

**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις επιλέγοντας τη σωστή από τις λέξεις στην παρένθεση.

α. Το όριο  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$  λέγεται ..... (παράγωγος/ρίζα) της  $f$  στο  $x_0$

β. Η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$  εκφράζει τον .....

(ρυθμό μεταβολής/συντελεστή διεύθυνσης) του  $y=f(x)$  ως προς το  $x$ , όταν  $x = x_0$ .

γ. Αν η  $y=f(t)$  εκφράζει τη θέση ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα, τότε η  $f'(t_0)$  είναι η ..... (ταχύτητα/ επιτάχυνση) του κινητού τη χρονική στιγμή  $t_0$ .

**A2)** Να συμπληρώσετε τους κανόνες παραγώγισης:

$(c)' = 0$	$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$
$(x)' = 1$	$(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$
$(x^p)' = p x^{p-1}$	$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$
	$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

**B)** Να αποδείξετε ότι

Η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης  $f(x)=c$  είναι η  $f'(x) = 0$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c-c}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h} = 0$$

για όλα τα  $x_0$  στο πεδίο ορισμού της  $f$   
Άρα  $(c)' = 0$

**ΘΕΜΑ 2**

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω στατιστικό πίνακα

$x_i$	$v_i$	$f_i$	$F_i$	$F_i\%$
1	10	0,20	0,20	20
2	20	0,40	0,60	60
3	5	0,10	0,70	70
4	15	0,30	1,00	100
Σύνολο	50	1,00	—	—

### ΘΕΜΑ 2

Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης  $f(x) = 4x - 7$

$$f'(x) = (4x - 7)' = (4x)' - (7)' = 4(x)' - 0 = 4 \cdot 1 = 4$$

### ΘΕΜΑ 3

Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης  $f(x) = -x^5 + 2x^{-3} + 3x - \eta\mu x$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (-x^5 + 2x^{-3} + 3x - \eta\mu x)' = \\ &= -(x^5)' + 2(x^{-3})' + 3(x)' - (\eta\mu x)' = \\ &= -5x^4 + 2 \cdot (-3)x^{-2} + 3 \cdot 1 - \sigma\upsilon\nu x = \\ &= -5x^4 - 6x^{-2} + 3 - \sigma\upsilon\nu x \end{aligned}$$

### ΘΕΜΑ 3

Η επίδοση ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα είναι 12, 10, 16, 18, 14.

A) Να βρείτε τη μέση επίδοση

$$\bar{x} = \frac{12+10+16+18+14}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

B) Αν τα μαθήματα είχαν συντελεστές στάθμισης 2, 3, 1, 1 και 3, ποια θα ήταν η μέση επίδοση;

$$\begin{aligned} \bar{w} &= \frac{2 \cdot 12 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 18 + 3 \cdot 14}{10} = \frac{24 + 30 + 16 + 18 + 42}{10} = \\ &= \frac{130}{10} = 13 \end{aligned}$$

### ΘΕΜΑ 4

Έξι διαδοχικοί άρτιοι αριθμοί έχουν μέση τιμή 15. Να βρείτε τους αριθμούς

Ονομάζω  $x$  τον πρώτο από τους αριθμούς.

Τότε οι αριθμοί είναι οι  $x, x+2, x+4, x+6, x+8, x+10$

Άρα η μέση τιμή τους είναι:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x + (x+2) + (x+4) + (x+6) + (x+8) + (x+10)}{6} = \\ &= \frac{6x+30}{6} = \frac{6(x+5)}{6} = x+5 \end{aligned}$$

Όμως  $\bar{x} = 15$ . Επομένως  $x+5 = 15 \Leftrightarrow x = 15-5 \Leftrightarrow x = 10$ .  
Τελικά οι αριθμοί είναι οι 10, 12, 14, 16, 18, 20

#### ΘΕΜΑ 4

- i) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x \text{ στο σημείο της } A(5, f(5))$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 - 4x\right)' = \frac{1}{2}(x^2)' - 4(x)' = \frac{1}{2} \cdot 2x - 4 \cdot 1 = x - 4$$

$$f'(5) = 5 - 4 = 1$$

- ii) Σε ποια σημεία της καμπύλης της παραπάνω συνάρτησης η εφαπτομένη της είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = 4x + 1$ ;

Για να είναι παράλληλη στην  $\psi = 4x + 1$  πρέπει να έχει συντελεστή διεύθυνσης 4

$$\text{Δηλ. } f'(x) = 4$$

$$\text{Όμως } f'(x) = x - 4$$

$$\text{Επομένως, πρέπει } x - 4 = 4 \Leftrightarrow x = 4 + 4 \Leftrightarrow x = 8$$

Άρα το σημείο που ψάχνουμε είναι το  $(8, f(8))$

$$f(8) = \frac{1}{2} \cdot 8^2 - 4 \cdot 8 = \frac{1}{2} \cdot 64 - 32 = 32 - 32 = 0$$

Τελικά το σημείο είναι το  $(8, 0)$