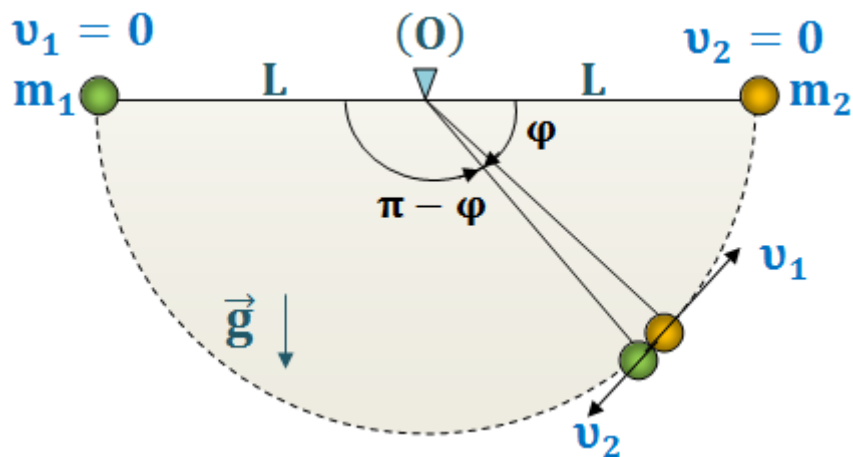


**ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ-ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ**

**ΘΕΜΑ Β**

Δυο πολύ μικρά ελαστικά σφαιρίδια με μάζες  $m_1, m_2$  είναι δεμένα στα άκρα δυο αβαρών νημάτων μήκους  $L$ , τα άλλα άκρα των οποίων έχουν δεθεί σταθερά στο σημείο  $(O)$ . Τα σφαιρίδια συγκρατούνται ώστε τα νήματα να είναι οριζόντια και τεντωμένα. Αφήνουμε το σφαιρίδιο μάζας  $m_1$  ελεύθερο να κινηθεί και μετά από λίγο το σφαιρίδιο μάζας  $m_2$ .

Τα σφαιρίδια  $m_1, m_2$  συγκρούονται ακαριαία κεντρικά και ελαστικά στη θέση που τα νήματα έχουν διαγράψει γωνίες  $\pi - \varphi, \varphi$  αντίστοιχα.



1) Αν αμέσως μετά την κρούση το σφαιρίδιο μάζας  $m_1$  ακινητοποιείται στιγμιαία τότε ο λόγος των μαζών τους είναι:

α)  $\frac{m_1}{m_2} = 2$

β)  $\frac{m_1}{m_2} = 3$

γ)  $\frac{m_1}{m_2} = 5$

2) Αν επιπλέον μετά την κρούση το σφαιρίδιο μάζας  $m_2$  εκτελεί οριακή ανακύκλωση τότε για την γωνία  $\varphi$  ισχύει:

α)  $\varphi = 30^\circ$

β)  $\varphi = 45^\circ$

γ)  $\varphi = 60^\circ$

Απάντηση:

1) Σωστό το (β)

Για να βρούμε τις ταχύτητες των σφαιριδίων λίγο πριν την κεντρική ελαστική κρούση εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τη μη ομαλή κυκλική κίνηση τους.

$$m_1: \Sigma W = \Delta K \Leftrightarrow m_1 gh = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Leftrightarrow |v_1| = \sqrt{2gh}, h = L\eta\mu\phi \quad (1)$$

Ομοίως για το  $m_2$ :

$$|v_2| = \sqrt{2gh}, h = L\eta\mu\phi \quad (2)$$

Άρα  $|v_1| = |v_2|$  και αφού  $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$  είναι  $v_1 = -v_2$  (3)

Αμέσως μετά την κρούση

$$v'_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} = 0 \stackrel{(3)}{\Leftrightarrow} 2m_2 v_2 = (m_1 - m_2)v_2 \Leftrightarrow m_1 = 3m_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3$$

2) Σωστό το (α)

Για την κεντρική ελαστική κρούση των σφαιριδίων ισχύει:

$$v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2 \stackrel{(3)}{\Leftrightarrow} -v_2 = v_2 + v'_2 \Leftrightarrow$$

$$v'_2 = -2v_2 \Leftrightarrow |v'_2| = 2|v_2| \stackrel{(2)}{\Leftrightarrow}$$

$$|v'_2| = 2\sqrt{2gL\eta\mu\phi} \quad (4)$$

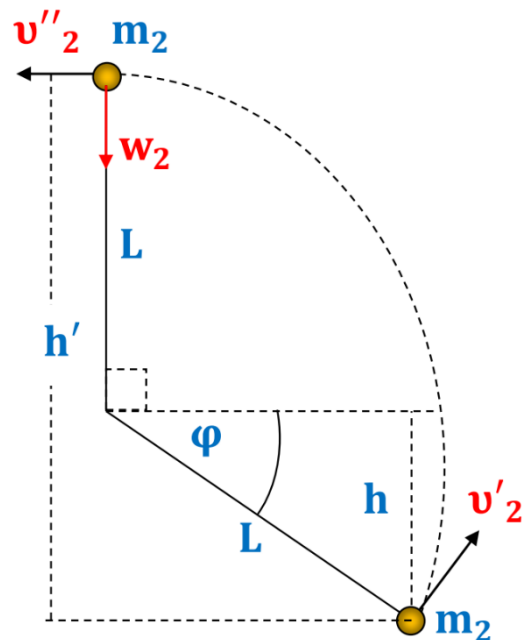
Μετά την κρούση το σφαιρίδιο μάζας  $m_2$  εκτελεί οριακή ανακύκλωση φθάνοντας στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του μετατοπιζόμενο κατακόρυφα κατά:

$$h' = h + L \Leftrightarrow h' = L(1 + \eta\mu\phi) \quad (5)$$

Στη θέση αυτή:

$$\Sigma F_2 = \frac{m_2 v_2''^2}{L} \Leftrightarrow N + w_2 = \frac{m_2 v_2''^2}{L} \stackrel{N=0}{\Leftrightarrow}$$

$$|v_2''| = \sqrt{gL} \quad (6)$$



Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση αυτή:

$$\Sigma W = \Delta K \Leftrightarrow -m_2 gh' = \frac{1}{2} m_2 v_2''^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \Leftrightarrow -2gh' = v_2''^2 - v_2'^2 \Leftrightarrow$$

$$-2gL(1 + \eta\mu\phi) = gL - 8gL\eta\mu\phi \Leftrightarrow \eta\mu\phi = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \phi = 30^\circ$$