούνται στο ξύλινο σώμα κατά τη διάρκεια της ολίσθησης στο οριζόντιο επίπεδο.

Σχόλια για το Θέμα 21184 :

- 1) Στο ερώτημα 4.2 έπρεπε να ζητείται η οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα **μέχρι να φτάσει** στο έδαφος.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σώματα πριν και μετά την κρούση, τις ταχύτητές τους, την τροχιά της κίνησης, την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διανύει το συσσωμάτωμα μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

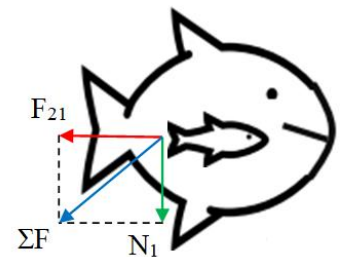
Σχόλια για το Θέμα 21396 :

- 1) Η διατύπωση «το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_3 , το οποίο μετατράπηκε σε θερμότητα» δεν είναι ακριβής.
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της Σ_3 που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια».
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σώματα και τις ταχύτητές τους πριν και μετά από κάθε κρούση.

Σχόλια για το Θέμα 21695 :

- 1) Στα δύο ψάρια ασκείται (στη διεύθυνση κίνησης) η αντίσταση \vec{F}_a από το νερό.
Για να θεωρηθεί μονωμένο το σύστημα πρέπει η διάρκεια του φαινομένου να είναι πολύ μικρή και οι εσωτερικές δυνάμεις να είναι πολύ μεγαλύτερες από τις εξωτερικές.
Όμως η χρονική διάρκεια του φαινομένου είναι σημαντική ($\Delta t = 2$ s) και οι εσωτερικές δυνάμεις έχουν μικρή τιμή ($\vec{F}_{21} = 0,4$ N, ενώ $B_1 = 80$ N & $B_2 = 20$ N), άρα **το σύστημα δεν μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο με αποτέλεσμα να μην ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.**
- 2) Στο ερώτημα 4.4 ζητείται η συνισταμένη δύναμη που ασκήθηκε στο μεγάλο ψάρι από το μικρό, ενώ έπρεπε να ζητηθεί **η μέση δύναμη που ασκήθηκε στο μεγάλο ψάρι από το μικρό στη διεύθυνση της κίνησης.**

Εκτός από τη δύναμη $F_{2,1} = \frac{\Delta p_1}{\Delta t}$, το μεγάλο ψάρι δέχεται από το μικρό μία κατακόρυφη δύναμη \vec{N}_1 (ίση με το βάρος του μικρού ψαριού).
Η συνισταμένη δύναμη είναι : $\vec{\Sigma F} = \vec{F}_{2,1} + \vec{N}_1$.
Τη δύναμη \vec{N}_1 δεν την λαμβάνει υπ' όψη ο συγγραφέας στην απάντησή του.



Συμπέρασμα : **Η άσκηση είναι ακατάλληλη για θέμα εξέτασεων.**

Σχόλια για το Θέμα 21698 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνεται υπ' όψη.
- 2) Η δύναμη που ασκεί η ρακέτα στο μπαλάκι **δεν είναι σταθερή.**
Η εκφώνηση έπρεπε να δίνει το μέτρο της **μέσης δύναμης** \vec{F} που ασκήθηκε από τη ρακέτα στο μπαλάκι.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) στο ερώτημα 4.2 δεν σχεδιάζει το σχήμα με το μπαλάκι τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος, τις συνιστώσες ταχύτητες και τη συνισταμένη ταχύτητα στο έδαφος.
 - β) στο ερώτημα 4.4 δεν σχεδιάζει το σχήμα με το μπαλάκι τη στιγμή που φτάνει στο φιλέ, την κατακόρυφη απόσταση y_1 που διάνυσε μέχρι το φιλέ, το ύψος του φιλέ και το αρχικό ύψος h .

Σχόλιο για το Θέμα 21603 :

1) Η διατύπωση του ερωτήματος 4.3 είναι λανθασμένη.

Η ενέργεια που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη δεν μπορεί να υπολογιστεί. Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά την αύξηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της έκρηξης.

Η ζητούμενη ενέργεια είναι κινητική ενέργεια και δεν συμβολίζεται με Q.

2) Η διατύπωση του ερωτήματος 4.4 «πόση γωνία θα έχει διαγράψει το κάθε βαγόνι» είναι λανθασμένη.

Η σωστή διατύπωση είναι : «πόση γωνία θα έχει διαγράψει η **επιβατική ακτίνα** κάθε βαγονιού».

3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σώματα και τις ταχύτητές τους πριν και μετά την έκρηξη.

β) στο ερώτημα 4.2, για να δικαιολογήσει ότι η ορμή του συστήματος διατηρείται, χρησιμοποιεί το επιχείρημα ότι « . . . οι δυνάμεις που ασκούνται είναι εσωτερικές και αλληλοαναιρούνται . . . ».

Όμως, το τρένο και τα βαγόνια εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση, άρα η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι η κεντρομόλος (μη μηδενική συνισταμένη).

Επειδή η διάρκεια της έκρηξης είναι πολύ μικρή, δεχόμαστε ότι (πρακτικά) η ορμή του συστήματος δεν μεταβάλλεται εξαιτίας των εξωτερικών δυνάμεων.

4.2. Κατά τη διάρκεια της έκρηξης οι δυνάμεις που ασκούνται είναι εσωτερικές και αλληλοαναιρούνται και η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή. Μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της ορμής. Ορίζουμε θετική φορά για την εξαγωγή των διανυσμάτων της ταχύτητας την αρχική φορά κίνησης του τρένου.

$$\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}} \quad \text{ή} \quad m \vec{v} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad \text{ή} \quad m v = m_1 v_1 + m_2 v_2$$
$$\text{ή} \quad 3 \cdot 2 = 1 \cdot 12 + 2 \cdot v_2 \quad \text{ή} \quad v_2 = -3 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας θα έχουμε για πριν και μετά την έκρηξη του τρένου:

$$K_{\text{πριν}} + Q = K_{\text{μετά}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v^2 + Q = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$
$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2 + Q = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 12^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 \quad \text{ή} \quad 6 + Q = 72 + 9 \quad \text{ή} \quad Q = 75 J$$

Μονάδες 6

Σχόλιο για το Θέμα 21887 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί τη σχέση $H' = L(1 - \sin\theta)$, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

Σχόλιο για το Θέμα 21888 :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι δεν υπάρχει τριβή ανάμεσα στο έλασμα και το συσσωμάτωμα.

Σχόλιο για το Θέμα 21971 :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

- 1) η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνεται υπ' όψη.
- 2) οι ταχύτητες των σφαιρών πριν και μετά την κρούση έχουν την ίδια διεύθυνση.

Σχόλια για το Θέμα 21992 :

- 1) Στο ερώτημα 4.1 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητείται μόνο το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ και της κεντρομόλου επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_κ$ ή ζητείται να καθοριστεί και η κατεύθυνσή τους.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.1 εκφράζει την κεντρομόλο επιτάχυνση $\alpha_κ$ σε rad/s^2 , ενώ η μονάδα επιτάχυνσης είναι το 1 m/s^2 .

4.1. Το σώμα m_1 εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση.

Για τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας ω , της περιόδου T και της κεντρομόλου επιτάχυνσης $\alpha_κ$ του σώματος έχουμε

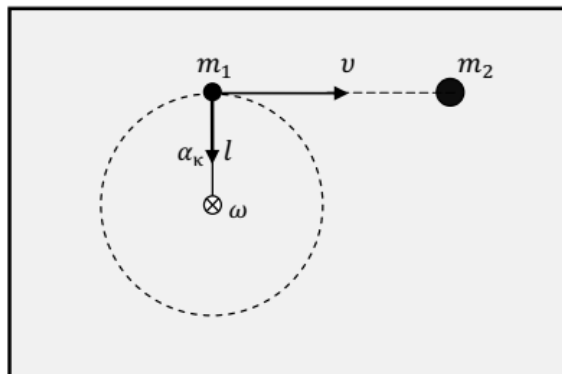
$$\omega = \frac{v}{l} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

$$\alpha_κ = \frac{v^2}{l} \Rightarrow \alpha_κ = 200 \text{ rad/s}^2$$

Οι φορές των διανυσμάτων της γωνιακής

ταχύτητας ω και της κεντρομόλου επιτάχυνσης $\alpha_κ$ του σώματος φαίνονται στο σχήμα.



Μονάδες 6

Σχόλιο για το Θέμα 21889 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) στο ερώτημα 4.3 αντικαθιστά λάθος τιμή για το Δt .

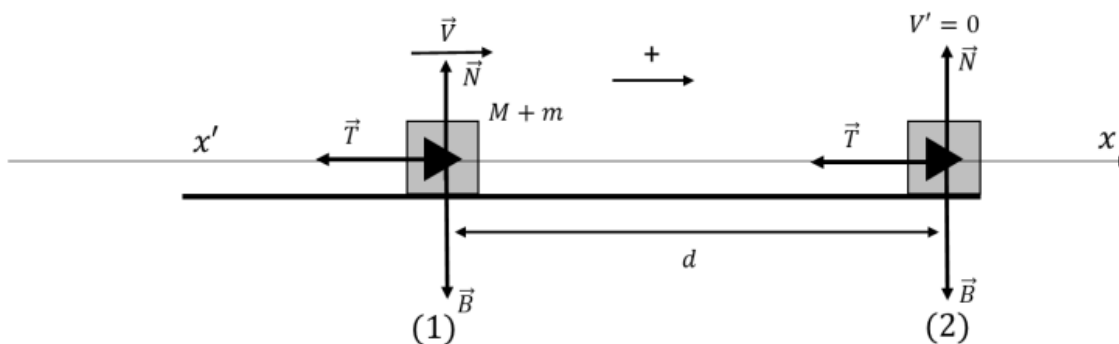
β) στο ερώτημα 4.4 αντικαθιστά το μέτρο της τριβής $T = \mu N = \mu(m + M)g$, χωρίς να εφαρμόσει τον 1ο νόμο του Newton στον άξονα y για να υπολογίσει το μέτρο της δύναμης N , ούτε αναφέρει το νόμο της τριβής ολίσθησης.

4.3. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του κιβωτίου κατά την διάρκεια της ενσφήνωσης του βλήματος μέσα σ' αυτό (θεωρούμενος σταθερός καθ' όλη την διάρκεια της ενσφήνωσης), είναι ίσος με την μέση δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια. Άρα:

$$\bar{F}_{\beta-\kappa} = \frac{\Delta p_{\kappa}}{\Delta t} = \frac{M \cdot V - 0}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F}_{\beta-\kappa} = \frac{\Delta p_{\kappa}}{\Delta t} = \frac{1,9 \text{ kg} \cdot 8 \text{ m/s}}{\cancel{0,2 \text{ s}}_{0,02}} \Rightarrow$$
$$\bar{F}_{\beta-\kappa} = \frac{\Delta p_{\kappa}}{\Delta t} = 760 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

Μονάδες 6

4.4.



