

Τελεστές

Αριθμητικοί
συγκριτικοί
και λογικοί



Αριθμητικοί τελεστές

Αριθμητικός τελεστής	Πράξη
+	Πρόσθεση
-	Αφαίρεση
*	Πολλαπλασιασμός
/	Διαίρεση
^	Ύψωση σε δύναμη
DIV	Ακέραια διαίρεση
MOD	Υπόλοιπο ακέραιης διαίρεσης

Αριθμητικοί τελεστές

Διευκρινίσεις

\wedge	Δύναμη	$a^x : a^x$
DIV	Πηλίκο ακέραιης διαίρεσης <i>(ΣΕ ΑΚΕΡΑΙΟΥΣ)</i>	$X \text{ div } Y$: Πόσες φορές το Y χωράει ολόκληρο στο X . Π.χ.: $13 \text{ div } 2 = 6$
MOD	Υπόλοιπο ακέραιης διαίρεσης <i>(ΣΕ ΘΕΤΙΚΟΥΣ ΑΚΕΡΑΙΟΥΣ)</i>	$X \text{ mod } Y$: Πόσο περισσεύει. Π.χ. $13 \text{ mod } 2 = 1$: Το 2 χωράει στο 13, 6 φορές και περισσεύει 1

Παράδειγμα

$$\begin{array}{r|l} 8 & 5 \\ \hline & 1 \text{ (div)} \\ \hline 3 & \\ \text{(mod)} & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 8 \text{ div } 5 &= 1 \\ 8 \text{ mod } 5 &= 3 \end{aligned}$$

Αριθμητικοί τελεστές

Ιεραρχία πράξεων

1. Δύναμη (^)
2. Πολλαπλασιασμός/Διαίρεση/DIV/MOD
3. Πρόσθεση/Αφαίρεση

Εκτός κι αν υπάρχουν παρενθέσεις. Οπότε προηγείται η εκτέλεση των πράξεων που βρίσκονται εντός των παρενθέσεων.

Συγκριτικοί τελεστές

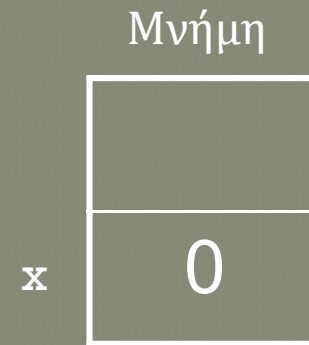
Τελεστές	Πράξεις
=	Ισότητα
≠	Διάφορο
>	Μεγαλύτερο
>=	Μεγαλύτερο ή ίσο
<	Μικρότερο
<=	Μικρότερο ή ίσο

Παράδειγμα

Τελεστές	Πράξεις	Παραδείγματα
=	Ισότητα	$x = 0$



Η έκφραση $x=0$ θα έδινε αποτέλεσμα
ΨΕΥΔΗΣ



Η έκφραση $x=0$ θα έδινε αποτέλεσμα
ΑΛΗΘΗΣ

Παράδειγμα

Τελεστές	Πράξεις	Παραδείγματα
◇	Διάφορο	ON ◇ 'Κώστας'



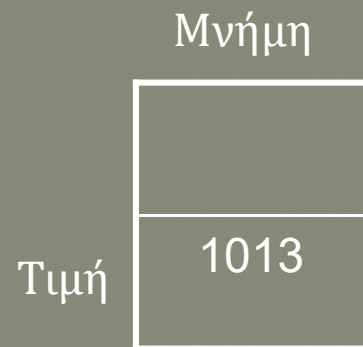
Η έκφραση ON<>'Κώστας' θα έδινε αποτέλεσμα ΨΕΥΔΗΣ



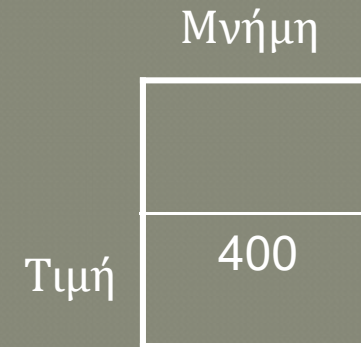
Η έκφραση ON<>'Κώστας' θα έδινε αποτέλεσμα ΑΛΗΘΗΣ

