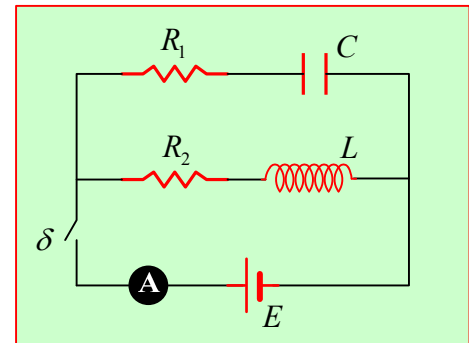


Δύο χρονοκυκλώματα μαζί!

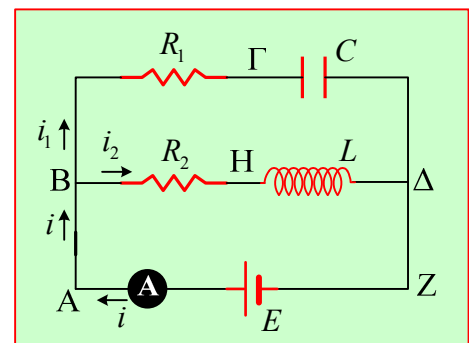
Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται $E=20V$, $C=5\mu F$, ενώ ο διακόπτης δ είναι ανοικτός. Κλείνουμε το διακόπτη για $t=0$ και παρατηρούμε ότι το αμπερόμετρο δείχνει σταθερή ένδειξη $I=0,2A$.



- i) Να σχεδιάσετε δύο ποιοτικά διαγράμματα για τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τις δυο αντιστάσεις, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- ii) Να υπολογίσετε τις αντιστάσεις R_1 και R_2 .
- iii) Σε μια στιγμή t_1 ο πυκνωτής φέρει φορτίο $q_1=40\mu C$. Για τη στιγμή αυτή:
 - α) Να βρεθούν οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος.
 - β) Πόση είναι η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο ιδανικό πηνίο;
- iv) Αν ο χρόνος φόρτισης του πυκνωτή είναι (πρακτικά) ίσος με $5R_1C$, ενώ ο χρόνος σταθεροποίησης του ρεύματος στο πηνίο, είναι (πρακτικά) ίσος με $5L/R_2$, να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη στιγμή t_1 .

Απάντηση:

- i) Ο κλάδος με τον πυκνωτή διαρρέεται από ρεύμα, το οποίο μεταφέρει φορτία στον πυκνωτή, φορτίζοντάς τον (ο πυκνωτής δεν διαρρέεται από ρεύμα, από ρεύμα έντασης i_1 διαρρέεται ο αντιστάτης R_1). Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι εντάσεις των τριών ρευμάτων μια τυχαία στιγμή, μετά το κλείσιμο του διακόπτη.



Με εφαρμογή του 2^{ου} κανόνα του Kirchhoff παίρνουμε:

$$\text{Βρόχος AB}\Gamma\Delta\text{ZA: } E - i_1 R_1 - V_c = 0 \quad (1)$$

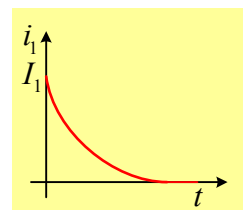
$$\text{Βρόχος ABH}\Delta\text{ZA: } E - i_2 R_2 - V_L = 0 \quad (2)$$

Αλλά για $t=0$, $i_2=0$, ενώ και $q=0$ οπότε θα έχουμε και $V_c=0$, οπότε από την εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$E - I_1 R_1 - 0 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{E}{R_1} \quad (\alpha)$$

Αυτή είναι και η μέγιστη ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_1 , η οποία στη συνέχεια θα μειώνεται εκθετικά, μέχρι μηδενισμού της έντασης όταν ολοκληρωθεί η φόρτιση του πυκνωτή.

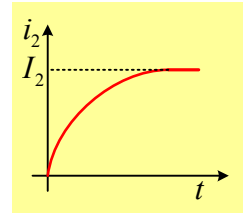
Έτσι το διάγραμμα $i_1=f(t)$ έχει τη μορφή του διπλανού διαγράμματος.