α. Το συσσωμάτωμα κινούμενο στο μη λείο οριζόντιο επίπεδο δέχεται σταθερή δύναμη τριβής, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, οπότε εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Εφαρμόζοντας τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση του συσσωματώματος έχουμε:

$$\Sigma F_x = (m + M) \cdot a \Rightarrow -T = (m + M) \cdot a \Rightarrow \xrightarrow{T = \mu \cdot N = \mu \cdot (m + M) \cdot g} -\mu \cdot (m + M) \cdot g = (m + M) \cdot a \Rightarrow$$

$$a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$V' = V + a \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = 8 \text{ m/s} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Delta t = 4 \text{ s}$$

Κεφάλαιο 5

Ηλεκτρικό πεδίο

Σχόλια για το Θέμα 15896 :

- 1) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν έχει μάζα ή ταχύτητα.
Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Δύο σωματίδια με φορτία q_1, q_2 έχουν ίσες μάζες . . . », «τα σωματάρια αφήνονται . . . », «τα μέτρα των ταχυτήτων των σωματίων . . . ».
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σωματίδια στις αρχικές και τις τελικές θέσεις, τις ταχύτητές τους και τις αποστάσεις μεταξύ τους.

Σχόλια για το Θέμα 15897 :

- 1) Οι διατυπώσεις : «Δύο σημειακά φορτία συγκρατούνται . . . », « . . . κατά τη μεταφορά σημειακού φορτίου . . . », « . . . το μέτρο της ταχύτητας με την οποία πρέπει να εκτοξευτεί . . . σημειακό φορτίο $q = -1 \mu\text{C}$ και μάζας $m = 72 \text{ mg}$. . . » είναι λανθασμένες.
Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν έχει μάζα ή ταχύτητα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στα ερωτήματα 4.2, 4.3, 4.4 χρησιμοποιεί λάθος συμβολισμούς.
Το δυναμικό του πεδίου των δύο φορτίων στο σημείο M είναι : $V_M = V_{M,1} + V_{M,2}$ (όχι $\Sigma V = V_A + V_B$),
όπου : $V_{M,1} = K_c \cdot \frac{q_1}{r_1}$ το δυναμικό του πεδίου του φορτίου q_1 στο σημείο M,
 $V_{M,2} = K_c \cdot \frac{q_2}{r_2}$ το δυναμικό του πεδίου του φορτίου q_2 στο σημείο M.
- 3) Στο ερώτημα 4.3 συμβολίζει το έργο του ηλεκτρικού πεδίου $W_{\bar{w}}$!

4.2. Ισχύει:

$$\cancel{\Sigma} V_M = \cancel{V_A}_{M,1} + \cancel{V_B}_{M,2} = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1}{\frac{r}{2}} + k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_2}{\frac{r}{2}} = 4 \cdot k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1}{r} = 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{10^{-1}} \text{ V} = 3,6 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $W_{\bar{w}}^{F_{\eta\lambda}}(M \xrightarrow{q} \infty) = \cancel{\Sigma} V_M \cdot q = 3,6 \cdot 10^5 \cdot (-1) \cdot 10^{-6} \text{ J} = -0,36 \text{ J}$

Μονάδες 6

4.4. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική δύναμη και συνεπώς η μηχανική ενέργεια του βλήματος διατηρείται σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησής του. Έτσι:

$$E_M = E_\infty, U_M + K_M = U_\infty + K_\infty, \cancel{\Sigma} V_M \cdot q + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = 0 + 0, v_0 = \sqrt{\frac{-2 \cdot \cancel{\Sigma} V_M \cdot q}{m}} = 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Σχόλια για το Θέμα 16108 :

- 1) Η διατύπωση «στο θετικό οπλισμό του **οριζόντια επίπεδου πυκνωτή**» είναι λάθος.
Η σωστή διατύπωση είναι : «στον οριζόντιο θετικό οπλισμό του **επίπεδου πυκνωτή**».
- 2) Η εκφώνηση αναφέρει ότι οι σταγόνες είναι αρνητικά φορτισμένες και στη συνέχεια δίνει το φορτίο μιας σταγόνας $q = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Το σωστό είναι : $q = -1,5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$.
- 3) Το «πείραμα» που περιγράφει η εκφώνηση δεν είναι ακριβώς το πείραμα που εκτέλεσε ο R. Millikan.
Σύμφωνα με την εκφώνηση, οι σταγόνες κινούνται στο κενό με σταθερή επιτάχυνση.
Στο πείραμα του Millikan οι σταγόνες λαδιού κινούνται στον αέρα και αποκτούν μετά από λίγο σταθερή ταχύτητα.
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.3 γράφει
 - α) «η ηλεκτρική δύναμη κάνει αρνητικό έργο».
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «το έργο της ηλεκτρικής δύναμης είναι αρνητικό».
 - β) (η ηλεκτρική δύναμη) «ασκείται κατακόρυφα προς τα επάνω».
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «έχει κατακόρυφη διεύθυνση και φορά προς τα επάνω».

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη κάνει αρνητικό έργο, αφού είναι αντίθετη (ασκείται κατακόρυφα προς τα επάνω) στην κίνηση του σώματος (η οποία γίνεται κατακόρυφα προς τα κάτω). (Ισοδύναμα, $\sin\theta = \sin 180^\circ = -1$ για αντικατάσταση στον τύπο του έργου) (2 μονάδες). Υπολογισμός (4 μονάδες):

$$W_{F_{\eta\lambda}} = -F_{\eta\lambda}d = -(9 \times 10^{-4} \text{ N})(10 \text{ mm}) = -(9 \times 10^{-4} \text{ N})(10 \times 10^{-3} \text{ m}) = -9 \times 10^{-6} \text{ J}$$

Μονάδες 6

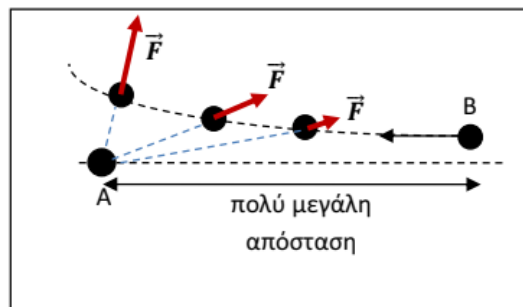
Σχόλια για το Θέμα 16137 :

- 1) Η έκφραση «οριζόντιο ηλεκτροστατικό πεδίο» είναι λάθος.
Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι οριζόντιες.
- 2) Η διατύπωση «ηλεκτροστατικό πεδίο έντασης \vec{E}_2 αντίθετης κατεύθυνσης από το πεδίο έντασης \vec{E}_1 » είναι λάθος.
Η ένταση \vec{E}_2 έχει αντίθετη κατεύθυνση από την \vec{E}_1 .
- 3) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι τα δύο ηλεκτροστατικά πεδία είναι ομογενή.
- 4) Στο σχήμα, έπρεπε οι δυναμικές γραμμές του 2ου πεδίου να είναι πιο αραιές από του 1ου, αφού η ένταση \vec{E}_2 έχει μικρότερο μέτρο από την \vec{E}_1 .
- 5) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι στο σωματίδιο δεν ασκούνται άλλες δυνάμεις εκτός από την ηλεκτρική δύναμη.

Σχόλια για το Θέμα 16109 :

- 1) Στο ερώτημα 4.3 η εκφώνηση ζητά τον υπολογισμό των κινητικών ενεργειών K_A , K_B .
Όμως, οι κινητικές ενέργειες δεν μπορούν να υπολογιστούν αφού δεν δίνεται η τιμή της αρχικής δυναμικής ενέργειας U .
- 2) Στο ερώτημα 4.4
 - α) η διατύπωση «... το εκτοξεύουμε... λίγο έκκεντρα...» είναι ασαφής.
Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «... το εκτοξεύουμε έτσι ώστε η ταχύτητά του να μην έχει τη διεύθυνση της ευθείας που συνδέει τα δύο σωματίδια».
 - β) η διατύπωση «Εξηγήστε γιατί το B θα ακολουθήσει μια τροχιά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα» είναι ασαφής, αφού δεν διευκρινίζει αν ζητείται απλά να εξηγήσουν οι εξεταζόμενοι/νες γιατί η τροχιά είναι καμπύλη ή επιπλέον ζητείται να εξηγήσουν και την αυξανόμενη καμπύλωση της τροχιάς.
Το ερώτημα 4.4 είναι ασαφές και ακατάλληλο για τις εξετάσεις.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) στα ερωτήματα 4.1, 4.2 δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σφαιρίδια στις αρχικές και τις τελικές θέσεις, τις ταχύτητες, τις δυνάμεις που δέχονται και τις αποστάσεις μεταξύ τους.
 - β) στο ερώτημα 4.4 γράφει : «... η κίνηση του σωματιδίου B θα αποκλίνει προς τα επάνω...».
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «... η τροχιά του σωματιδίου B θα αποκλίνει προς τα επάνω...».

4.4. Τα δύο σωματίδια είναι θετικά άρα απωθούνται υπό την επίδραση της ηλεκτροστατικής δύναμης Coulomb \vec{F} η οποία δρα στην ευθεία που συνδέει τα δύο σωματίδια (2 μονάδες). Αυτό σημαίνει πως η κίνηση του σωματιδίου B θα αποκλίνει προς τα επάνω όπως φαίνεται στο σχήμα (1 μονάδα).



Το μέτρο της δύναμης Coulomb είναι αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης (2 μονάδες), άρα μεγαλώνει όσο το σωματίδιο B κινείται προς τα αριστερά και αυτό οδηγεί στην μεγαλύτερη καμπύλωση της τροχιάς όσο το B πλησιάζει το A.

Μονάδες 5

Σχόλιο για το Θέμα 16328 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σφαιρίδια στις αρχικές και τις τελικές θέσεις, τις ταχύτητες, τις δυνάμεις που δέχονται και τις αποστάσεις μεταξύ τους.

Σχόλια για το Θέμα 16329 :

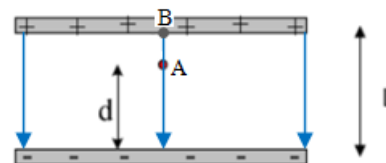
- 1) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν έχει μάζα ούτε κινείται ή επιταχύνεται.
Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : « . . . ένα σωματίδιο με θετικό φορτίο q_1 επιταχύνεται . . . », « . . . η μάζα του σωματιδίου είναι . . . », « . . . για τη μετακίνηση του σωματιδίου . . . ».
- 2) Στο ερώτημα 4.4 έπρεπε να δίνεται ότι η χρονική στιγμή που ξεκινά το σωματίδιο είναι $t_0 = 0$.
Αν η εκφώνηση έδινε τη μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$, τότε το μέτρο της επιτάχυνσης θα ήταν $a_1 = \frac{16}{9} \cdot 10^{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, η χρονική στιγμή που φτάνει στο B θα ήταν ακριβώς $t = \frac{3}{4} \cdot 10^{-9} \text{ s} = 7,5 \cdot 10^{-10} \text{ s}$ (δηλαδή $t^2 = \frac{9}{16} \cdot 10^{-18} \text{ s}^2$) και **δεν θα απαιτούνταν προσεγγίσεις.**
- 3) Η μονάδα έργου 1 eV (ηλεκτρονιοβόλτ) είναι εκτός διδακτέας ύλης.
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σωματίδια, τις επιταχύνσεις τους και την ταχύτητα του 1ου όταν φτάσει στο B.