Παράδειγμα

Τελεστές	Πράξεις	Παραδείγματα
>	Μεγαλύτερο	Τιμή > 10000



Η έκφραση $\text{Τιμή} > 1000$ θα έδινε αποτέλεσμα ΑΛΗΘΗΣ



Η έκφραση $\text{Τιμή} > 1000$ θα έδινε αποτέλεσμα ΨΕΥΔΗΣ

Παράδειγμα

Τελεστές	Πράξεις	Παραδείγματα
\geq	Μεγαλύτερο ή ίσο	$A + B \geq 5 / (x+3)$

	Μνήμη
x	2
B	8
A	12

$$A+B \geq 5/(x+3)$$

$$12+8 \geq 5/(2+3)$$

$$12+8 \geq 5/5$$

$$20 \geq 1.0$$

Αληθής

Στη περίπτωση που σε μια έκφραση συνυπάρχουν αριθμητικοί και συγκριτικοί τελεστές, τότε η **ιεραρχία των πράξεων** είναι η εξής:

1. Αριθμητικοί τελεστές
2. Συγκριτικοί τελεστές

Παράδειγμα

Τελεστές	Πράξεις	Παραδείγματα
\geq	Μεγαλύτερο ή ίσο	$A + B \geq 5 / (x+3)$

	Μνήμη
x	-2
B	1
A	3

$$A+B \geq 5/(x+3)$$

$$3+1 \geq 5/(-2+3)$$

$$3+1 \geq 5/1$$

$$4 \geq 5.0$$

Ψευδής

Στη περίπτωση που σε μια έκφραση συνυπάρχουν αριθμητικοί και συγκριτικοί τελεστές, τότε η **ιεραρχία των πράξεων** είναι η εξής:

1. Αριθμητικοί τελεστές
2. Συγκριτικοί τελεστές

Παράδειγμα

Τελεστές	Πράξεις	Παραδείγματα
<	Μικρότερο	$B^2-4*A*Γ<0$

	Μνήμη
Γ	1
Β	3
Α	2

$$B^2-4*A*Γ < 0$$

$$3^2-4*2*1 <$$

$$9-4*2*1 < 0$$

$$9-8 < 0$$

$$1 < 0$$

Ψευδής

Στη περίπτωση που σε μια έκφραση συνυπάρχουν αριθμητικοί και συγκριτικοί τελεστές, τότε η **ιεραρχία των πράξεων** είναι η εξής:

1. Αριθμητικοί τελεστές
2. Συγκριτικοί τελεστές

Παράδειγμα

Τελεστές	Πράξεις	Παραδείγματα
<	Μικρότερο	$B^2 - 4 \cdot A \cdot \Gamma < 0$

	Μνήμη
Γ	5
Β	3
Α	2

$$B^2 - 4 \cdot A \cdot \Gamma < 0$$

$$3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 < 0$$

$$9 - 4 \cdot 2 \cdot 5 < 0$$

$$9 - 40 < 0$$

$$-31 < 0$$

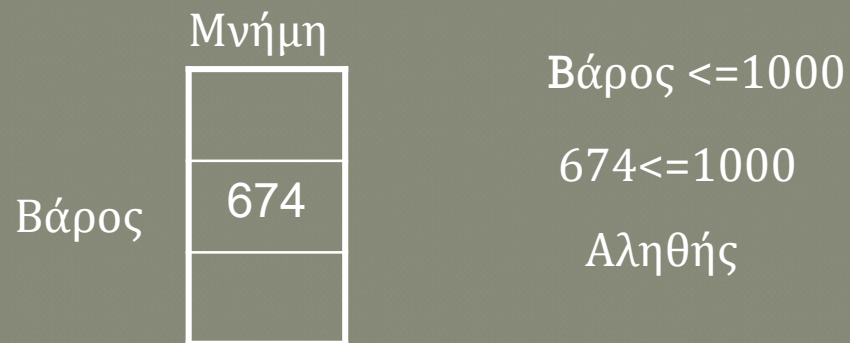
Αληθής

Στη περίπτωση που σε μια έκφραση συνυπάρχουν αριθμητικοί και συγκριτικοί τελεστές, τότε η **ιεραρχία των πράξεων** είναι η εξής:

