

α)

	X	Ψ	ΚΕκ	ΚΕψ
A	0	142	α	2,5
B	β	130	γ	δ
Γ	50	ε	ζ	2
Δ	70	112	2	η
Ε	θ	92	ι	0,25
Z	88	60	5	κ
H	λ	μ	ν	0,1
Θ	98	0		

Εύρεση του (α), γνωρίζουμε ότι
 $KE_X \cdot KE_\Psi = 1$, ή
 $KE_X = \frac{1}{KE_\Psi}$
 άρα $KE_\Psi = \frac{1}{KE_X}$ ή
 $2,5 = \frac{1}{KE_X}$ ή $KE_X = \frac{1}{2,5}$ ή $KE_X = 0,4$

β)

	X	Ψ	ΚΕκ	ΚΕψ
A	0	142	α=0,4	2,5
B	β	130	γ	δ
Γ	50	ε	ζ	2
Δ	70	112	2	η
Ε	θ	92	ι	0,25
Z	88	60	5	κ
H	λ	μ	ν	0,1
Θ	98	0		

Εύρεση του (β) με τη βοήθεια του κόστους ευκαιρίας του X
 $KE_X = \frac{\Delta\Psi}{\Delta X}$ ή
 $0,4 = \frac{142 - 130}{\beta - 0}$ ή
 $0,4\beta = 12$ ή
 $\beta = \frac{120}{4}$ ή
 $\beta = 30$

ζ)

	X	Ψ	ΚΕκ	ΚΕψ
A	0	142	α=0,4	2,5
B	β=30	130	γ	δ
Γ	50	ε	ζ	2
Δ	70	112	2	η
Ε	θ	92	ι	0,25
Z	88	60	5	κ
H	λ	μ	ν	0,1
Θ	98	0		

Βλέπουμε ότι δεν έχουμε επαρκή πληροφορία για να υπολογίσουμε το (γ) το (δ) και το (ε) οπότε βρίσκουμε το (ζ) με τη βοήθεια του $KE_{(\Gamma\Delta)}$ όπως την περίπτωση (α).
 Κάνοντας τους υπολογισμούς βρίσκουμε $KE_{(\Gamma\Delta)} = 0,5$
 (ο τρόπος αφήνεται στον μαθητή για εξάσκηση)

ε)

	X	Ψ	ΚΕκ	ΚΕψ
A	0	142	α=0,4	2,5
B	β=30	130	γ	δ
Γ	50	ε	ζ=0,5	2
Δ	70	112	2	η
Ε	θ	92	ι	0,25
Z	88	60	5	κ
H	λ	μ	ν	0,1
Θ	98	0		

Εύρεση του (ε) με τη βοήθεια του $KE_{(\Gamma\Delta)}$
 $KE_{(\Gamma\Delta)} = \frac{\Delta\Psi}{\Delta X}$ ή
 $0,5 = \frac{\varepsilon - 112}{70 - 50}$ ή
 $0,5 \cdot 20 = \varepsilon - 112$ ή
 $\varepsilon = 112 + 10$ ή
 $\varepsilon = 122$

γ)

	X	Ψ	ΚΕκ	ΚΕψ
A	0	142	α=0,4	2,5
B	β=30	130	γ	δ
Γ	50	ε=122	ζ=0,5	2
Δ	70	112	2	η
Ε	θ	92	ι	0,25
Z	88	60	5	κ
H	λ	μ	ν	0,1
Θ	98	0		

Εύρεση του (γ) με τη βοήθεια του τύπου του κόστους ευκαιρίας $KE_{X(\Psi)}$
 $KE_{X(\Psi)} = \frac{\Delta\Psi}{\Delta X}$ ή
 $\gamma = \frac{130 - 122}{50 - 30}$ ή
 $\gamma = \frac{8}{20}$ ή
 $\gamma = 0,4$

δ), η), θ), ι), κ), ν)

Έχουν ήδη δειχθεί οι τρόποι με τους οποίους μπορούν να υπολογιστούν οι παραπάνω άγνωστοι.
 Ο τρόπος υπολογισμού τους αφήνεται στον μαθητή για εξάσκηση.