Σχόλια για το Θέμα 16331 :

- 1) Οι διατυπώσεις : « . . . τα φορτία ισορροπούν . . . », « οι μάζες των φορτίων . . . », « . . . των ταχυτήτων που αποκτούν τα φορτία . . . » είναι λανθασμένες.
Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν έχει μάζα ή ταχύτητα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σφαιρίδια στις αρχικές και τις τελικές θέσεις, τις ταχύτητες, τις δυνάμεις που δέχονται και τις αποστάσεις μεταξύ τους.

Σχόλια για το Θέμα 16739 :

- 1) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν κινείται ούτε επιταχύνεται.
Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : « . . . για να συναντήσει το σωματίδιο τη μεταλλική πλάκα . . . », « . . . κατά την κίνηση του σωματιδίου . . . ».
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, τις δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίδιο και την επιτάχυνση που αποκτά.
 - β) στο ερώτημα 4.4 γράφει τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A, B : $V_{AB} = E_1 \cdot s = 50 \text{ V}$. Αυτό είναι **λάθος!**
Αφού το B είναι πιο κοντά στη θετική πλάκα από το A, άρα : $V_B > V_A \Rightarrow V_B - V_A = E_1 s = 50 \text{ V}$.
Επομένως : $V_{AB} = -V_{BA} = -50 \text{ V}$.
Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης είναι : $W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B) = (-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}) \cdot (-50 \text{ V}) = 10^{-4} \text{ J}$.



4.4. Όταν διπλασιαστεί η ένταση του πεδίου θα έχει μέτρο

$$E_1 = 2E = 2 \cdot 5 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Από το σημείο A μέχρι το σημείο συνάντησης, έστω B, του φορτίου με την θετική μεταλλική πλάκα η διαφορά δυναμικού είναι

$$V_{BA} = V_B - V_A = E_1 s = 50 \text{ V}$$

$$V_{AB} = E_1 s = 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 50 \text{ V} \quad (V_{AB} = -E_1 s = -50 \text{ V})$$

Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης από το A στο B είναι

$$W_{A \rightarrow B} = |q| V_{AB} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 50 \text{ V} = 10^{-4} \text{ J}$$

$$W_{AB} = q(V_A - V_B) = -2 \cdot 10^{-6} \cdot (-50) \text{ J} = 10^{-4} \text{ J}$$

Μονάδες 7

Σχόλιο για το Θέμα 16367 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στη σταγόνα, την επιτάχυνση, την ταχύτητα όταν φτάσει στη θετική πλάκα και την απόσταση που διάνυσε.

Σχόλιο για το Θέμα 17169 :

1) Στο ερώτημα 4.3 δεν διευκρινίζει η εκφώνηση ότι αναφέρεται στην αρχική **κινητική** ενέργεια του 1ου σωματιδίου.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 χρησιμοποιεί το σύμβολο ΔV για τη διαφορά δυναμικού. **Το ΔV είναι το σύμβολο της μεταβολής του δυναμικού.**

Κατά τη φορά των δυναμικών γραμμών το δυναμικό ελαττώνεται, άρα : $V_A > V_B$.

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A, B είναι : $V_{AB} = V_A - V_B = E \cdot d$.

Η μεταβολή του δυναμικού για την κίνηση αυτή είναι : $\Delta V = V_B - V_A = -V_{AB} = -E \cdot d$.

4.1. Το σωματίδιο δέχεται δύναμη \vec{F} για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow m\vec{a} = q\vec{E} \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) για το μέτρο της επιτάχυνσης έχουμε

$$a = \frac{qE}{m} \text{ και τελικά } a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (2)$$

Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έχουμε:

$$d = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s} \quad (3)$$

και $v = a \Delta t \xrightarrow{(2),(3)} v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4)$

Μονάδες 8

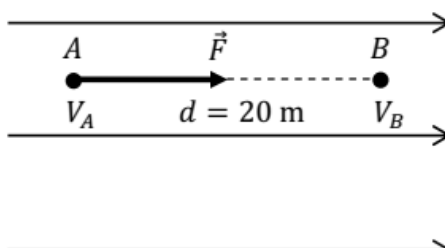
4.2. Μεταξύ της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B ισχύει η σχέση

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

και τελικά

$$\Delta V = 2 \cdot 10^4 \text{ V} \quad (5)$$
$$V_{AB} = E \cdot d = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$$
$$\Delta V = V_B - V_A = -V_{AB} = -2 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Μονάδες 4



Σχόλιο για το Θέμα 16170 :

Οι διατυπώσεις : «Αφήνουμε τα φορτία . . . ελεύθερα να κινηθούν», «Επαναφέρουμε τα φορτία . . . » δεν είναι σωστές.

Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίδιο.

Σχόλια για το Θέμα 17171 :

- 1) Στο ερώτημα 4.3 η εκφώνηση
 - α) αναφέρει « . . . ρυθμίζουμε το μηχανισμό που τα κρατά σε αυτή τη (κυκλική) διαδρομή . . . » (δηλαδή λειτουργεί ο μηχανισμός που διατηρεί τα σωματίδια στην κυκλική τροχιά), ενώ στη συνέχεια τα σωματίδια κινούνται στη διεύθυνση της διαμέτρου της τροχιάς !
 - β) δεν αναφέρει ότι οι ταχύτητες έχουν τέτοια φορά ώστε τα σωματίδια να απομακρύνονται.
- 2) Στο ερώτημα 4.4 πρέπει οι αρχικές ταχύτητες να είναι εφαπτομενικές στις κυκλικές ράγες και αντίρροπες, ώστε τα σωματίδια να είναι συνεχώς αντιδιαμετρικά.

Σχόλιο για το Θέμα 17172

Οι διατυπώσεις : «Ακινητοποιούμε τα φορτία . . . », « . . . αφήνουμε το q_1 ελεύθερο να κινηθεί», « . . . το φορτίο q_1 μπορεί να φτάσει στο άπειρο . . . » δεν είναι σωστές.
Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίδιο.

Σχόλια για το Θέμα 17478 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, το σωματίδιο στην αρχική και την τελική θέση, την απόσταση των δύο θέσεων, τη δύναμη που δέχεται, την επιτάχυνση και τις ταχύτητες στις δύο θέσεις.

Σχόλια για τα Θέματα 18608, 19536 :

- 1) Η μονάδα έργου – ενέργειας 1 eV (ηλεκτρονιοβόλτ) είναι εκτός διδακτέας ύλης.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, το σωματίδιο στην αρχική και την τελική θέση, την απόσταση των δύο θέσεων, τη δύναμη που δέχεται, την επιτάχυνση και την ταχύτητα στην τελική θέση.

β) Στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί το συμβολισμό $\overline{\frac{\Delta K}{\Delta t}}$ για το μέσο ρυθμό αύξησης της κινητικής ενέργειας. Ο μέσος ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας συμβολίζεται $\frac{\Delta K}{\Delta t}$, ενώ ο στιγμιαίος $\frac{dK}{dt}$.

Σχόλιο για το Θέμα 19490 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4 δεν βάζει τις απόλυτες τιμές στους ρυθμούς μεταβολής της ορμής των σωματιδίων.

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\left| \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \right| = F_1 \text{ και } \left| \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \right| = F_2, \text{ επομένως: } \left| \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \right| = K_C \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \Rightarrow \left| \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \right| = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

Μονάδες 5

Σχόλια για το Θέμα 19491 :

1) Η έκφραση «κατακόρυφο ηλεκτρικό πεδίο» είναι λάθος. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι κατακόρυφες.

2) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει ότι το σωματίδιο έχει θετικό φορτίο. Το «ειδικό φορτίο» είναι το πηλίκο της απόλυτης τιμής το φορτίου προς τη μάζα του σωματιδίου.

Η έννοια «ειδικό φορτίο» δεν υπάρχει στη θεωρία του σχολικού βιβλίου αλλά μόνο στο πρόβλημα 93 (σελ. 200 – 201), στο οποίο το ειδικό φορτίο του ηλεκτρονίου είναι το πηλίκο της απόλυτης τιμής του φορτίου e του ηλεκτρονίου προς τη μάζα του m_e .

93 Λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων μπαίνει με ταχύτητα $v_0 = 2 \times 10^7 \text{ m/s}$ στο πεδίο φορτισμένου επίπεδου πυκνωτή παράλληλα με τους οπλισμούς του. Η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι 80 V, η απόστασή τους είναι $d = 2 \text{ cm}$ και το μήκος τους είναι $l = 12 \text{ cm}$. Να βρεθεί η απόκλιση της δέσμης κατά την έξοδό της από το πεδίο του καθώς και η διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου εισόδου και του σημείου εξόδου. Δίνεται το ειδικό φορτίο του ηλεκτρονίου

$$\frac{e}{m_e} = 1,75 \times 10^{11} \text{ C / kg.}$$

Σχόλιο για το Θέμα 20896 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 δεν βάζει την απόλυτη τιμή στον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σωματιδίου.

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής ορμής ισούται με το μέτρο της συνισταμένης δύναμης. Άρα:

$$\left| \frac{\Delta P}{\Delta t} \right| = F \Rightarrow \left| \frac{\Delta P}{\Delta t} \right| = 3,2 \text{ kg m/s}^2$$

Σχόλια για το Θέμα 20898 :

1) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν έχει ταχύτητα ή ορμή.

2) Στο ερώτημα 4.3 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητά μόνο το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής ή ζητά και την κατεύθυνσή του.

3) Στο ερώτημα 4.4 η διατύπωση «Για ποιες τιμές της αρχικής ταχύτητάς του, το φορτίο q καταλήγει σε άπειρη απόσταση από το Q » είναι ασαφής.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι «Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης αρχικής ταχύτητας με την οποία πρέπει να εκτοξευτεί το σφαιρίδιο ώστε να φτάσει σε άπειρη απόσταση από το Q ».

4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.3 υπολογίζει το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής χωρίς να το αναφέρει και δεν βάζει την απόλυτη τιμή στον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σωματιδίου.