Όταν σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, θα μηδενιστεί η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο, οπότε από την εξίσωση (2) παίρνουμε την μέγιστη ένταση που το διαρρέει:

$$E - I_2 R_2 - 0 = 0 \rightarrow I_2 = \frac{E}{R_2} \quad (\beta)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι μόλις κλείσουμε το διακόπτη η αντίστοιχη ένταση είναι μηδενική και στη συνέχεια αυτή αυξάνεται εκθετικά, παίρνουμε το διπλανό διάγραμμα $i_1 = f(t)$.



- ii) Αφού η ένδειξη του αμπερομέτρου παραμένει σταθερή και ίση με $I = 0,2 \text{ A}$, από τις σχέσεις (α) και (β) βρίσκουμε ότι:

$$I_1 = I_2 = \frac{E}{R_1} = \frac{E}{R_2} \rightarrow$$

$$R_1 = R_2 = R = \frac{E}{I} = \frac{20}{0,2} \Omega = 100 \Omega$$

- iii) Τη στιγμή t_1 η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι ίση:

$$C = \frac{q_1}{V_{c1}} \rightarrow V_{c1} = \frac{q_1}{C} = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6}} V = 8V$$

α) Από την εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$E - i_1 R_1 - V_c = 0 \rightarrow i_1 = \frac{E - V_{c1}}{R_1} = \frac{20V - 8V}{100 \Omega} = 0,12 A$$

Αλλά τότε από τον 1° Κ.Κ στον κόμβο Β, παίρνουμε:

$$I = i_1 + i_2 \rightarrow i_2 = I - i_1 = 0,2 A - 0,12 A = 0,08 A$$

β) Από την εξίσωση (2) παίρνουμε:

$$E - i_2 R_2 - V_L = 0 \quad \text{ή} \quad E - i_2 R_2 + E_{avt} = 0 \rightarrow$$

$$E_{avt} = -E + i_2 R_2 = -20V + 0,08 \cdot 100V = -12V$$

- iv) Αφού η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή παραμένει σταθερή και ίση με την ένταση τη στιγμή $t=0$, που κλείνουμε το διακόπτη, τη στιγμή που φορτίζεται πλήρως ο πυκνωτής και μηδενίζεται η ένταση i_1 πρέπει η ένταση i_2 να έχει αποκτήσει την τελική μέγιστη τιμή της, ίση με I . Θα πρέπει δηλαδή τα μεταβατικά φαινόμενα (μεταβλητές εντάσεις i_1 και i_2) να διαρκούν το ίδιο χρονικό διάστημα Δt . Αλλά τότε:

$$5 R_1 C = 5 \frac{L}{R_2} \rightarrow L = R_1 R_2 C = R^2 C = 100^2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} H = 0,05 H$$

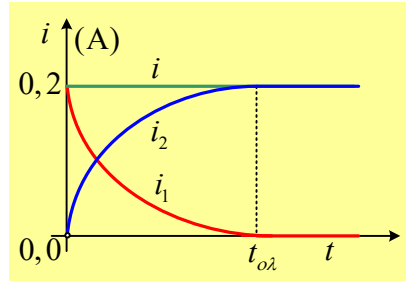
Τότε από το νόμο της αυτεπαγωγής θα έχουμε:

$$E_{avt} = -L \frac{di_2}{dt} \rightarrow \frac{di_2}{dt} = -\frac{E_{avt}}{L} = -\frac{-12V}{0,05H} = +240 A/s$$

Σχόλιο:

Με βάση το συμπέρασμα που καταλήξαμε στο τελευταίο ερώτημα για το χρονικό διάστημα φόρτισης του

πυκνωτή και το χρονικό διάστημα σταθεροποίησης της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, θα μπορούσαμε να σχεδιάσουμε ξανά τα διαγράμματα του i) ερωτήματος, στους ίδιους άξονες, παίρνοντας το διάγραμμα του παρακάτω σχήματος, όπου $t_{ολ} = 5RC = 5\frac{L}{R}$.



dmargaris@gmail.com