1. Αριθμητικοί τελεστές
2. Συγκριτικοί τελεστές

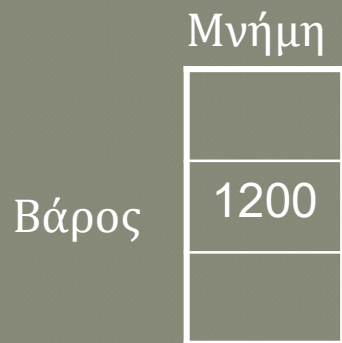
Παράδειγμα

Τελεστές	Πράξεις	Παραδείγματα
<=	Μικρότερο ή ίσο	Βάρος <= 1000



Παράδειγμα

Τελεστές	Πράξεις	Παραδείγματα
<=	Μικρότερο ή ίσο	Βάρος <= 1000



Βάρος <=1000

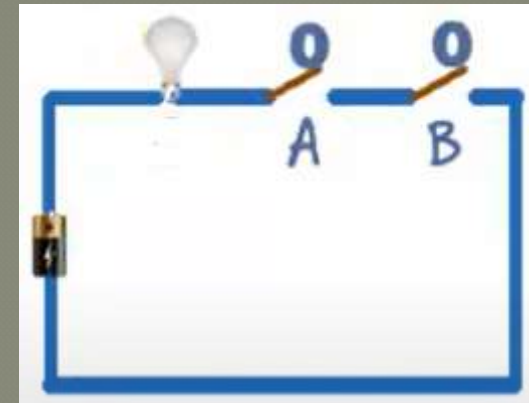
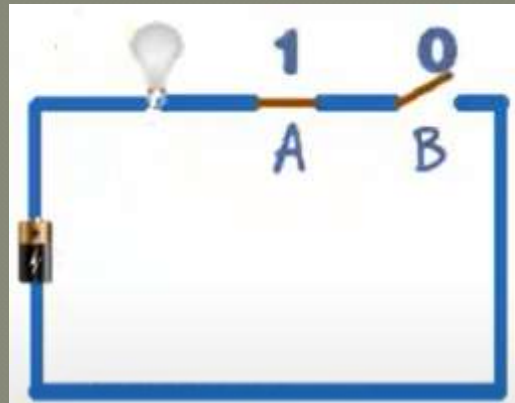
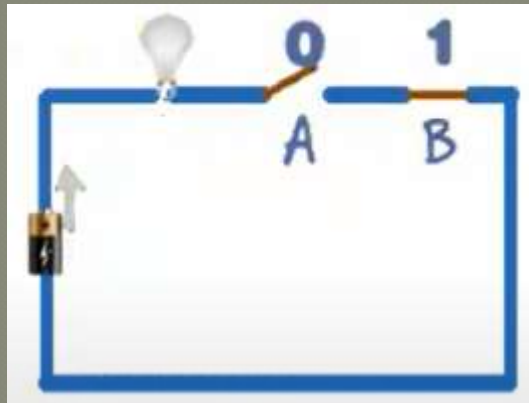
1200<=1000