4.3.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma \vec{F} \Rightarrow \left| \frac{dP}{dt} \right| = F'_{\eta\lambda} = \frac{K_c \cdot |Q| \cdot |q|}{r'^2} \Rightarrow \left| \frac{dP}{dt} \right| = 22,5 \text{ kg m/s}^2$$

Η κατεύθυνση του ρυθμού μεταβολής της ορμής $\frac{d\vec{P}}{dt}$ είναι από το φορτίο q προς το φορτίο Q .

Σχόλια για το Θέμα 21398 :

- 1) Στο ερώτημα 4.1 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητείται μόνο το μέτρο ή και η κατεύθυνση της επιτάχυνσης.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη δύναμη που δέχεται το σωματίδιο, την επιτάχυνση, την αρχική ταχύτητα την απόσταση μέχρι να σταματήσει και την ταχύτητα όταν επιστρέφει στο Ο.
 - β) στο ερώτημα 4.1 υπολογίζει μόνο το μέτρο της επιτάχυνσης και δεν καθορίζει την κατεύθυνσή της.
 - γ) στο ερώτημα 4.3 δεν κάνει ολοκληρωμένη περιγραφή της κίνησης του σωματιδίου μέχρι να επιστρέφει στο Ο.Η κίνηση του σωματιδίου μέχρι να σταματήσει (στιγμιαία) είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη ενώ όταν επιστρέφει στο Ο είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

4.1. Η επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο οφείλεται μόνο στην ηλεκτροστατική δύναμη, οπότε από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{E|q|}{m} = \frac{10^5 \cdot |-10^{-2}| \text{ m}}{10^{-3} \text{ s}^2} = 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σωματίδιο από την αρχή Ο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία, έστω μέχρι το σημείο Α.

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \Leftrightarrow 0 - \frac{mv_0^2}{2} = qV_{OA} \Leftrightarrow V_{OA} = -\frac{mv_0^2}{2q} \Leftrightarrow$$

$$V_{OA} = -\frac{10^{-3}(4 \cdot 10^3)^2}{2(-10^{-2})} \text{ V} = 8 \cdot 10^5 \text{ Volt}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σωματίδιο θα επιστρέψει στην αρχική του θέση όταν θα βρεθεί στην θέση $x = 0$. Επειδή το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό, δέχεται ηλεκτρική δύναμη ^{αντίρροπη} ~~αντίθετη~~ με την αρχική ταχύτητα και ^{μέχρι να σταματήσει στιγμιαία και στη συνέχεια επιταχύνεται προς την αρνητική φορά.} επιβραδύνεται ομαλά. Έχουμε

Τη στιγμή που επιστρέφει στο Ο ισχύει : $x = 0$.

$$x = v_0 t - \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow 0 = t \left(v_0 - \frac{at}{2} \right) \Leftrightarrow t = 0 \text{ (αρχή)} \text{ ή } v_0 - \frac{at}{2} = 0$$

Η πρώτη λύση αντιστοιχεί στην αρχική θέση του σωματιδίου. Από την δεύτερη λύση προκύπτει

$$v_0 = \frac{at}{2} \Leftrightarrow t = \frac{2v_0}{a} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^3}{10^6} \text{ s} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει το σωματίδιο στην αρχική θέση μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά ^{μεταβαλλόμενη} ~~επιβραδυνόμενη~~ κίνηση.

$$v = v_0 - at = v_0 - a \left(\frac{2v_0}{a} \right) = v_0 - 2v_0 = -v_0 = -4 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά έχουμε

$$\Delta P = mv - mv_0 = m(-v_0) - mv_0 = -2mv_0 = -2 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = -8 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Κατά συνέπεια, το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου είναι $8 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Μονάδες 7

Σχόλια για το Θέμα 21598 :

- 1) Στο ερώτημα 4.1 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητείται μόνο το μέτρο ή και η κατεύθυνση της έντασης και της δύναμης.
- 2) Το βάρος του σωματιδίου έχει μέτρο $B = mg \cong 2 \cdot 10^{-2} \text{ N}$, δηλαδή $B \cong F$.
Επομένως, **η βαρυτική δύναμη είναι σημαντική και θα έπρεπε να ληφθεί υπ' όψη.**
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δύο πλάκες και τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, τη δύναμη που δέχεται το σωματίδιο από το πεδίο, την απόσταση των σημείων Α, Γ και την ταχύτητα του σωματιδίου στο Γ.

Σχόλια για το Θέμα 21604 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 γράφει : «Εάν αφήσουμε ελεύθερο το ηλεκτρικό φορτίο q θα ασκηθεί σε αυτό ηλεκτρική δύναμη . . . ».
Στο φορτισμένο σωματίδιο ασκείται ηλεκτρική δύναμη είτε συγκρατείται είτε είναι ελεύθερο να κινηθεί.

Σχόλια για το Θέμα 21670 :

- 1) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν έχει μάζα ούτε ταχύτητα ή επιτάχυνση.
Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «Τοποθετούμε στο σημείο Α ένα σωματίδιο με φορτίο q . . . », « . . . η μάζα του σωματιδίου είναι $m = 1 \text{ g}$ », « . . . την ταχύτητα που θα αποκτήσει το σωματίδιο . . . », « . . . την επιτάχυνση του σωματιδίου . . . ».
- 2) Το 1 C είναι πολύ μεγάλη ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου.
Είναι αδύνατο ένα σωματίο με μάζα 1 g να αποκτήσει φορτίο 2 C.
Η διηλεκτρική αντοχή του αέρα είναι $E_{\max} = 3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$.
Μία μεταλλική σφαίρα (που περιβάλλεται από αέρα) για να συγκρατήσει φορτίο 2 C πρέπει να έχει ακτίνα τουλάχιστον 77,5 m !
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ζ, τη δυναμική γραμμή που διέρχεται από αυτά, τη δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο, την επιτάχυνση που αποκτά και την ταχύτητά του στο Ζ.

Σχόλια για το Θέμα 21822 :

- 1) Στο ερώτημα 4.2 δεν είναι σαφές αν ζητείται η μεταβολή της ορμής στο χρονικό διάστημα που το 2ο σωματίδιο είναι ακίνητο ή (και) στο χρονικό διάστημα που κινούνται και τα δύο.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σωματίδια στις αρχικές θέσεις, τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης, την αρχική ταχύτητα του Σ_1 , τις ταχύτητές τους τη στιγμή που η απόσταση μεταξύ τους είναι ελάχιστη και την ελάχιστη απόσταση d_{\min} .

Σχόλιο για το Θέμα 21990 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σωματίδια στις αρχικές θέσεις, τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης, τις ταχύτητές τους τη στιγμή που εκτοξεύονται από άπειρη απόσταση και την ελάχιστη απόσταση d_{\min} .
- 2) στο ερώτημα 4.3 δεν δικαιολογεί γιατί οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής έχουν ίσα μέτρα.

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη (2ος νόμος Newton). Αφού οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης έχουν ίσα μέτρα (3ος νόμος του Newton), άρα και

$$\text{οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής έχουν ίσα μέτρα : } F_1 = F_2 \Leftrightarrow \left. \frac{dp_1}{dt} \right|_{t_1} = \left. \frac{dp_2}{dt} \right|_{t_1} .$$

4.3. Από τη σχέση (1) έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow \vec{P}_1 = -\vec{P}_2, \text{ για κάθε χρονική στιγμή}$$

Επομένως για τα μέτρα του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου ισχύει

$$\left| \frac{\Delta\vec{P}_1}{\Delta t} \right|_{t_1} = \left| \frac{\Delta\vec{P}_2}{\Delta t} \right|_{t_1} = \left| \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \right|_{t_1}$$

Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\left| \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \right|_{t_1} = \Sigma F \Rightarrow \left| \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \right|_{t_1} = F_{\eta\lambda\epsilon\kappa} \Rightarrow \left| \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \right|_{t_1} = k_c \frac{Q_1 Q_2}{(2r)^2}$$

και τελικά

$$\left| \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \right|_{t_1} = 90 \text{ N}$$

Μονάδες 6

Σχόλια για το Θέμα 22075 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις σφαίρες στις αρχικές θέσεις, τις δυνάμεις που ασκούνται στη 2η σφαίρα, τις αποστάσεις της 2ης σφαίρας από την αρχική θέση και από το έδαφος στις άλλες δύο χαρακτηριστικές θέσεις της κίνησης.

Σχόλια για το Θέμα 22166 :

- 1) Το 1 C είναι πολύ μεγάλη ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου.

Είναι αδύνατο ένα σώματιο με μάζα 20 g να αποκτήσει φορτίο 2 C.

- 2) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.

Οι εκφράσεις «το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει το φορτίο . . . », «την ταχύτητα του φορτίου . . . ». «συγκρούεται πλαστικά με το κινούμενο φορτίο . . . » είναι λανθασμένες.

- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις φορτισμένες πλάκες και τις δυναμικές γραμμές, το σώματιο στις θέσεις Α, Γ, τη δύναμη που δέχεται από το πεδίο, την ταχύτητά του πριν την κρούση και την ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση, τις αποστάσεις των σωμάτων από τις πλάκες . . .

Σχόλιο για το Θέμα 22516 :

Η διατύπωση «οριζόντιο ηλεκτρικό πεδίο» είναι λάθος.
Οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου είναι οριζόντιες.

Σχόλια για το Θέμα 22521 :

- 1) Η έννοια του ηλεκτρονιοβόλτ (eV) είναι εκτός διδακτέας ύλης.
- 2) Η διατύπωση «το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο που μετακινείται» δεν είναι σωστή.
Η εκφώνηση αναφέρεται στο στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο (την απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου).
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις φορτισμένες πλάκες και τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, τη δύναμη που δέχεται το ηλεκτρόνιο και τις δύο κινήσεις που εκτελεί.

Βαρυτικό πεδίο

Σχόλια για τα Θέματα 15893, 15894 :

- 1) Δεχόμαστε ότι η Γη είναι ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_T .
Οι βαρυτικές δυνάμεις από τα υπόλοιπα ουράνια σώματα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
- α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη και το σώμα τη στιγμή της εκτόξευσης και τη στιγμή που βγαίνει από το πεδίο βαρύτητας καθώς και τις ταχύτητες του σώματος σε αυτές τις θέσεις.
- β) αντικαθιστά το γινόμενο GM_T με το γινόμενο $g_0 R_T^2$, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.

Σχόλιο για το Θέμα 16074 :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.

Σχόλιο για το Θέμα 16076 :

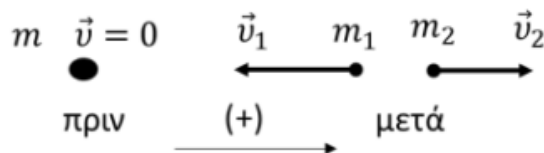
- 1) Δεχόμαστε ότι η Γη είναι ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_T .
Οι βαρυτικές δυνάμεις από τα υπόλοιπα ουράνια σώματα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
- α) αντικαθιστά το γινόμενο GM_T με το γινόμενο $g_0 R_T^2$, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση.
- β) στο ερώτημα 4.3 γράφει : $\Sigma \vec{F}_{εξ} \cong 0$. Αυτό είναι λάθος !

