

Η ΟΔΥΣΣΕΙΑ ΦΙΑΜ ΣΕ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕ ΤΗΝ ΟΔΥΣΣΕΙΑ LAND

ΣΑΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΕΙ

ΤΟ ΠΕΤΑΓΜΑ ΤΟΥ ΓΛΑΡΟΥ

Ηθοποιοί : «ανώνυμοι κύκλοι, ευθείες ,σημεία και καμπύλες»

Σκηνογράφος : Sketchpad

Μουσική : Wolfgang Amadeus Mozart, Piano concerto No 21 in C Major

Σκηνοθέτης : Τσίτσος Βασίλης

Κατάλληλο για μαθηματικούς, φυσικούς

Κατάλληλο για μαθητές Λυκείου.

Κατάλληλο για μαθητές Γυμνασίου με διδασκαλική συναίνεση

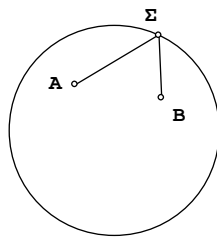
Συντελεστές : α) Ήρων ο Αλεξανδρεύς

β) Fermat

γ) V. M. Tikhomirov

ΥΠΟΘΕΣΗ

Μετά από το σενάριο « το πέρασμα του τρένου», σκέφτηκα να αλλάξω την σιδηροδρομική γραμμή από ευθεία σε κύκλο .Έτσι αναζητώ τώρα να βρω πού πρέπει να αναγερθεί ένας σταθμός Σ , ώστε οι ευθύγραμμες λεωφόροι που συνδέουν τις πόλεις A και B με τον σταθμό Σ να έχουν αθροιστικά το ελάχιστο μήκος. Στην προσπάθειά μου να διατυπώσω εικασίες είδα το πέταγμα του γλάρου.....

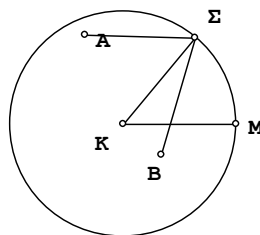


Η συνέχεια στις οθόνες

Ταξιδεύω προς Καλαμάτα .Χιονίζει. Είμαι έξω από την Τρίπολη ,μέσα στην ασφάλεια και την ζεστασιά του αυτοκινήτου, σκέφτομαι το σενάριο «το πέρασμα του τρένου» .

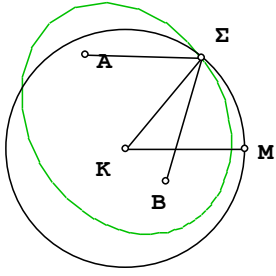
Προσπαθώ να φαντασθώ, αν άλλαξα την τροχιά του τρένου από ευθεία γραμμή σε κύκλο και τοποθετούσα τις δύο πόλεις εντός του κύκλου, σε ποια θέση θα έπρεπε να τοποθετήσω τον σταθμό, ώστε το άθροισμα των αποστάσεων του σταθμού από τις πόλεις να είναι το ελάχιστο. Αν είχα στα χέρια μου το Sketchpad ίσως να είχα κάποια εικόνα.

Σκέφτομαι αν μπορούσα να φαντασθώ πως θα είναι το γράφημα της συνάρτησης που σαν τετμημένη να έχει κάτι που να χαρακτηρίζει την αλλαγή θέσης του σταθμού Σ γύρω από την κυκλική τροχιά και σαν τεταγμένη το άθροισμα των αποστάσεων .



Τι μπορεί όμως να χαρακτηρίζει την αλλαγή θέσης του σταθμού; Αν ένωνα το κέντρο του κύκλου με τον σταθμό καθώς και το κέντρο του κύκλου με ένα σταθερό σημείο M της περιφέρειας θα σχημάτιζα μία γωνία που θα σάρωνε τον κύκλο (από 0-360) όταν ο σταθμός θα γύριζε πάνω στην περιφέρεια .