Ψευδής

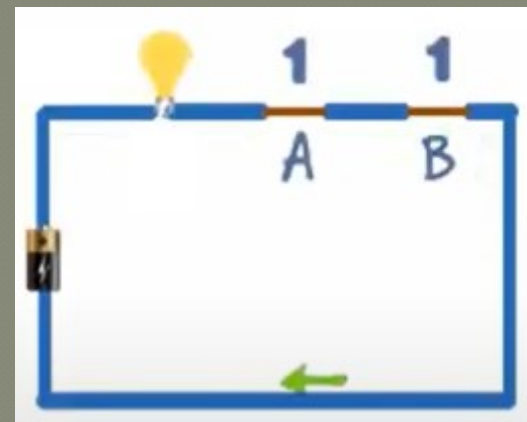
Λογικοί τελεστές

Σε πολλά προβλήματα οι επιλογές δεν αρκεί να γίνονται με μια απλή σύγκριση, αλλά χρειάζεται να συνδυαστούν μια ή περισσότερες λογικές εκφράσεις. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση τριών βασικών λογικών τελεστών: **ΟΧΙ**, **ΚΑΙ** και **Ή**. Το αποτέλεσμα που επιστρέφει μια λογική έκφραση είναι μια λογική τιμή **ΑΛΗΘΗΣ** ή **ΨΕΥΔΗΣ**, ανάλογα με τις τιμές των μεταβλητών της.

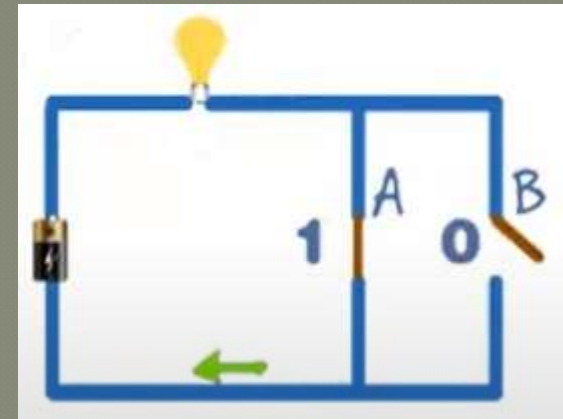
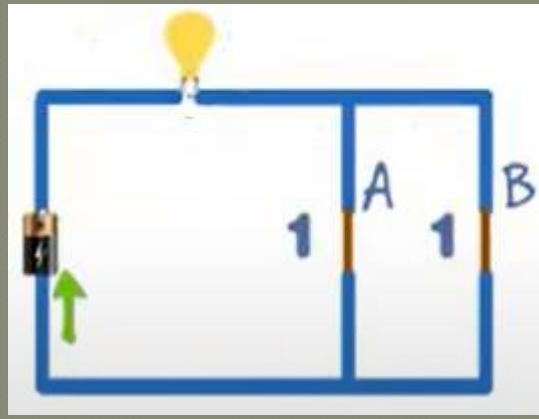
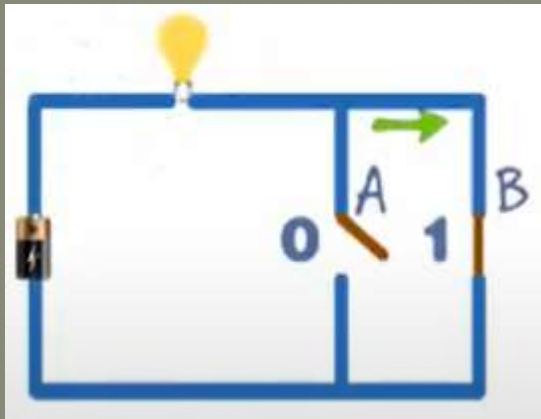
Λογικός τελεστής ΚΑΙ



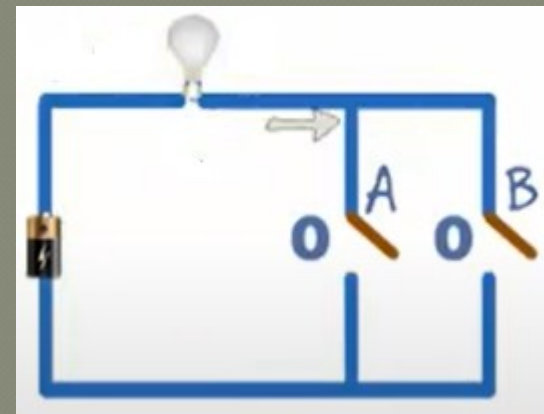
Η μοναδική περίπτωση να ανάψει η λάμπα είναι και οι δύο διακόπτες A και B να είναι κλειστοί.