Στη διάρκεια της διάσπασης ασκούνται στο σύστημα βαρυτικές δυνάμεις, άρα $\Sigma \vec{F}_{εξ} \neq 0$.

Επειδή $\Delta t \cong 0 \Rightarrow \Sigma \vec{F}_{εξ} (\Delta t) \cong 0 \Rightarrow \Delta \vec{p}_{ολ} \cong 0 \Rightarrow \vec{p}_{ολ} \cong$ σταθερή.

4.3. Κατά τη διάρκεια της διάσπασης το σύστημα θεωρείται μονωμένο.
Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.

$$\Sigma \vec{F}_{εξ} \cong 0 \Rightarrow \vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά} \Rightarrow 0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1} \Rightarrow v_1 = 12 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$



Σχόλια για το Θέμα 16077 :

- 1) Δεχόμαστε ότι οι δύο πλανήτες είναι ακίνητοι και ομογενείς.
- 2) Η ελάχιστη ταχύτητα εκτόξευσης **δεν είναι η ταχύτητα διαφυγής** \vec{v}_δ από την επιφάνεια του Π_2 .
- 3) **Αν το σώμα εκτοξευτεί με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 800 \frac{m}{s}$** , τότε τη στιγμή που θα φτάσει στο Σ θα μηδενιστεί η ταχύτητά του. Αφού η ένταση του πεδίου βαρύτητας στο Σ είναι μηδενική, το σώμα θα παραμείνει ακίνητο στο σημείο Σ και **δεν θα φτάσει στην επιφάνεια του Π_1** .
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) αντικαθιστά το γινόμενο GM_1 με το γινόμενο $g_{0,1}R_1^2$, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.
 - β) συμβολίζει το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής με $\frac{\Delta p}{\Delta t}$.

Το μέτρο του (στιγμιαίου) ρυθμού μεταβολής της ορμής συμβολίζεται με $\frac{|dp|}{dt}$.

4.3. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο A είναι ίσο με:

$$V_A = V_1 + V_2 \Rightarrow V_A = -\frac{GM_1}{\ell - R_2} - \frac{GM_2}{R_2} \Rightarrow V_A = -\frac{g_{0,1}R_1^2}{30R_1} - \frac{9g_{0,1}R_1^2}{10R_1} \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{28g_{0,1}R_1}{30} \Rightarrow V_A = -56 \cdot 10^4 \frac{J}{kg}$$

Η ελάχιστη ταχύτητα \vec{v}_δ με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε ένα σώμα μάζας $m = 3 \text{ Kg}$ από την επιφάνεια του πλανήτη Π_2 για να φτάσει στον πλανήτη Π_1 αντιστοιχεί σε μηδενική ταχύτητα του σώματος στο σημείο Σ αφού στη συνέχεια θα επιταχυνθεί προς την επιφάνεια του πλανήτη Π_1 λόγω της ισχυρότερης βαρυτικής έλξης που δέχεται από αυτόν.

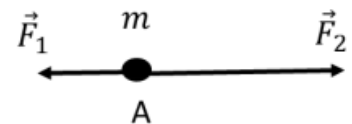
Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το A στο Σ .

$$\Delta K = W_{(A) \rightarrow (\Sigma)} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv_\delta^2 = m(V_A - V_\Sigma) \Rightarrow v_\delta = \sqrt{2(V_\Sigma - V_A)} \Rightarrow v_\delta = 800 \frac{m}{s}$$

4.4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m αμέσως μετά την εκτόξευσή του από τον πλανήτη Π_2 είναι ίσος με τη συνισταμένη βαρυτική έλξη που δέχεται στο σημείο A.

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = F_2 - F_1 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{GM_2 m}{R_2^2} - \frac{GM_1 m}{(\ell - R_2)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{9GM_1 m}{100R_1^2} - \frac{GM_1 m}{900R_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{9g_{0,1}R_1^2 m}{100R_1^2} - \frac{g_{0,1}R_1^2 m}{900R_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{8mg_{0,1}}{90} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = 1,6 \text{ N}$$



Μονάδες 8

Μονάδες 5

Σχόλια για το Θέμα 16091 :

- 1) Η διατύπωση «οι δύο δορυφόροι ξεκινούν τη χρονική στιγμή $t = 0$ από το ίδιο σημείο» δεν είναι σωστή, αφού οι δορυφόροι κινούνται σε κυκλική τροχιά με ταχύτητες σταθερού μέτρου.
Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «Οι δύο δορυφόροι **εκτοξεύτηκαν** τη χρονική στιγμή $t = 0$ από το ίδιο σημείο με αντίθετες ταχύτητες».
- 2) Οι ταχύτητες των δορυφόρων είναι αντίθετες μόνο τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης και τη στιγμή της σύγκρουσης.
- 3) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη, τους δορυφόρους τη στιγμή $t = 0$ και τη στιγμή που συναντώνται, τις δυνάμεις που δέχονται και τις ταχύτητές τους.
 - β) στο ερώτημα 4.4 γράφει ότι «στη διεύθυνση κίνησης στην διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις . . . οπότε θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής».
Στους δύο δορυφόρους ασκούνται συνεχώς οι βαρυτικές δυνάμεις από τη Γη οι οποίες μεταβάλλουν τις διευθύνσεις των ορμών τους.
Η διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη άρα οι εξωτερικές (βαρυτικές) δυνάμεις δεν προκαλούν σημαντική μεταβολή στην ορμή του συστήματος. Επομένως ισχύει (κατά προσέγγιση) η αρχή διατήρησης της ορμής.

Σχόλια για το Θέμα 16092 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη, την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση.

Σχόλια για το Θέμα 16112 :

- 1) Η διατύπωση «να επιβεβαιώσετε έτσι πως η βαρύτητά του είναι παρόμοια με αυτήν της Γης» είναι ασαφής.
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να συγκρίνετε το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του πλανήτη με το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης».
- 2) Γεωσύγχρονοι ονομάζονται οι δορυφόροι που περιφέρονται γύρω από τη Γη με περίοδο περιφοράς ίση με την περίοδο περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της ($T_8 \cong 24 \text{ h}$).
Δεν έχει νόημα ο όρος «γεωσύγχρονος» για ένα δορυφόρο άλλου πλανήτη εκτός από τη Γη.
- 3) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο πλανήτης θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα και βρίσκεται πολύ μακριά από άλλα ουράνια σώματα.

Σχόλια για το Θέμα 16124 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_T .
Η επίδραση των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνεται υπ' όψη.
- 2) Η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί, αφού ένα σημαντικό ποσοστό της μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας (θερμική, ηχητική, φωτεινή κ.λ.π.). Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά την αύξηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της έκρηξης.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη, την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται, την ταχύτητά του πριν τη διάσπαση και τις ταχύτητες των δύο κομματιών αμέσως μετά τη διάσπαση.
 - β) στο ερώτημα 4.3 υπολογίζει το λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$.

Όμως, για να προκύψει αυτό το αποτέλεσμα πρέπει η αντικατάσταση $\sqrt{2} = 1,4$ να γίνει στο τέλος, μετά τη ρητοποίηση του παρονομαστή.

Αν η αντικατάσταση $\sqrt{2} = 1,4$ γίνει από την αρχή (αμέσως μετά την εφαρμογή της ΑΔΟ), τότε ο λόγος των μαζών προκύπτει $\frac{m_1}{m_2} \cong 0,214$.

Η προσέγγιση αυτή επηρεάζει φυσικά και την απάντηση στο επόμενο ερώτημα.

Σχόλια για τα Θέματα 16202 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη και τον μετεωρίτη τη στιγμή που εισέρχεται στο πεδίο βαρύτητας, στην ατμόσφαιρα της Γης και τη στιγμή που φτάνει στην επιφάνειά της και τις ταχύτητες του σώματος σε αυτές τις θέσεις.
- β) στο ερώτημα 4.2 υπολογίζει το μέτρο της ταχύτητας : $v_1 = 4,8 \cdot 10^{3,5}$ m/s.
Όμως, δεν συνηθίζεται απάντηση με δεκαδικό εκθέτη.

Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που εισέρχεται στην ατμόσφαιρα είναι $v_1 = 4800\sqrt{10}$ m/s.

Σχόλιο για τα Θέματα 16203 :

- 1) Οι βαρυτικές δυνάμεις από τα υπόλοιπα ουράνια σώματα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας αντικαθιστά το γινόμενο GM_T με το γινόμενο $g_0 R_T^2$, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.

Σχόλια για το Θέμα 16205 :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει ότι η ταχύτητα του σώματος m_1 μετά την εκτόξευση αναφέρεται ως προς τον πλανήτη (και όχι ως προς το διαστημικό όχημα).
- 2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο πλανήτης θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
Οι επιδράσεις των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλια για τα Θέματα 16201 :

- 1) Δεχόμαστε ότι η Γη είναι ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} .
Οι βαρυτικές δυνάμεις από τα υπόλοιπα ουράνια σώματα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
- α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη και το σώμα τη στιγμή της εκκίνησης, τη στιγμή που φτάνει σε ύψος h και τη στιγμή που βγαίνει από το πεδίο βαρύτητας, την επιτάχυνση καθώς και τις ταχύτητες του σώματος σε αυτές τις θέσεις.
- β) στο ερώτημα 4.3 χρησιμοποιεί το σύμβολο F (αντί του ΣF) για το μέτρο της συνισταμένης δύναμης.
- γ) στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί για το χρόνο και για το ύψος, τα ίδια σύμβολα (t, h) που είχε και στο ερώτημα 4.3.