Φαίνεται ότι σε κάποιες διαφορετικές θέσεις του σταθμού μπορεί το άθροισμα να είναι ίδιο. Σε πόσες θέσεις μπορώ να έχω το ίδιο άθροισμα ;



Λίγο πριν πέσει ο ήλιος έφθασα με πολλές απορίες στην Καλαμάτα. Άνοιξα τα πατζούρια του δωματίου ,μπροστά μου ο Μεσσηνιακός κόλπος με μια θάλασσα φουσκωμένη και γκριζοπράσινη .Γλάροι κύκλωναν στον ουρανό . Τώρα έχω την πολυτέλεια να έχω χαρτί και μολύβι. Σχεδιάζω πρόχειρα τον κύκλο , τις πόλεις ,και τις αποστάσεις .Νέες απορίες.

Σχεδιάζω μια έλλειψη με εστίες τις δύο πόλεις και /ΣΑ/+ /ΣΒ/ σταθερό .Ανάλογα πόσες φορές τέμνει η έλλειψη τον κύκλο τόσες φορές έχω το ίδιο το άθροισμα. Μπορεί τα

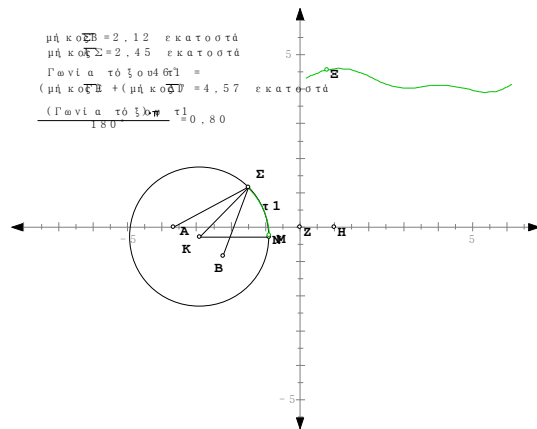
σημεία τομής να είναι ένα ,δυο ,τρία η και τέσσερα .Κάθε φορά που περιστρέφω τον σταθμό η έλλειψη τέμνει με διαφορετικό τρόπο τον κύκλο. Πως μπορεί να είναι η καμπύλη της γραφικής παράστασης ; Αν έχω μέχρι τέσσερα σημεία τομής με την έλλειψη έχω την υποψία ότι το σχήμα της θα μοιάζει με μια εκφυλισμένη τριγωνομετρική συνάρτηση (ενισχύει αυτήν μου την άποψη ότι ο σταθμός κινείται πάνω σε κύκλο).....

Την επομένη στο Γυμνάσιο του Αριστομένη βρήκα χρόνο να επανασχεδιάσω την απορία μου έχοντας τώρα σα βοηθό το Sketchpad.

- Σχεδιάσα τον κύκλο ,τις πόλεις και τις αποστάσεις
- Μέτρησα τις αποστάσεις και βρήκα το άθροισμά τους
- Σχεδιάσα την έλλειψη με εστίες τις δύο πόλεις.....

(κάνε κλικ [εδώ](#) αν θέλεις να δεις πως γίνεται)

- Παίρνω ένα σταθερό M σημείο πάνω στον κύκλο

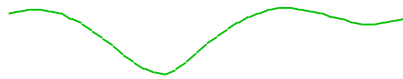


- Παίρνω ένα τυχαίο σημείο N ανάμεσα από το M και το Σ
- Ορίζω το τόξο MNS και μετρώ την γωνία του
- Μετατρέπω την γωνία του τόξου από μοίρες σε ακτίνια
- Δημιουργώ το γράφημα της συνάρτησης με τετμημένη την γωνία του τόξου MNS σε ακτίνια και τεταγμένη το άθροισμα των αποστάσεων

(κάνε κλικ [εδώ](#) αν θέλεις να δεις πως γίνεται)