	X	Ψ	ΚΕκ	ΚΕψ
A	0	142	α=0,4	2,5
B	β=30	130	γ=0,4	δ
Γ	50	ε=122	ζ=0,5	2
Δ	70	112	2	η
Ε	θ	92	ι	0,25
Z	88	60	5	κ
H	λ	μ	ν	0,1
Θ	98	0		

λ) και μ)

	X	Ψ	ΚΕκ	ΚΕψ
A	0	142	α=0,4	2,5
B	β=30	130	γ=0,4	δ=2,5
Γ	50	ε=122	ζ=0,5	2
Δ	70	112	2	η=0,5
Ε	θ=90	92	ι=4	0,25
Z	88	60	5	κ=0,2
H	λ	μ	ν=10	0,1
Θ	98	0		

Επομένως προκύπτει ο παρακάτω πίνακας με τους αγνώστους λ και μ.

	X	Ψ	ΚΕκ	ΚΕψ
Z	88	60	5	κ=0,2
H	λ	μ	ν=10	0,1
Θ	98	0		

 Διαπιστώνουμε ότι η επίλυση απαιτεί τη χρήση συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους

$KE_{X(\lambda\mu)} = \frac{\Delta\Psi}{\Delta X}$ και $KE_{X(\theta\psi)} = \frac{\Delta\Psi}{\Delta X}$
 $5 = \frac{60 - \mu}{\lambda - 88}$ και $10 = \frac{\mu - 0}{98 - \lambda}$
 λύνουμε τη δεύτερη ως προς μ
 $(98 - \lambda)10 = \mu$ ή $\mu = 980 - 10\lambda$
 Αντικαθιστούμε το $\mu = 980 - 10\lambda$ στην πρώτη εξίσωση και έχουμε
 $5 = \frac{60 - (980 - 10\lambda)}{\lambda - 88}$ ή $5(\lambda - 88) = 60 - 980 + 10\lambda$ ή
 $5\lambda - 440 = -920 + 10\lambda$ ή
 $5\lambda = 480$ ή $\lambda = 96$
 Αντικαθιστούμε τώρα το λ σε μία από τις παραπάνω δύο εξισώσεις και βρίσκουμε το μ.
 $10 = \frac{\mu - 0}{98 - \lambda}$ ή
 $10 = \frac{\mu - 0}{98 - 96}$ ή $10 \cdot 2 = \mu$ ή $\mu = 20$
 Αν θέλουμε να είμαστε σίγουροι ότι βρήκαμε το σωστό αποτέλεσμα αντικαθιστούμε το λ και στην άλλη εξίσωση, πρέπει να βρούμε το ίδιο αποτέλεσμα (αφήνεται στον μαθητή για εξάσκηση)

ΑΣΚΗΣΗ 1 ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΩΝ

Να βρείτε τα δεδομένα που αντιστοιχούν στα α-ν

0	X	Ψ	ΚΕκ	ΚΕψ
A	0	120	α	2,5
B	β	110	γ	δ
Γ	45	ε	ζ	1
Δ	60	85	2	η
Ε	θ	65	ι	0,5
Z	80	45	4	κ
H	λ	μ	ν	0,2
Θ	90	0		

α=0,4 β=25 γ=0,5 δ=2 ε=100 ζ=1
 η=0,5 θ=70 ι=2 κ=0,25 λ=85 μ=25 ν=5

ΑΣΚΗΣΗ 2 ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΩΝ

Να βρείτε τα δεδομένα που αντιστοιχούν στα α-ν

0	X	Ψ	ΚΕκ	ΚΕψ
A	0	144	α	2,5
B	β	132	γ	δ
Γ	50	ε	ζ	2
Δ	70	112	1	η
Ε	θ	102	ι	0,5
Z	90	82	4	κ
H	λ	μ	ν	0,1
Θ	103	0		

α=0,4 β=30 γ=0,5 δ=2 ε=122 ζ=0,5
 η=1 θ=80 ι=2 κ=0,25 λ=98 μ=90 ν=10