4.1. Τη στιγμή που σταματάει η λειτουργία του προωθητικού μηχανισμού, το διαστημικό όχημα έχει ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διαφυγής v_{δ} από το πεδίο βαρύτητας της Γης και από το ύψος που βρίσκεται τότε από την επιφάνειά της. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του οχήματος από το σημείο εκείνο μέχρι την έξοδό του από το πεδίο της Γης:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\delta}^2 - \frac{G \cdot M_{\Gamma} \cdot m}{R_{\Gamma} + h} = 0 \text{ και επειδή } h = R_{\Gamma} \text{ και } G \cdot M_{\Gamma} = g_0 \cdot R_{\Gamma}^2 \text{ προκύπτει:}$$

$$v_{\delta} = \sqrt{g_0 \cdot R_{\Gamma}} = 8000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

4.2. Επειδή το όχημα κινείται με σταθερή επιτάχυνση, δέχεται σταθερή συνισταμένη δύναμη με τη δράση του προωθητικού μηχανισμού, για την οποία σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής ισχύει:

$\Sigma F = m \cdot a$. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του οχήματος μέχρι να σταματήσει ο προωθητικός μηχανισμός:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\delta}^2 = \Sigma F \cdot h = m \cdot a \cdot h \text{ οπότε } a = \frac{v_{\delta}^2}{2 \cdot h} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Μονάδες 6

4.3. $v_{\delta} = a \cdot t$ άρα $t = 1600 \text{ s}$

Μονάδες 6

4.4. Στη χρονική διάρκεια που ζητήθηκε, δεν έχει ακόμη σταματήσει ο προωθητικός μηχανισμός. Έτσι ισχύει:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 = 3,2 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Τότε η δυναμική ενέργεια του οχήματος είναι:

$$U = -G \frac{M_{\Gamma} \cdot m}{R_{\Gamma} + h_1} = -\frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}^2 \cdot m}{R_{\Gamma} + h_1} = -1,28 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Μονάδες 7

Σχόλιο για το Θέμα 16327 :

- Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} .
Η επίδραση των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων και η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλια για το Θέμα 16332 :

- 1) Η εκφώνηση δεν έχει αριθμητικά δεδομένα.
- 2) Οι διατυπώσεις : «να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας», «να προσδιορίσετε την περίοδο περιστροφής» είναι ασαφείς.
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της ταχύτητας και την περίοδο περιστροφής του δορυφόρου με το μέτρο της έντασης g_0 και την ακτίνα της Γης R_Γ .
- 3) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_Γ .
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με την τροχιά του δορυφόρου γύρω από τη Γη, τη δύναμη που δέχεται, την ταχύτητά του πριν τη διάσπαση, τις ταχύτητες των δύο κομματιών αμέσως μετά τη διάσπαση.

Σχόλια για το Θέμα 16460 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_Γ .
Η επίδραση των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνεται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση.
 - β) στο ερώτημα 4.2 παρέλειψε τον υπολογισμό της περιόδου περιφοράς του δορυφόρου.

4.2. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου θα είναι

$$\text{Περίοδος περιφοράς } T = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{v} = \frac{8\pi R_\Gamma}{v} = 12,8\pi \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$u = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}} = \frac{\sqrt{g_0 R_\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}}}{2} = 4 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

Σχόλια για το Θέμα 16461 :

- 1) Οι διατυπώσεις «τοποθετούμε μια μάζα», «αν οι μάζες αφεθούν ελεύθερες» δεν είναι σωστές.
Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.
- 2) Στο ερώτημα 4.3 ζητείται το έργο του πεδίου βαρύτητας των δύο σφαιρών με μάζες m_1 , m_2 .
- 3) Οι βαρυτικές δυνάμεις μεταξύ των σωμάτων είναι εξαιρετικά ασθενείς ($F \sim 10^{-10}$ N), οι επιταχύνσεις και οι τελικές ταχύτητες εξαιτίας αυτών των δυνάμεων ασήμαντες ($a \sim 10^{-10}$ m/s², $v \sim 10^{-5}$ m/s).
Για να μετακινηθούν τα σώματα από τις αρχικές στις τελικές θέσεις θα χρειάζονταν τουλάχιστον δύο ημέρες, έστω και αν το δάπεδο ήταν εντελώς λείο.
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει τα σχήματα με τις δύο σφαίρες και τις μεταξύ τους βαρυτικές δυνάμεις, το τρίτο σώμα μάζας m_3 , τις αποστάσεις μεταξύ τους, τις ταχύτητες των σφαιρών όταν αρχίσουν να κινούνται.

Σχόλια για το Θέμα 16492 :

- 1) Η μάζα της Γης δεν είναι δυνατό να μετρηθεί, αλλά έχει υπολογιστεί από αστρονομικά δεδομένα.
2) Με βάση τα δεδομένα της εκφώνησης, από τη σχέση $g_0 = G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ προκύπτει για την ένταση του πεδίου

βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης η τιμή $g_0' = 9,77 \text{ m/s}^2$, ενώ η εκφώνηση δίνει ότι $g_0 = 10 \text{ m/s}^2$.

Άρα, υπάρχει ασυμφωνία στα δεδομένα της εκφώνησης.

Η εκφώνηση δεν έπρεπε να δίνει την τιμή της σταθεράς της βαρύτητας G.

Επομένως, αν χρησιμοποιηθεί η τιμή $g_0 = 10 \text{ m/s}^2$ κατά τη λύση της άσκησης, δεν πρέπει να χρησιμοποιηθεί η τιμή της σταθεράς της βαρύτητας G.

- 3) Η εκφώνηση δεν αναφέρει σαφώς ότι το σώμα κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη στο νέο ύψος.
4) Η διατύπωση «Να βρείτε το ύψος της νέας τροχιάς στο οποίο μεταπίπτει ο δορυφόρος» δεν είναι σωστή. Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να υπολογίσετε την απόσταση του δορυφόρου από την επιφάνεια της Γης όταν κινείται στη νέα κυκλική τροχιά».
5) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
Η επίδραση των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνεται υπ' όψη.
6) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση. β) αντικαθιστά το γινόμενο GM_Γ με το γινόμενο $g_0 R_\Gamma^2$, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση. γ) στο ερώτημα 4.2 δεν γράφει την τελική σχέση $E_M = \frac{1}{2} m_\Sigma V_\Sigma$ στην οποία κάνει την αριθμητική αντικατάσταση.

4.1. Η ένταση στο σημείο Σ της τροχιάς του δορυφόρου είναι :

$$g_\Sigma = G \frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{10 \cdot (6,4 \cdot 10^6)^2}{(9 \cdot 10^6)^2} = \frac{409,6}{81} = 5,06 \text{ m/s}^2$$

με διεύθυνση, την διεύθυνση της ακτίνας και φορά προς το κέντρο της Γης.

Για το δυναμικό ισχύει:

$$V_\Sigma = -G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h} = -\frac{10 \cdot (6,4 \cdot 10^6)^2}{9 \cdot 10^6} = -45,5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Η μηχανική ενέργεια είναι το άθροισμα δυναμικής και κινητικής ενέργειας στο ύψος αυτό.

Η δυναμική ενέργεια είναι:

$$U_\Sigma = -G \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h}$$

Για την κινητική ενέργεια:

Από την κυκλική κίνηση είναι $\Sigma F = F_\kappa \Leftrightarrow F_g = F_\kappa$

$$G \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{m_\Sigma \cdot u^2}{R_\Gamma + h} \Leftrightarrow G \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = m_\Sigma \cdot u^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2} \cdot m_\Sigma \cdot u^2 = K_\Sigma$$

$$E_M = U_\Sigma + K_\Sigma = -G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = -\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2} V_\Sigma m_\Sigma$$

$$E_M = -\frac{1}{2} \cdot 45,5 \cdot 10^6 \cdot 450 = -1,02 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Σχόλια για το Θέμα 16493 :

1) Η εκφώνηση

α) χρησιμοποιεί το ίδιο σύμβολο h για δύο διαφορετικά ύψη.

β) δεν αναφέρει ότι η Σελήνη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα και ότι οι επιδράσεις των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

2) Η άσκηση απαιτεί πολύπλοκους υπολογισμούς και δεν είναι κατάλληλη για θέμα εξετάσεων.

4.1. Η ένταση του βαρυντικού πεδίου στην επιφάνεια της Σελήνης, δίνεται:

$$g_{\Sigma} = G \cdot \frac{M_{\Sigma}}{R_{\Sigma}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \cdot 7,4 \cdot 10^{22} \text{ Kg}}{(1750 \cdot 10^3)^2 \text{ m}^2} = 1,6 \text{ m/s}^2$$

Μονάδες 5

4.2. Η δύναμη που ασκεί η σεληνάκατος στην Σελήνη προκύπτει από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης:

$$F = G \cdot \frac{M_{\Sigma} \cdot m_{\Delta}}{(R_{\Sigma} + h)^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 7,4 \cdot 10^{22} \text{ Kg} \cdot 5000 \text{ Kg}}{(3 \cdot 10^6)^2 \text{ m}^2} = 2742 \text{ N}$$

Η δυναμική ενέργεια της σεληνακάτου όταν βρίσκεται σε ύψος h είναι:

$$U = -G \cdot \frac{M_{\Sigma} \cdot m_{\Delta}}{R_{\Sigma} + h} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 7,4 \cdot 10^{22} \text{ Kg} \cdot 5000 \text{ Kg}}{3 \cdot 10^6 \text{ m}^2} = -82,2 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Μονάδες 6

4.3. Το εξάρτημα αποκολλάται σε ύψος $h = 120 \text{ m}$ και ενώ η σεληνάκατος κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα $u = 10 \text{ m/s}$. Άρα και αυτό έχει εκείνη τη στιγμή την ίδια ταχύτητα. Λόγω της έλλειψης ατμόσφαιρας και άρα τριβών, μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα με την οποία φθάνει στην επιφάνεια με την βοήθεια του Θ.Ε.Ε.:

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_W$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{\Delta} \cdot u_{\text{τελ}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_{\Delta} \cdot u_{\text{αρχ}}^2 = m_{\Delta} \cdot g_{\Sigma} \cdot h \Leftrightarrow u_{\text{τελ}}^2 = 2 \cdot g \cdot h + u_{\text{αρχ}}^2$$

$$u_{\text{τελ}} = \sqrt{2 \cdot g_{\Sigma} \cdot h + u_{\text{αρχ}}^2} = \sqrt{484} = 22 \text{ m/s}$$

Μονάδες 7

4.4. Μετά την αποκόλληση, η μεν σεληνάκατος συνεχίζει να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα $u=10\text{m/s}$ ενώ το εξάρτημα **επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση g_{Σ} από την αρχική ταχύτητα u** . Η επιτάχυνση g_{Σ} θεωρείται σταθερή λόγω του μικρού ύψους από το οποίο έγινε η αποκόλληση.

Άρα το εξάρτημα θα φθάσει γρηγορότερα στην επιφάνεια της Σελήνης.