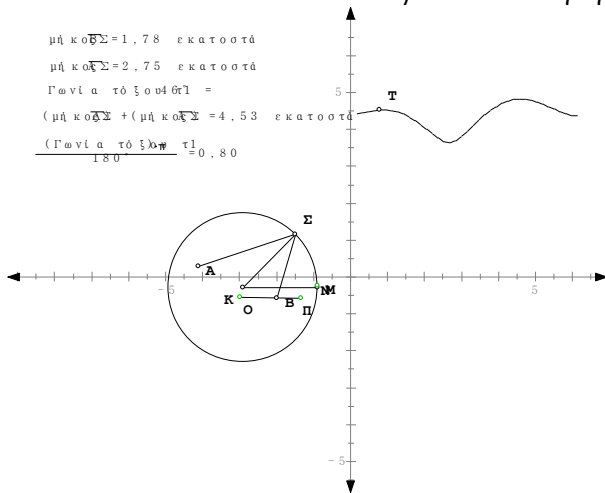
Κάτι κοινό έχει το γράφημα με εκείνο που φαντάστηκα.

Νέα απορία ,πώς να αλλάξει το γράφημα καθώς αλλάζω την θέση κάποιας πόλης ;



- Μετακινώ την πόλη A . Σε κάποια θέση το γράφημα αλλάζει και μοιάζει σαν τους γλάρους που ζωγραφίζαμε παιδιά.

Θέλω να βάλω σε κίνηση τον γλάρο.



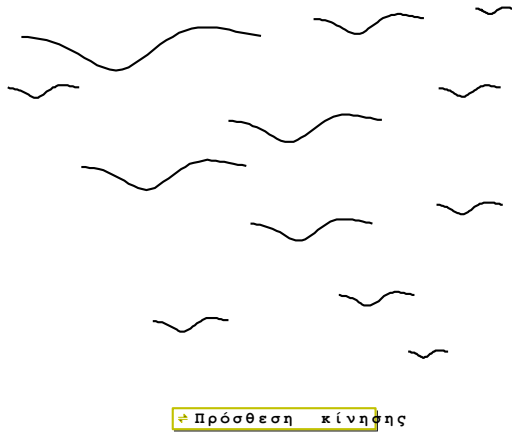
- Παρατηρώ ότι καθώς μετακινώ την πόλη B οριζόντια δεξιά και αριστερά ο γλάρος μου αρχίζει να κινεί τις φτερούγες του.
- Αυτοματοποιώ την αμφίδρομη κίνηση πάνω σε ένα οριζόντιο ευθύγραμμο τμήμα ΟΠ

- Ρυθμίζω το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ώστε ο γλάρος να φαίνεται ότι πετά ομαλά.
(κάνε κλικ [εδώ](#) αν θέλεις να δεις πως γίνεται)

Θυμάμαι κάποιους στίχους του Ελύτη:

Θα ' θελα να φτιάξω έναν ουρανό
να ' χω τώρα που νύχτωσε ένα στερέωμα να κοιτάζω
θα το ' καμνα μεγάλο, γιομάτο άστρα με σχήματα παράξενα
θα του ' βαζα αντίζ από ' να ,δυο φεγγάρια ανόμοια
το να μικρό σαν παιδί ,τ' άλλο μεγάλο σαν παράπονο.

Σχεδιάζω τον δικό μου ουρανό με ένα κοπάδι γλάρους .



- Χρησιμοποιώ την συμμετρία ως προς σημείο για να φτιάξω μικρότερους γλάρους
- Δίνω στους γλάρους κίνηση

(κάνε κλικ [εδώ](#) αν θέλεις να δεις πως γίνεται)

(Κάνε κλικ [εδώ](#) για να δεις την κίνηση των γλάρων)

Σάββατο πρωί , ήλιος λαμπρός ,εγκαταλείπω τον Μεσσηνιακό κόλπο με ένα κοπάδι γλάρους στις αποσκευές μου, και με μία νέα απορία : Πως θα μπορούσα να κάνω τους γλάρους μου όχι μόνο να φτερουγίζουν αλλά και να ταξιδεύουν.

Η ιστορία συνεχίζεται....