Λογικός τελεστής 'Η



Αρκεί ένας από τους δύο διακόπτες A, B να είναι κλειστός για να ανάψει η λάμπα.



Λογικοί τελεστές

Μεταβλητή A	Μεταβλητή B	A Ή B	A ΚΑΙ B	ΟΧΙ A
Αληθής	Αληθής	Αληθής	Αληθής	Ψευδής
Αληθής	Ψευδής	Αληθής	Ψευδής	Ψευδής
Ψευδής	Αληθής	Αληθής	Ψευδής	Αληθής
Ψευδής	Ψευδής	Ψευδής	Ψευδής	Αληθής

Λογικοί τελεστές

Οι πράξεις σε μια λογική έκφραση εκτελούνται με την παρακάτω **ιεραρχία**:

1. ΟΧΙ
2. ΚΑΙ
3. Ή

Σε περίπτωση που υπάρχει **παρένθεση** στη λογική έκφραση, τότε εκτελούνται πρώτα οι πράξεις στην παρένθεση σύμφωνα με την παραπάνω ιεραρχία.

Ιεραρχία

Στην περίπτωση που σε μια έκφραση συνυπάρχουν περισσότερα από ένα είδη πράξεων, τότε η **ιεραρχία των πράξεων** είναι η εξής:

1. Αριθμητικοί τελεστές
2. Συγκριτικοί τελεστές και
3. Λογικοί τελεστές.

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή K έχει την τιμή 12, η μεταβλητή L την τιμή 6 και η μεταβλητή M την τιμή 2.

(Όπου A = Αληθής και Ψ = Ψευδής)

α) $K > L$ ΚΑΙ ($K < M$ Ή $M \leq L$)

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή K έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή M την τιμή 2.

(Όπου $A = \text{Αληθής}$ και $\Psi = \text{Ψευδής}$)

α) $K > \Lambda$ ΚΑΙ ($K < M$ Ή $M \leq \Lambda$)

12 > 6 ΚΑΙ (12 < 2 Ή 2 ≤ 6)

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή Κ έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή Μ την τιμή 2.

(Όπου Α= Αληθής και Ψ= Ψευδής)

α) $K > \Lambda$ ΚΑΙ ($K < M$ Ή $M \leq \Lambda$)

12 > 6 ΚΑΙ (12 < 2 Ή 2 ≤ 6)

Α ΚΑΙ (Ψ Ή Α)

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή Κ έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή Μ την τιμή 2.

(Όπου Α= Αληθής και Ψ= Ψευδής)

α) $K > L$ ΚΑΙ ($K < M$ Ή $M \leq L$)

12 > 6 ΚΑΙ (12 < 2 Ή 2 ≤ 6)

Α ΚΑΙ (Ψ Ή Α)

Α ΚΑΙ Α

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή K έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή M την τιμή 2.

(Όπου $A = \text{Αληθής}$ και $\Psi = \text{Ψευδής}$)

α) $K > \Lambda$ ΚΑΙ ($K < M$ Ή $M \leq \Lambda$)

12 > 6 ΚΑΙ (12 < 2 Ή 2 ≤ 6)

A ΚΑΙ (Ψ Ή A)

A ΚΑΙ A

Αληθής

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή K έχει την τιμή 12, η μεταβλητή L την τιμή 6 και η μεταβλητή M την τιμή 2.

(Όπου A = Αληθής και Ψ = Ψευδής)

$\beta) K > L$ ΚΑΙ $K < M$ ΚΑΙ $M < L$

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή K έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή M την τιμή 2.

(Όπου $A = \text{Αληθής}$ και $\Psi = \text{Ψευδής}$)

$\beta) K > \Lambda$ ΚΑΙ $K < M$ ΚΑΙ $M < \Lambda$

12 > 6 ΚΑΙ 12 < 2 ΚΑΙ 2 < 6

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή K έχει την τιμή 12, η μεταβλητή L την τιμή 6 και η μεταβλητή M την τιμή 2.