Ο χρόνος για να διανύσει τα 120m η σεληνάκατος είναι :

$$t_{\text{σελην}} = \frac{h}{u} = \frac{120\text{m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 12 \text{ s}$$

Αντίστοιχα, για το εξάρτημα που εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, είναι:

$$u_{\text{τελ}} = u + g_{\Sigma} \cdot t$$

$$h = u \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g_{\Sigma} \cdot t^2$$

Με δεδομένο τον υπολογισμό της ταχύτητας από το προηγούμενο ερώτημα:

$$u_{\text{τελ}} = u + g_{\Sigma} \cdot t_{\text{εξαρτ}} \Leftrightarrow 22 = 10 + 1,6 \cdot t \Leftrightarrow t_{\text{εξαρτ}} = 7,5 \text{ s}$$

Οπότε η ζητούμενη χρονική διαφορά θα είναι

$$\Delta t = t_{\text{σελην}} - t_{\text{εξαρτ}} = 4,5 \text{ s}$$

Σχόλια για το Θέμα 16702 :

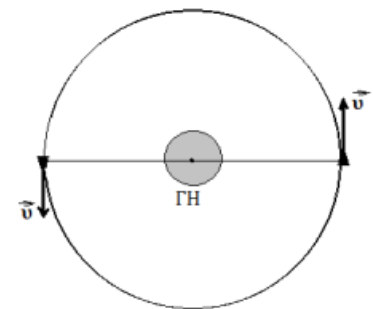
- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας $M_{Γ}$.
Η επίδραση των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνεται υπ' όψη.
- 2) Στο ερώτημα 4.3 δεν διευκρινίζεται αν ζητείται η διανυσματική μεταβολή της ορμής ή το μέτρο της μεταβολής της ορμής.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) στο ερώτημα 4.3 δεν σχεδιάζει στο σχήμα τη δύναμη που δέχεται ο δορυφόρος.
Κατά τον υπολογισμό της μεταβολής της ορμής, **εξιτώνει το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής με το μέτρο της**. Αυτό είναι λάθος!
Η αλγεβρική μεταβολή της ορμής είναι : $\Delta p = p_{τελ} - p_{αρχ} = mv - (-mv) = 2mv = 16 \cdot 10^6 \text{ g}\cdot\text{m/s}$,
όπου : $p_{τελ} = mv$ και $p_{αρχ} = -mv$ οι αλγεβρικές τιμές της ορμής του δορυφόρου.
 - β) στο ερώτημα 4.4 δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση.

4.3. Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$, ο δορυφόρος έχει περιστραφεί κατά ένα ημικύκλιο (όπως φαίνεται στο σχήμα), συνεπώς:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ} = mv - (-mv) = 2mv = 16 \cdot 10^6 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

Αφού οι ορμές είναι αντίρροπες, ισχύει (αλγεβρικά) :

$$\Delta p = p_{τελ} - p_{αρχ} = mv - (-mv) = 2mv = 16 \cdot 10^6 \text{ Kg}\cdot\text{m/s}$$



Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow mv + (-m_1v_1) = (m + m_1)V \Rightarrow V = \frac{mv - m_1v_1}{m + m_1} \Rightarrow V = -4 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (\text{μονάδες 3})$$

Το συσσωμάτωμα θα παραμείνει σε τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης γιατί όπως βλέπουμε από τη σχέση $v = \sqrt{\frac{GM_{Γ}}{r}}$, που αποδείξαμε προηγουμένως, η ταχύτητα ενός δορυφόρου εξαρτάται μόνο από την απόσταση από το κέντρο της Γης. Συνεπώς, αφού υπολογίσαμε ότι τα μέτρα των ταχυτήτων v και V του δορυφόρου και του συσσωματώματος αντίστοιχα είναι ίσα, το συσσωμάτωμα θα εκτελεί κυκλική τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης, με αντίθετη φορά όμως περιστροφής από αυτήν του δορυφόρου.

(μονάδες 3)

Μονάδες 6

Σχόλια για το Θέμα 16740 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο Δίας θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τον Δία, την τροχιά της Ιούς, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά της σε μία θέση.
 - β) στο ερώτημα 4.1 υπολογίζει το μέτρο της ταχύτητας της Ιούς, θεωρώντας γνωστή τη μάζα του Δία!
Η μάζα του Δία είναι άγνωστη και ζητείται στο ερώτημα 4.2.

Η ταχύτητα της Ιούς υπολογίζεται από τη σχέση : $u_I = \frac{2\pi R_I}{T_I}$.

- γ) στο ερώτημα 4.3 υπολογίζει το **πηλίκο** των περιόδων 1,95 **ημέρες!** Αυτό είναι λάθος!
Το πηλίκο των περιόδων είναι 0,512 (αριθμός) και η περίοδος περιφοράς της Ευρώπης είναι (περίπου) 3,066 ημέρες.
- δ) στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Ιούς, χωρίς να λάβει υπ' όψη τη βαρυτική επίδραση του Δία! Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας του Δία σε ένα σημείο της επιφάνειας της Ιούς είναι 120-πλάσιο (περίπου) από το αντίστοιχο της Ιούς!

Συμπέρασμα : Η εκφώνηση έχει ασάφειες και ελλιπή δεδομένα. Η άσκηση απαιτεί πολύπλοκους υπολογισμούς, και δεν είναι κατάλληλη για θέμα εξετάσεων.

ομαλή

4.1. Η γραμμική ταχύτητα u κατά την περιστροφή ενός σώματος προκύπτει από την συνθήκη για την κυκλική κίνηση:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_κ$$

του Δία

Η μόνη δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Ιώ του Δία, είναι η βαρυτική έλξη, οπότε:

$$F_{βαρ} = F_κ \Leftrightarrow G \frac{M_\Delta \cdot m_I}{R_I^2} = \frac{m_I \cdot u_I^2}{R_I} \Leftrightarrow u_I = \sqrt{G \frac{M_\Delta}{R_I}} \quad (1)$$

$u_I = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,59 \cdot 10^{27}}{432 \cdot 10^6}} = 2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας στην ομαλή κυκλική κίνηση υπολογίζεται από τη σχέση :

$$u_I = \frac{2\pi R_I}{T_I} = \frac{2\pi \cdot 432 \cdot 10^6 \text{ m}}{1,57 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} \cong 2 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης της Ιούς δίνεται από την:

$$T_I = \frac{2\pi R_I}{u_I} \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (2) την (1):

$$T_I = 2\pi \sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}} \Leftrightarrow M_\Delta = \frac{4\pi^2 \cdot R_I^3}{G \cdot T^2}$$

όπου : $T_I = 1,57 \text{ days} = 1,57 \cdot 86400 \text{ s}$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

$R_I = 432 \cdot 10^3 \text{ km} = 432 \cdot 10^6 \text{ m}$

Η βαρυτική έλξη του Δία στην Ιώ είναι η κεντρομόλος δύναμη :

$$F_\beta = F_κ \Leftrightarrow G \frac{M_\Delta m_I}{R_I^2} = m_I \frac{u_I^2}{R_I} \Leftrightarrow$$
$$M_\Delta = \frac{R_I u_I^2}{G} \Rightarrow M_\Delta \cong 2,59 \cdot 10^{27} \text{ Kg}$$

και τελικά $M_\Delta = 2,59 \cdot 10^{27} \text{ kg}$

4.3. Υπολογίσαμε την περίοδο περιστροφής της Ιούς : $T_I = 2\pi \sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Ομοίως για την Ευρώπη θα είναι : $T_{Eu} = 2\pi \sqrt{\frac{R_{Eu}^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη : $\frac{T_I}{T_{Eu}} = \sqrt{\frac{R_I^3}{R_{Eu}^3}} \Leftrightarrow \frac{1,57}{T_{Eu}} = \left(\frac{432 \cdot 10^6}{675 \cdot 10^6}\right)^{\frac{3}{2}} = 1,95 \text{ days}$ = 0,512

$$\frac{T_I}{T_E} = 0,512 \Leftrightarrow T_E = \frac{1,57 \text{ ημ}}{0,512} \cong 3,066 \text{ ημέρες}$$

Μονάδες 6

4.4. Για την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Ιούς, ισχύει:

$$u_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_I}{r_I}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9 \cdot 10^{22}}{18 \cdot 10^5}} = 2,58 \cdot 10^3 = 2,58 \text{ km/s}$$

Μονάδες 7

Η απάντηση στο ερώτημα είναι λανθασμένη.

Για να υπολογιστεί η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Ιούς πρέπει να ληφθεί υπ' όψη και η βαρυντική επίδραση του Δία.

Στο πιο απομακρυσμένο σημείο της επιφάνειας της Ιούς το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας του Δία είναι (περίπου) 120 φορές μεγαλύτερο (κατά απόλυτη τιμή) από της Ιούς.

Η ταχύτητα διαφυγής από το σημείο αυτό (όταν ληφθεί υπ' όψη η επίδραση του Δία) είναι (περίπου) 28,3 Km/s.

Σχόλια για το Θέμα 17065 :

1) Η εκφώνηση έχει λάθος δεδομένα!

Το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου σε κυκλική τροχιά ακτίνας $r = 2R_{\Gamma}$ είναι :

$$u = \sqrt{G \frac{M_{\Gamma}}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 R_{\Gamma}}{2}} = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{όχι } u = 4000 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ που αναφέρει η εκφώνηση}).$$

Η τιμή αυτή επηρεάζει τις απαντήσεις στα ερωτήματα 4.1, 4.2.

2) Στο ερώτημα 4.1 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητείται μόνο το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ή και η κατεύθυνσή της.

3) Στο ερώτημα 4.2 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητείται μόνο το μέτρο της μεταβολής της ορμής ή και η κατεύθυνσή της.

4) Στα ερωτήματα 4.2, 4.3 χρησιμοποιείται το ίδιο σύμβολο t για δύο διαφορετικά χρονικά διαστήματα.

5) Στο ερώτημα 4.4 έπρεπε να ζητείται η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του δορυφόρου, όταν μεταπηδά από τη μία τροχιά στην άλλη.

6) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γ θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} .

Η επίδραση των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνεται υπ' όψη.

7) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) στο ερώτημα 4.3 για τον υπολογισμό της μεταβολής του μέτρου της ορμής γράφει τη σχέση :

$$\Delta P = P_2 - (-P_1). \text{ Αυτό είναι } \mathbf{\text{λάθος!}} \text{ Στην περίπτωση αυτή θα ήταν : } \Delta p = p_2 + p_1 = 2Mu \neq 0.$$

Η μεταβολή του μέτρου της ορμής είναι : $\Delta|p| = |p_2| - |p_1| = Mu - Mu = 0$.

β) στο ερώτημα 4.4

i) δεν σχεδιάζει στο σχήμα τη δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο,

ii) συμβολίζει το μέτρο της ταχύτητας στη νέα τροχιά με u , αντί του u' .

iii) αντικαθιστά το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου από τη σχέση: $u^2 = G \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h}$.

Η σχέση αυτή δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο και πρέπει να αποδειχθεί.

Στη συνέχεια αντικαθιστά το γινόμενο GM_{Γ} με το γινόμενο $g_0 R_{\Gamma}^2$, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.

4.3. Ο δορυφόρος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε το μέτρο τη γραμμικής του ταχύτητας είναι σταθερό, όπως και το μέτρο της ορμής του. Επομένως:

$$\Delta P = P_2 - (-P_1) = M \cdot u - M \cdot u = 0$$

Η μεταβολή του μέτρου της ορμής είναι : $\Delta|p| = |p_2| - |p_1| = Mu - Mu = 0$.