ΣΧΟΛΙΑ

Τι έχει μεγαλύτερη σημασία ;
Η λύση ενός προβλήματος ελαχίστου,
το να δούμε το πέταγμα του γλάρου,
το να σχεδιάσουμε ένα κοπάδι με γλάρους..... ;
Δεν ξέρω, γνωρίζω όμως πως όταν ο Πικάσο ζωγράφιζε την Γκουέρνικα έπιασε στα χέρια του μια σέλα και είπε: «να ένα ωραίο κεφάλι για τον ταύρο μου.» Αφού τέλειωσε το έργο του σκέφτηκε «ότι θα είχε μεγαλύτερη αξία αν το πέταγε στα σκουπίδια και κάποιο παιδί το εύρισκε ,το έπιανε στα χέρια του και κοιτώντας τα κέρατα του ταύρου έλεγε : να ένα ωραίο τιμόνι για το ποδήλατό μου.»

Κατασκευάζω τον γεωμετρικό τόπο του T καθώς το Σ περιστρέφεται γύρω από τον κύκλο.

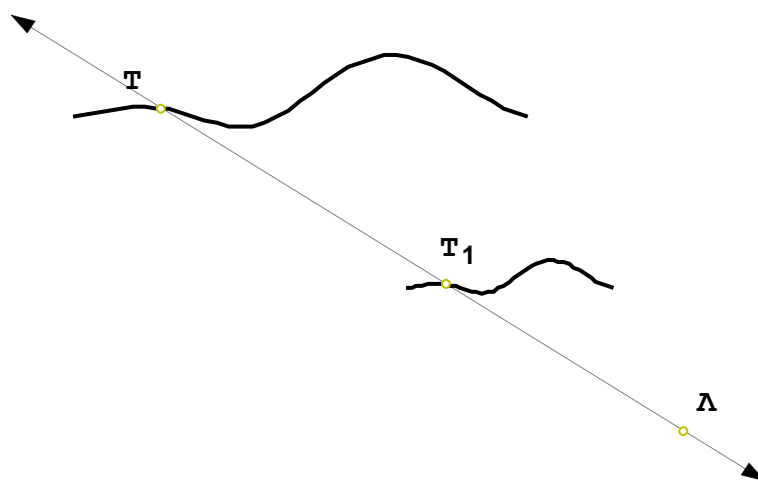
Επιστροφή

Επεξήγηση 3^η

- Διαγράφω το ευθύγραμμο τμήμα $B\Sigma$
- Κατασκευάζω ευθύγραμμο τμήμα $O\Pi$
- Κατασκευάζω σημείο B ελεύθερο πάνω στο $O\Pi$
- Συνδέω το B με το Σ
- Επανασχεδιάζω τον γεωμετρικό τόπο με τα νέα δεδομένα
- Δίνω αμφίδρομη κίνηση στο σημείο B .

Επιστροφή

Επεξήγηση 4^η



- Φέρνω ευθεία που να περνά από το T και από ένα τυχαίο σημείο Λ
- Κατασκευάζω το συμμετρικό του σημείου T ως προς Λ
- Κατασκευάζω τον γεωμετρικό τόπο του T_1 καθώς το Σ περιστρέφεται

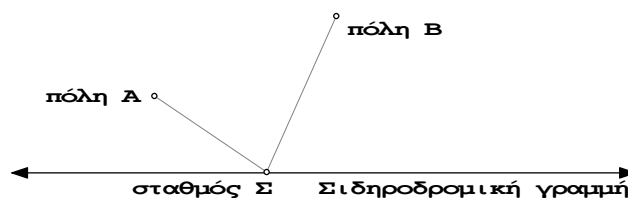
γύρω από τον κύκλο .

- Επαναλαμβάνω την ίδια διαδικασία και δημιουργώ ένα κοπάδι γλάρους

Επιστροφή

«Το πέρασμα του τρένου»

Υπάρχει μια ευθύγραμμη σιδηροδρομική γραμμή και θέλουμε να αναγερθεί ένας σταθμός Σ , έτσι ώστε οι ευθύγραμμες λεωφόροι που συνδέουν τις πόλεις A και B με τον σταθμό Σ να έχουν αθροιστικά το ελάχιστο μήκος.



Επιστροφή