(Όπου A = Αληθής και Ψ = Ψευδής)

$\beta) K > L$ ΚΑΙ $K < M$ ΚΑΙ $M < L$

12 > 6 ΚΑΙ 12 < 2 ΚΑΙ 2 < 6

A ΚΑΙ Ψ ΚΑΙ A

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή Κ έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή Μ την τιμή 2.

(Όπου Α= Αληθής και Ψ= Ψευδής)

β) $K > L$ ΚΑΙ $K < M$ ΚΑΙ $M < L$

12 > 6 ΚΑΙ 12 < 2 ΚΑΙ 2 < 6

Α ΚΑΙ Ψ ΚΑΙ Α

Ψ ΚΑΙ Α

Λογικοί τελεστές

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή Κ έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή Μ την τιμή 2.

(Όπου Α= Αληθής και Ψ= Ψευδής)

β) $K > L$ ΚΑΙ $K < M$ ΚΑΙ $M < L$

12 > 6 ΚΑΙ 12 < 2 ΚΑΙ 2 < 6

Α ΚΑΙ Ψ ΚΑΙ Α

Ψ ΚΑΙ Α

Ψευδής

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή K έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή M την τιμή 2.

(Όπου $A = \text{Αληθής}$ και $\Psi = \text{Ψευδής}$)

$$\gamma) K = \Lambda + M + 4 \text{ ΚΑΙ } (K < \Lambda \text{ Ή } K + M > \Lambda)$$

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή K έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή M την τιμή 2.

(Όπου $A = \text{Αληθής}$ και $\Psi = \text{Ψευδής}$)

$$\gamma) K = \Lambda + M + 4 \text{ ΚΑΙ } (K < \Lambda \text{ Ή } K + M > \Lambda)$$

$$12 = 6 + 2 + 4 \text{ ΚΑΙ } (12 < 6 \text{ Ή } 12 + 2 > 6)$$

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή K έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή M την τιμή 2.

(Όπου $A = \text{Αληθής}$ και $\Psi = \text{Ψευδής}$)

$$\gamma) K = \Lambda + M + 4 \text{ ΚΑΙ } (K < \Lambda \text{ Ή } K + M > \Lambda)$$

$$12 = 6 + 2 + 4 \text{ ΚΑΙ } (12 < 6 \text{ Ή } 12 + 2 > 6)$$

$$12 = 12 \quad \text{ΚΑΙ } (12 < 6 \text{ Ή } 14 > 6)$$

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή Κ έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή Μ την τιμή 2.

(Όπου Α= Αληθής και Ψ= Ψευδής)

$$\gamma) K = \Lambda + M + 4 \text{ ΚΑΙ } (K < \Lambda \text{ Ή } K + M > \Lambda)$$

$$12 = 6 + 2 + 4 \text{ ΚΑΙ } (12 < 6 \text{ Ή } 12 + 2 > 6)$$

$$12 = 12 \quad \text{ΚΑΙ } (12 < 6 \text{ Ή } 14 > 6)$$

$$A \quad \text{ΚΑΙ } (\Psi \text{ Ή } A)$$

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή Κ έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή Μ την τιμή 2.

(Όπου Α= Αληθής και Ψ= Ψευδής)

$$\gamma) K = \Lambda + M + 4 \text{ ΚΑΙ } (K < \Lambda \text{ Ή } K + M > \Lambda)$$

$$12 = 6 + 2 + 4 \text{ ΚΑΙ } (12 < 6 \text{ Ή } 12 + 2 > 6)$$

$$12 = 12 \text{ ΚΑΙ } (12 < 6 \text{ Ή } 14 > 6)$$

$$A \text{ ΚΑΙ } (\Psi \text{ Ή } A)$$

$$A \text{ ΚΑΙ } A$$

Αληθής

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή K έχει την τιμή 12, η μεταβλητή L την τιμή 6 και η μεταβλητή M την τιμή 2.