Μονάδες 6

4.4. Σε ύψος $h = R_{\Gamma}$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 - G \cdot \frac{M_{\Gamma} M}{R_{\Gamma} + h} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot M \cdot G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h} - G \cdot \frac{M_{\Gamma} M}{R_{\Gamma} + h} = - \frac{g_0 \cdot R_{\Gamma} \cdot M}{4}$$

Σε ύψος $h' = 5R_{\Gamma}$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot u'^2 - G \cdot \frac{M_{\Gamma} M}{R_{\Gamma} + h'} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot M \cdot G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h'} - G \cdot \frac{M_{\Gamma} M}{R_{\Gamma} + h'} = - \frac{g_0 \cdot R_{\Gamma} \cdot M}{12}$$

Σχόλια για το Θέμα 17063 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} .
Η επίδραση των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνεται υπ' όψη.
- 2) Η απόσταση από την επιφάνεια της Γης (ύψος) συμβολίζεται με h . Με r συμβολίζεται η απόσταση από το κέντρο της Γης.
Το δεδομένο $r_2 = R_{\Gamma}$ είναι παραπλανητικό. Το σωστό είναι : $h_2 = R_{\Gamma}$ ή $r_2 = 2R_{\Gamma}$.
- 3) Η εκφώνηση αναφέρει : «απελευθερώνεται η σεληνάκατος (με μηδενική ταχύτητα)».
Η διατύπωση δεν είναι ακριβής.
Αρχικά η σεληνάκατος έχει την ταχύτητα \vec{u}_2 του οχήματος. Για να έχει μηδενική ταχύτητα (ως προς τη Γη) πρέπει να εκτοξευτεί με ταχύτητα $-\vec{u}_2$ ως προς το όχημα.
Η ταχύτητα της σεληνακάτου αναφέρεται ως προς τη Γη.

Σχόλια για το Θέμα 18060 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} .
Η επίδραση των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνεται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη και την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση.
 - β) αντικαθιστά το γινόμενο GM_{Γ} με το γινόμενο $g_0 R_{\Gamma}^2$, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.
 - γ) στο ερώτημα 4.4 δίνει λανθασμένο αριθμητικό αποτέλεσμα για την ολική ενέργεια του υπόλοιπου τμήματος του δορυφόρου.

4.4. Στο ύψος h_1 το υπόλοιπο μέρος του δορυφόρου έχει μάζα: $m_1 = M - m_2 = 200kg$, και συνεχίζει να περιστρέφεται γύρω από τη Γη. Η συνολική μηχανική του ενέργεια είναι:

$$E_{ολ} = K + U = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 - G \cdot \frac{M_{\Gamma} m_1}{R_{\Gamma} + h_1}, \text{ όπου: } u_1^2 = \frac{G M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h_1}$$

$$\text{Οπότε: } E_{ολ} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \frac{G M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h_1} - G \cdot \frac{M_{\Gamma} m_1}{R_{\Gamma} + h_1} =$$

$$-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_{\Gamma} m_1}{R_{\Gamma} + h_1} = -\frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}^2 \cdot m_1}{6R_{\Gamma}} = -\frac{g_0 \cdot R_{\Gamma} \cdot m_1}{6}$$

$$\text{Τελικά: } E_{ολ} = -\frac{2,13}{1,06} \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$\text{Ακριβέστερα : } E_{ολ} = -\frac{64}{3} \cdot 10^8 \text{ J.}$$

Σχόλια για το Θέμα 20661 :

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα μάζας M_{Γ} .

Η επίδραση των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνεται υπ' όψη.

2) Στο ερώτημα 4.4 η εκφώνηση έπρεπε να ζητά **το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.**

Η διατύπωση «το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων» παραπέμπει στο ποσοστό της αρχικής **μηχανικής** ενέργειας του συστήματος, που είναι διαφορετικό από το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας.

3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη, την τροχιά των δορυφόρων, τις δυνάμεις που δέχονται, τις

ταχύτητές τους ελάχιστα πριν την κρούση και την ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.

β) στο ερώτημα 4.3 κάνει λάθος υπολογισμό της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σώματος Γ και της ελάχιστης ενέργειας που πρέπει να προσφερθεί σε αυτό ώστε να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητας.

Οι σωστές απαντήσεις είναι : $E_{M(\alpha\rho\chi)} = -32 \cdot 10^6 \text{ J}$, $E_{\alpha\pi(\min)} = 32 \cdot 10^6 \text{ J}$.

γ) στο ερώτημα 4.4 γράφει : «Το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο, άρα για κάθε χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Αυτό είναι λάθος!

Στους δύο δορυφόρους ασκούνται συνεχώς οι βαρυντικές δυνάμεις από τη Γη, άρα το σύστημα δεν είναι μονωμένο.

Επειδή η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι πολύ μικρή, η μεταβολή της ορμής του συστήματος στη διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη άρα μπορούμε να δεχτούμε ότι η ορμή του συστήματος είναι (περίπου) σταθερή κατά τη διάρκεια της κρούσης.

4.3. Η αρχική μηχανική ενέργεια του σώματος Γ, ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} = K + U = \frac{1}{2} m v^2 + \left(-G \frac{M_{\Gamma} m}{r} \right) = \frac{1}{2} m \frac{g_0 R_{\Gamma}}{2} - m \frac{g_0 R_{\Gamma}}{2} = -m \frac{g_0 R_{\Gamma}}{4} = \overset{-32 \cdot 10^6 \text{ J}}{-16 \cdot 10^5 \text{ J}}$$

Έστω ότι η απαιτούμενη ενέργεια δίνεται με την επίδραση κατάλληλης δύναμης, η οποία παράγει έργο W , προσφέροντας έτσι την απαραίτητη ενέργεια. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σώμα Γ θα πάρουμε:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = E_{M(\tau\epsilon\lambda)} \Rightarrow E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = K_{\infty} + U_{\infty}$$

Αλλά η ελάχιστη ενέργεια είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, άρα $K_{\infty} = 0$. Επίσης τη δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρούμε μηδενική, οπότε $E_{M(\tau\epsilon\lambda)} = 0$. Συνεπώς, από την τελευταία σχέση θα έχουμε:

$$W_F = -E_{M(\alpha\rho\chi)} = \overset{16 \cdot 10^5 \text{ J}}{32 \cdot 10^6 \text{ J}}$$

Μονάδες 7

4.4. Ο δορυφόρος Β κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι v , δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου Α,

όπως φαίνεται από τη σχέση $v = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{r}}$. Το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο, άρα για κάθε

χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow m_1 v - m_2 v = (m_1 + m_2) V \Rightarrow V = \frac{(m_1 - m_2)v}{m_1 + m_2} = 2800 \text{ m/s}$$

κινητικής

Το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση είναι:

$$\pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\epsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2}{\frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2} 100\% = 75\%$$

Σχόλια για το Θέμα 20656 :

- 1) Δύο σώματα με μάζες 10 tn και 90 tn δεν μπορούν να θεωρηθούν σημειακά, έστω και αν η απόστασή τους είναι 2 Km ή περισσότερο.
Έπρεπε η εκφώνηση να αναφέρεται σε δύο ομογενείς σφαίρες, με r την απόσταση μεταξύ των κέντρων τους.
- 2) Οι βαρυτικές δυνάμεις μεταξύ των σωμάτων είναι εξαιρετικά ασθενείς ($F \sim 10^{-9}$ N), οι επιταχύνσεις και οι τελικές ταχύτητες εξαιτίας αυτών των δυνάμεων ασήμαντες ($a \sim 10^{-14}$ m/s², $v \sim 10^{-10}$ m/s). Για να μετακινηθούν τα σώματα από τις αρχικές στις τελικές θέσεις θα χρειαζόνταν τουλάχιστον 20 χρόνια!
- 3) Οι βαρυτικές δυνάμεις που ασκεί η Γη στα σώματα είναι (περίπου) 10^{14} φορές μεγαλύτερη από τις μεταξύ τους δυνάμεις, άρα δεν είναι ρεαλιστικό να θεωρούμε ότι οι μοναδικές δυνάμεις είναι οι μεταξύ τους βαρυτικές δυνάμεις.
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει τα σχήματα με τα δύο σώματα και τις μεταξύ τους βαρυτικές δυνάμεις, το σημείο μηδενισμού της έντασης και τις αποστάσεις του από τα σώματα, τις ταχύτητες των σωμάτων όταν αρχίσουν να κινούνται.
 - β) δεν αναφέρει ότι το σημείο μηδενισμού της έντασης βρίσκεται στην ευθεία των δύο σωμάτων και ανάμεσα σε αυτά.
 - γ) δεν εξηγεί γιατί όταν αφεθούν ελεύθερα τα σώματα θα κινηθούν αντίρροπα ώστε να πλησιάσουν.

Σχόλια για το Θέμα 21387 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Σελήνη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
Οι επιδράσεις των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
 - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με το σώμα τη στιγμή που εκτοξεύεται, την αρχική ταχύτητα, την τροχιά, την ταχύτητα τη χρονική στιγμή t και τις συνιστώσες της, το ύψος h και το βεληνεκές s_{\max} .
 - β) δεν περιγράφει τα είδη των επιμέρους κινήσεων που εκτελεί το σώμα στους δύο άξονες.

Σχόλια για το Θέμα 21602 :

- 1) Η εκφώνηση χρησιμοποιεί το ίδιο σύμβολο v για τις ταχύτητες του οχήματος και του δορυφόρου.
- 2) Στο ερώτημα 4.4 η εκφώνηση αναφέρει : «Να υπολογίσετε την πιθανότητα να συγκρουστεί (ο δορυφόρος) με το διαστημόπλοιο». Η διατύπωση δεν έχει νόημα.
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να εξετάσετε αν είναι πιθανό να συγκρουστεί ο δορυφόρος με το διαστημόπλοιο».
- 3) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ομογενής σφαίρα.
Η επίδραση των υπολοίπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνεται υπ' όψη.
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει στο σχήμα τη δύναμη που δέχεται το διαστημόπλοιο και την επιτάχυνσή του, την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση.

Σχόλια για το Θέμα 21697 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο αστέρας θεωρείται ομογενής και σφαιρικός.
- 2) Κοντά σε ουράνια σώματα τεράστιας πυκνότητας (όπως οι μαύρες τρύπες και οι αστέρες νετρονίων) το πεδίο βαρύτητας είναι πολύ ισχυρό και δεν ισχύουν οι νόμοι της κλασικής Φυσικής (ούτε ο νόμος της βαρύτητας) αλλά η θεωρία της γενικής σχετικότητας.
Επίσης, οι ταχύτητες που ζητούνται στα ερωτήματα 4.1, 4.4 είναι συγκρίσιμες με την ταχύτητα του φωτός στο κενό, επομένως για τον υπολογισμό τους απαιτείται η θεωρία της ειδικής σχετικότητας.

Συμπέρασμα : Η άσκηση δεν μπορεί να απαντηθεί σωστά με βάση τη Φυσική του Λυκείου και επομένως είναι ακατάλληλη για θέμα εξετάσεων.