(Όπου A = Αληθής και Ψ = Ψευδής)

δ) $(K > L \text{ ΚΑΙ } M < L) \text{ Ή } (L < > M \text{ ΚΑΙ } K < M)$

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή Κ έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή Μ την τιμή 2.

(Όπου Α= Αληθής και Ψ= Ψευδής)

δ) $(K > Λ \text{ ΚΑΙ } M < Λ) \text{ Ή } (Λ < > M \text{ ΚΑΙ } K < M)$

$(12 > 6 \text{ ΚΑΙ } 2 < 6) \text{ Ή } (6 < > 2 \text{ ΚΑΙ } 12 < 2)$

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή Κ έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή Μ την τιμή 2.

(Όπου Α= Αληθής και Ψ= Ψευδής)

δ) $(K > L \text{ ΚΑΙ } M < L) \text{ Ή } (L < > M \text{ ΚΑΙ } K < M)$

$(12 > 6 \text{ ΚΑΙ } 2 < 6) \text{ Ή } (6 < > 2 \text{ ΚΑΙ } 12 < 2)$

$(A \text{ ΚΑΙ } A) \text{ Ή } (A \text{ ΚΑΙ } \Psi)$

Παράδειγμα

2. Να βρεθεί ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι Αληθής ή Ψευδής, αν η μεταβλητή Κ έχει την τιμή 12, η μεταβλητή Λ την τιμή 6 και η μεταβλητή Μ την τιμή 2.

(Όπου Α= Αληθής και Ψ= Ψευδής)

δ) $(K > \Lambda \text{ ΚΑΙ } M < \Lambda) \text{ Ή } (\Lambda < > M \text{ ΚΑΙ } K < M)$

$(12 > 6 \text{ ΚΑΙ } 2 < 6) \text{ Ή } (6 < > 2 \text{ ΚΑΙ } 12 < 2)$

$(A \text{ ΚΑΙ } A) \text{ Ή } (A \text{ ΚΑΙ } \Psi)$

A Ή Ψ

Αληθής

Παράδειγμα

$14+4^2*3>90$ ΚΑΙ $50 \text{ div } 6/3 \leq 10$

Παράδειγμα

$$14 + 4^2 * 3 > 90 \text{ ΚΑΙ } 50 \text{ div } 6/3 \leq 10$$



16

Παράδειγμα

$$14 + 16 * 3 > 90 \text{ ΚΑΙ } 50 \text{ div } 6/3 \leq 10$$



48

Παράδειγμα

$14+48 > 90$ ΚΑΙ $50 \text{ div } 6/3 \leq 10$



62

Παράδειγμα

62 > 90 ΚΑΙ 50 div 6/3 <= 10



8

Παράδειγμα

62 > 90 ΚΑΙ $8/3 \leq 10$



2,67

Παράδειγμα

$62 > 90$ ΚΑΙ $2,67 \leq 10$



Ψευδής

Παράδειγμα

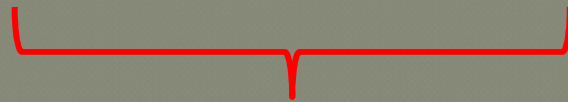
Ψευδής ΚΑΙ $2,67 \leq 10$



Αληθής

Παράδειγμα

Ψευδής ΚΑΙ Αληθής



Ψευδής

Ενσωματωμένες συναρτήσεις

$\text{HM}(x)$	Ημίτονο
$\text{ΣΥΝ}(x)$	Συνημίτονο
$\text{ΕΦ}(x)$	Εφαπτομένη
$\text{T}_P(x)$	Τετραγωνική ρίζα
$\text{ΛΟΓ}(x)$	Φυσικός λογάριθμος
$\text{E}(x)$	e^x
$\text{A}_M(x)$	Ακέραιο μέρος
$\text{A}_T(x)$	Απόλυτη τιμή